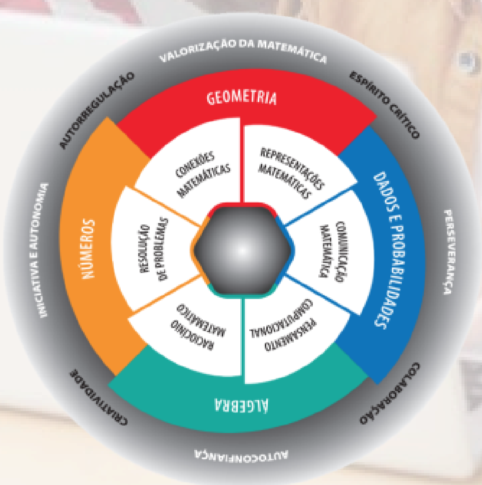
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas
Tema: Números

8.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Julho de 2023



Cofinanciado por:

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas - Tema Números (8.º ano de escolaridade)

Autores:
Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:
Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/.

Data
Lisboa, julho de 2023

Os autores agradecem o precioso contributo do professor João Almiro pela colaboração na revisão do texto.

Índice

Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2022/23 nas duas turmas de 8.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais percetível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico, nomeadamente para o 8.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2022/23, no âmbito das Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática, em duas turmas do 8.º ano de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 8.º ano de escolaridade do Ensino Básico.

Planificação a longo prazo

Tema	Tópico	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
DADOS E PROBABILIDADES	Probabilidades	10	**1.º Período 49**
GEOMETRIA	Operações com figuras	8	
NÚMEROS	Números racionais	18	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações do 1.º grau	9	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
ÁLGEBRA	Funções (e proporcionalidade direta do 7.º ano)	20	**2.º Período 47**
GEOMETRIA	Figuras planas	13	
DADOS E PROBABILIDADES	Representações gráficas	5	
	Análise de dados	5	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
ÁLGEBRA	Equações (literais e sistemas)	14	**3.º Período 32**
GEOMETRIA	Figuras no Espaço	14	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
Total		128	

Nota: Na distribuição dos tempos pelos vários conteúdos foram contempladas aulas para reforço das aprendizagens bem como para o desenvolvimento do trabalho no contexto dos DAC.

A planificação a longo prazo foi inicialmente respeitada. Contudo, vários fatores, entre eles o impacto das greves dos professores e a supressão de aulas, da responsabilidade da escola, para experimentar procedimentos relativos às provas de aferição em formato digital, contribuíram para que não fosse possível o cumprimento integral da planificação a longo prazo, realizada no início do ano letivo. Em particular, neste tema não foi trabalhado o subtópico "Raíz cúbica".

Tema: Números

Ao longo do 3.º Ciclo estende-se o sentido do número a conjuntos numéricos progressivamente mais complexos. São introduzidos progressivamente os conjuntos dos números inteiros, dos números racionais e dos números reais. A valorização do cálculo mental envolvendo progressivamente os números inteiros, os números racionais e os números reais e o saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados é mantida em estreita relação com as propriedades das operações, cabendo ao professor valorizar a utilização crítica da tecnologia. O formalismo e o recurso à simbologia associados aos números e às operações (incluindo operações com conjuntos) devem também ser progressivamente valorizados como elementos facilitadores da comunicação matemática e não como um fim em si mesmo.

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática, 7.º ano, 3.º ciclo do EB* (p. 9). DGE, ME.

Tópico

Números racionais

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						**Capacidades e atitudes gerais transversais**							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
3	Tarefa 1 - Vamos escrever números de diferentes formas	• Representações de um número racional		X		X	X		X		X					
4	Tarefa 2 - Vamos multiplicar números racionais negativos	• Multiplicação de Números racionais				X	X	X					X			X
4	Tarefa 3 - Vamos dividir números racionais negativos	• Divisão de Números racionais	X	X				X	X							X
3	Tarefa 4 - Uma “loucura” de expressões numéricas	• Multiplicação e divisão • Expressões numéricas • Cálculo mental				X			X				X		X	
3	Tarefa 5 - Calcular com potências	• Potências de base racional e expoente inteiro		X		X			X			X				
3	Tarefa 6 - Potências de base racional e expoente inteiro	• Potências de base racional e expoente inteiro	X	X				X				X			X	
2	Tarefa 7 - A Lua aqui tão perto	• Potências de base racional e expoente inteiro	X					X	X		X					X

2	Tarefa 8 - Estimar comprimentos	• Notação científica					X			X	X			X		

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PC - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Vamos escrever números de diferentes formas

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer que um número racional se pode representar como uma dízima finita ou infinita periódica;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos;
- Analisar e discutir ideais, centrando-se em evidências;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Recorreu-se à calculadora na realização da tarefa e procurou-se que os alunos se apropriassem das características dos números racionais, nomeadamente na forma como cada um apresenta a dízima e como procede ao seu arredondamento.

Vamos escrever números de diferentes formas

1. Considera os seguintes números:

$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{15}$
$-\frac{7}{6}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{323}{100}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{7}$

1.1. Recorrendo à calculadora, representa cada um dos números em forma de dízima.

1.2. Conforme as características das dízimas que encontraste, divide-as em 2 grupos. Explica o critério usado.

Grupo 1	Grupo 2
$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{6}$

1.3. Para todos os números que colocaste no grupo ao qual pertence $\frac{4}{3}$, indica qual o algarismo que ocupa a décima segunda posição, a seguir à vírgula. Explica como pensaste.

(Fonte: Adaptado de Professores das turmas piloto do 8.º ano de escolaridade. Ano letivo 2009/10 (2010). *Números racionais*. DGIDC, ME)

2. Desenha, no teu caderno, a lápis, uma reta numérica, e assinala nela as duas primeiras unidades positivas.

2.1. Divide cada uma dessas unidades em três partes iguais.

2.2. Quais as frações que correspondem a cada uma das seis partes que representaste?

2.3. Escreve, na forma de dízima, cada um dos números que indicaste na alínea anterior, e classifica-as. Qual a parte inteira e o período de cada uma das dízimas infinitas periódicas?

2.4. Sem recorrer à calculadora ou ao algoritmo da divisão, qual a dízima que representa os números $\frac{7}{3}$ e $\frac{8}{3}$? Explica como pensaste.

2.5. Escreve sob a forma de adição de um número inteiro com um número fracionário $\frac{7}{3}$ e $\frac{8}{3}$.

2.6. Representa em forma de fração as dízimas $3,(6)$ e $7,(3)$. Explica como pensaste.

2.7. Como podem ser representados, recorrendo a frações, as dízimas $-\ 2,(3)$ e $-\ 5,(6)$? Explica como pensaste.

3. Considera os números racionais escritos na forma $\frac{a}{9}$.

3.1. O que podes dizer acerca da divisão dos números naturais de 1 a 8 por 9?

3.2. Comparando com as conclusões de **3.1**, como determinar o período da dízima correspondente a $\frac{11}{9}$, sem recorrer à calculadora, nem ao algoritmo da divisão?

4. Três equipas da escola, cada uma constituída por dois alunos, vão participar num torneio de *efootball*, numa parceria entre a Federação Portuguesa de Futebol e o Ministério da Educação. Para tal, devem fazer o pagamento de 35€, relativo à inscrição.

Sabendo que havia indecisão entre a conta ser dividida por equipa ou individualmente, qual das situações parece mais favorável, se cada pessoa (ou equipa) pagar o mesmo? Explica como pensaste.

Tarefa 2 - Vamos multiplicar números racionais negativos

Notas para o professor:

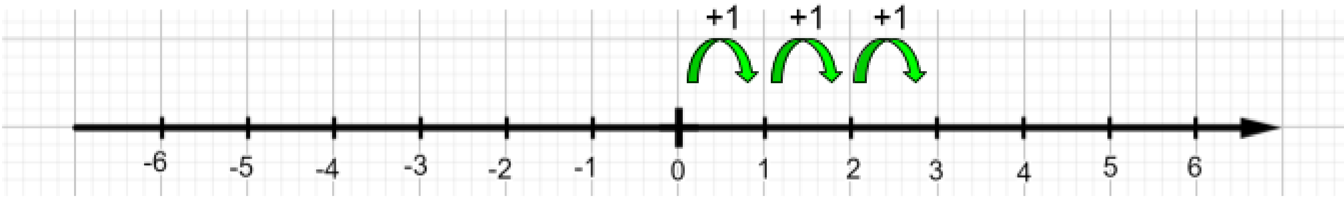
A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer um número racional negativo como o produto do seu simétrico por -1;
- Multiplicar números racionais;
- Reconhecer as propriedades da multiplicação de números racionais;
- Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam as operações com números racionais, fazendo uso das propriedades;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de tarefas em contextos diversos da vida real;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Algumas questões foram trabalhadas sem recurso à utilização da calculadora com o objetivo de conduzir ao reconhecimento de um número racional negativo como o produto do seu simétrico por -1 e mobilizar esta propriedade no contexto da multiplicação de dois números racionais, promovendo a sua compreensão. O recurso à calculadora permitiu analisar de forma crítica o sinal do produto de números racionais.

Vamos multiplicar números racionais negativos

1. De acordo com o esquema apresentado na reta numérica, é possível perceber uma forma de determinar o resultado de 3×1, ou seja, $3 \times 1 = 1 + 1 + 1 = 3$



1.1. Representa na reta numérica $3 \times (-1)$.

De seguida, completa, de modo a obteres uma proposição verdadeira:

$3 \times (-1) =$ .... $+$ .... $+$ .... $=$ ....

1.2. Completa, por forma a obteres proposições verdadeiras:

1.2.1. $-2 =$ .... $\times (-1)$

1.2.2. $-5 = -1 \times$ ....

1.2.3. $-6 =$ .... $\times\ 6$

1.2.4. $-7 =$ .... $\times$ ....

1.3. A partir dos exemplos anteriores, completa a seguinte igualdade:

$-a = -1 \times$ .... $=$ .... $\times (-1)$, sendo a um número racional qualquer.

2. Cinco jogadores profissionais foram convidados para participar no torneio de golfe Falésia Grande. No final do primeiro dia, os seus resultados foram os seguintes:

Jogadores	N.º pontos
Ricardo G.	+2
Tomás B.	-3
Pedro F.	-5
Vitor L.	-3
João G.	0

Par é o número de pancadas definido para cada um dos buracos de um campo de golfe, em função do comprimento desse buraco. O somatório dos «Par's» dos 18 buracos define o «par do campo» que em geral, é de 72 pancadas.

(Fonte: Blog: Conselhos sobre Golfe.. Disponível em https://conselhossobregolfe.blogs.sapo.pt/glossario-de-golfe-2676)

+2 siginifica que terminou com 2 pancadas acima do par.
–3 siginifica que terminou com 3 pancadas abaixo do par.

2.1. Qual o número total de pontos dos cinco jogadores, no fim do primeiro dia?

2.2. O Ricardo propôs que analisassem as pontuações de mais três atletas, o Hugo S., o Tiago C. e o João B., cada um deles com uma pontuação de $-\ 1$, no final do primeiro dia. Qual seria agora o número total de pontos obtidos por estes oito jogadores?

2.3. Com a inclusão dos três atletas referidos na questão anterior, como variou o número total de pontos? Qual foi o valor dessa variação?

2.4. De entre as seguintes expressões, qual traduz, matematicamente, o número total de pontos dos oito atletas em prova?

A) $-\ 9\ +\ 3\ \times\ (-\ 1)$

B) $-\ 9\ +\ 3\ \times\ 1$

C) $-\ 9\ -\ 3\ \times\ (-\ 1)$

2.5. O Tomás B. e o Vitor L. foram desclassificados. Qual seria agora o número total de pontos dos seis atletas ainda em prova?

2.6. Com a saída dos dois atletas referidos na questão anterior, como variou o número total de pontos? Qual foi o valor dessa variação?

2.7. De entre as seguintes expressões, qual traduz, matematicamente, o número total de pontos dos seis atletas ainda em prova?

A) $-\ 12\ +\ 2\ \times\ (-\ 3)$

B) $-\ 12\ -\ 2\ \times\ 3$

C) $-\ 12\ -\ 2\ \times\ (-\ 3)$

3. Sabendo que $5 \times (-3) = 5 \times (-1) \times 3 = (-1) \times 5 \times 3 = (-1) \times 15 =- 15$

3.1. Identifica as propriedades da multiplicação utilizadas na resolução apresentada acima.

3.2. Determina, sem recurso à calculadora:

3.2.1. 7×9

3.2.2. -6×4

3.2.3. $15 \times (-2)$

3.2.4. $-5 \times (-4)$

3.3. Confirma, com recurso à calculadora, os valores que obtiveste na alínea anterior.

4. O Roberto e a Felismina adoram desafios… matemáticos.

Propuseram-se determinar, sem usar a calculadora, o valor de $-4 \times (-3)$

O Roberto apresentou a seguinte resolução:

$-4 \times (-3) =- 1 \times 4 \times (-1) \times 3 =- 1 \times (-1) \times 4 \times 3 =- 1 \times (-12) =- 12$

A Felismina apresentou a seguinte resolução:

$-4 \times (-3) =- 1 \times (-1) \times 4 \times 3 =- 1 \times (-1) \times 12 =- 1 \times (-12) = 12$

Concordas com alguma das propostas de resolução apresentadas? Explica a tua resposta.

5. Calcula o valor das seguintes expressões, apresentando os cálculos intermédios:

5.1. $-3 \times 5 - 4$

5.2. $5 + 2 \times (-5)$

5.3. $-8 - 3 \times (-3)$

5.4. $-4 \times 3 \times (-2)$

5.5. $3 + 5 - 2 \times (-4 + 1)$

Tarefa 3 - Vamos dividir números racionais negativos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer um número racional negativo como o produto do seu simétrico por -1;
- Dividir números racionais;
- Reconhecer as propriedades da divisão de números racionais;
- Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam operações com números racionais, fazendo uso das propriedades;
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo;
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
O recurso à calculadora permitiu analisar de forma crítica o sinal do produto e do quociente de números racionais e dotar os alunos de destreza na introdução de expressões numéricas, conforme as suas características.

Vamos dividir números racionais negativos

1. No âmbito do projeto de turma, os alunos tomaram a iniciativa de comemorar o S. Martinho, e decidiram que iriam oferecer aos professores castanhas.
Cada aluno trouxe um saco de castanhas, totalizando 200.
Vão ser oferecidos canudos (de papel), cada um com o mesmo número de castanhas, e querem que não sobre nenhuma.

1.1. Será possível fazer essa distribuição se forem 60 professores? Explica.

1.2. E se forem 50 professores? Explica.

1.3. Qual poderia ser o número de professores para poder fazer a distribuição conforme o estabelecido? Qual a relação desses números com o número total de castanhas?

2. Sabe-se que $3 \div 5 = \frac{3}{5}$ e que $\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5}$

2.1. Qual seria o valor de $-3 \div 5$? Explica o resultado obtido.

2.2. Qual seria o valor de $3 \div (-5)$? Explica o resultado obtido.

2.3. Qual seria o valor de $-3 \div (-5)$? Explica o resultado obtido.

2.4. Em que condições é que $a \div b$, com $b \neq 0$, representa:

2.4.1. um número negativo?

2.4.2. um número positivo?

3. O André apresentou a seguinte simplificação:

$$\frac{2}{7} \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{2}{7} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{14}$$

Concordas com o apresentado? Explica a tua resposta.

4. Calcula o valor das seguintes expressões, apresentando todos os cálculos intermédios.

4.1. $-\frac{1}{3} \div (-4)$

4.2. $5 \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

4.3. $-\frac{1}{3} \div \left(-\frac{4}{3}\right)$

4.4. $-\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$

4.5. $\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{5}}$

5. Considera a seguinte expressão: $\frac{(-7)}{(-5)}$

5.1. Calcula mentalmente o seu valor, na forma decimal, explicando a tua resposta.

5.2. Usa a calculadora para realizar novamente o cálculo e compara ambos os resultados. Explica eventuais diferenças.

5.3. Usando novamente a calculadora, calcula o valor das expressões seguintes:

5.3.1. $\frac{(-7)}{(-2-3)}$

5.3.2. $\frac{(-2-5)}{(-5)}$

5.3.3. Se forem omitidos alguns parênteses nas expressões anteriores, o resultado é o mesmo? Regista as alterações que fizeste e explica eventuais diferenças.

6. Os pais do António, enfrentam algumas dificuldades financeiras.

Neste momento têm 3 meses de renda de casa em atraso, cuja mensalidade é de 450 euros.

Como têm recebido algumas chamadas com ofertas de "créditos", aparentemente fáceis de obter, resolveram usar um desses cartões para fazer face a mais algumas despesas. Utilizaram esse cartão 5 vezes, com um valor de 100 euros por utilização.

6.1. Que significado tem a expressão $3 \times (-\ 450)$, no contexto apresentado?

6.2. Escreve uma expressão que representa todos os valores que a família do António tem em dívida. Explica-a.

6.3. Qual é o valor total que esta família tem em dívida?

6.4. Percebendo que a situação se tornava incomportável, resolveram recorrer ao SISPACSE*, com o objetivo de encontrar uma solução para os seus problemas de endividamento. Nesse gabinete, a família foi aconselhada a utilizar parte das suas economias e parte do seu vencimento para liquidar as dívidas.

Foi-lhes sugerido o seguinte plano de pagamentos:

- Na 1.ª prestação pagar $\frac{1}{5}$ da dívida total;
- Na 2.ª prestação pagar $\frac{3}{10}$ da dívida total;
- Nas 3.ª e 4.ª prestações pagar o valor restante da dívida, em partes iguais.

6.4.1. Calcula $-\ 1850\ - \frac{1}{5} \times (-\ 1850)$. Qual o significado do valor obtido no contexto da situação?

6.4.2. Calcula o valor da 3.ª prestação. Explica como pensaste.

* SISPACSE - Sistema Público de Apoio à Conciliação no Sobre-Endividamento

Tarefa 4 - Uma “loucura” de expressões numéricas

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Multiplicar e dividir números racionais;
- Reconhecer as propriedades da multiplicação e da divisão de números racionais;
- Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam as operações com números racionais, fazendo uso das propriedades;
- Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental para operar com números racionais, mobilizando as propriedades das operações;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa individualmente.
A valorização das estratégias de cálculo mental não foram dissociadas da produção escrita.

Uma “loucura” de expressões numéricas

1. Completa os espaços (...) de modo a serem verdadeiras as igualdades seguintes:

1.1. $-\frac{1}{3}\times \ldots\ldots = \frac{5}{6}$

1.2. $\ldots\ldots \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{4}{5}$

1.3. $\frac{2}{3} \div \ldots\ldots = -\frac{4}{9}$

1.4. $\ldots\ldots \div \frac{1}{4} = -16$

1.5. $-\frac{1}{6} - \ldots\ldots = -\frac{5}{6}$

1.6. $3 - \ldots\ldots\ldots = \frac{16}{5}$

2. A Maria considera que já se sente bastante “à vontade” a operar com números racionais.

Encontrou no Caderno de Atividades de Matemática o seguinte exercício:

Calcula o valor de $\frac{3}{4} \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

A Maria calculou da seguinte forma:

$$\frac{3}{4} \div \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{10}{3}$$

Concordas com a Maria? Explica a tua resposta.

3. Calcula o valor numérico das seguintes expressões, apresentando os cálculos intermédios:

3.1. $-\frac{1}{3} + \frac{5}{2} \div (-3)$

3.2. $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right)$

3.3. $\dfrac{-3+\frac{1}{2}}{-\frac{2}{5}}$

3.4. $4 - \frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$

3.5. $-\frac{2}{3} + 1 \div 0,2$

4. Calcula o valor da seguinte expressão numérica por dois processos diferentes: aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e não aplicando essa propriedade.

$-\frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)$

5. Considera duas resoluções válidas para calcular o valor numérico da expressão:

$-\ 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

Proposta 1	Proposta 2
$-\ 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) =$ $= (-\ 3 + 5) \times \left(-\frac{1}{2}\right) =$ $= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) =$ $=-\ 1$	$-\ 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) =$ $= \frac{3}{2} - \frac{5}{2} =$ $=-\frac{2}{2} =$ $=-\ 1$

Numa das propostas foi aplicada a propriedade distributiva da adição em relação à adição. Identifica-a e explica como se procedeu.

6. A professora Sandra desafiou os seus alunos a calcularem mentalmente o valor da seguinte expressão:
$-\left(-\frac{5}{2}\right) \times 3 + \frac{4}{7} \times \left(-\frac{5}{8}\right)$

6.1. Explica como determinar o valor, na forma de fração, de:

6.1.1. $-\left(-\frac{5}{2}\right) \times 3$

6.1.2. $\frac{4}{7} \times \left(-\frac{5}{8}\right)$

6.2. Um dos seus alunos mais empenhados apresentou aquilo que considerou uma forma de facilitar o cálculo mental:

$-\left(-\frac{5}{2}\right) \times 3 + \frac{4}{7} \times \left(-\frac{5}{8}\right) =$

$= (-\ 3) \times \left(-\frac{5}{2}\right) + \frac{1}{7} \times \left(-\frac{5}{2}\right) =$

$= \left(-\ 3 + \frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) =$

$= \left(-\frac{20}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) =$

$= \frac{50}{7}$

Explica como procedeu.

Tarefa 5 - Calcular com potências

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 5 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Compreender o significado de potência de base racional e expoente inteiro:
- Reconhecer e aplicar as regras operatórias de potências de base racional e expoente inteiro;
- Simplificar e calcular expressões numéricas envolvendo potências;
- Conjeturar ou generalizar regularidades na multiplicação e divisão de potências e justificar;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.
As turmas de antecipação da generalização das novas AE não tinham trabalhado as regras de potências, previstas nas AE 2021 para o 2.º ciclo do ensino básico.
A questão 3 foi importante para mostrar a vantagem de usar um contra exemplo.
As questões 5.5 e 5.6 foram utilizadas como uma possível extensão da tarefa.

Calcular com potências

1. Repara que $2^2 = 4$ e que $2 \times 2 = 4$.

1.1. Verifica o que acontece nos seguintes casos e noutros por ti escolhidos, usando, se necessário, a calculadora.

$0^2 =$	e	$0 \times 2 =$	$10^2 =$	e	$10 \times 2 =$
$4^2 =$	e	$4 \times 2 =$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$	e	$\frac{1}{2} \times 3 =$
$3^3 =$	e	$3 \times 3 =$	$\left(\frac{5}{3}\right)^4 =$	e	$\frac{5}{3} \times 4 =$

1.2. O que podes concluir?

(Fonte: Matemática para todos - investigações na sala de aula)

2. Determina cada uma das seguintes potências.

10^3	1^4	$0,45^2$
10^5	1^8	$0,45^4$
10^6	1^{18}	$0,45^7$

2.1. E se calculasses 10^7, seria maior ou menor que 10^6?

2.2. E se calculasses $0,45^9$, seria maior ou menor que $0,45^7$?

2.3. O que se passa com as potências de base 1?

2.4. De todo o estudo que fizeste, que conclusões podes tirar?

(Fonte: Matemática para todos - investigações na sala de aula)

3. Repara que $4^2 = 16$ e $2^4 = 16$. Será sempre verdade que $a^n = n^a$? Justifica a tua resposta.

(Fonte: Matemática para todos - investigações na sala de aula)

4. Completa a tabela.

Produto e quociente de potências com bases ou expoentes iguais	$m,\ n \in \mathbb{N}^+$ $a,\ b \in \mathbb{Q}$
$5^2 \times 5^4 = (\_\_ \times \_\_) \times (5 \times \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_) = \_\_^6 = 5^{\_\_+\_\_}$	$a^m \times a^n = a^{\_\_\_}$
$\frac{4^5}{4^2} = \frac{\_\_\times\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}{\_\_\times 4} = 4^{\_\_} = 4^{\_\_-\_\_}$	$a^m \div a^n =$ $(a \neq 0)$
$3^2 \times 5^2 = (\_\_ \times \_\_) \times (5 \times \_\_) = (3 \times 5) \times (\_\_ \times \_\_) = \_\_^2$	$a^m \times b^m =$
$\frac{6^3}{2^3} = \frac{6\times\_\_\_\_\_\_}{2\times\_\_\_\_\_\_} = \_^3 = \left(\frac{\_\_}{\_\_}\right)^3$	$a^m \div b^m =$ $(b \neq 0)$
$\left(3^2\right)^3 = (\_\_ \times \_\_)^3 = (\_\_ \times \_\_) \times (\_\_ \times \_\_) \times (\_\_ \times \_\_) = 3^{\_\_}$	$\left(a^m\right)^n =$

5. Simplifica as seguintes expressões, aplicando, sempre que possível, as regras operatórias das potências.

5.1. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7$

5.2. $\dfrac{\left(\frac{1}{2}+1\right)^5}{\left(\frac{3}{2}\right)}$

5.3. $\left[(-\ 3)^3\right]^4 \times \left(-\ \frac{2}{5}\right)^{12}$

5.4. $\left(\frac{5}{4}\right)^{11} \div (-\ 5)^{11}$

EXTENSÃO:

5.5. $(-\ 3)^7 \div (-\ 3) \times \left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^2$

5.6. $\left(\frac{3}{2}\right)^7 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

Tarefa 6 - Potências de base racional e expoente inteiro

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 6 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Compreender o significado de potência de base racional e expoente inteiro;
- Reconhecer e aplicar as regras operatórias de potências de base racional e expoente inteiro;
- Simplificar e calcular expressões numéricas envolvendo potências;
- Interpretar situações matemáticas que envolvam potências de base racional e expoente inteiro e resolver problemas associados;
- Operar com potências de base racional e expoente inteiro, apresentando e explicando ideias e raciocínios;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.
As questões 6.3 e 6.4 foram utilizadas como uma possível extensão da tarefa.

Potências de base racional e expoente inteiro

1. Calcula o valor das seguintes potências.

$(-1)^1 =$

$(-1)^2 =$

$(-1)^3 =$

$(-1)^4 =$

…..

$(-1)^8 =$

$(-1)^9 =$

1.1. Sem calcular $(-1)^{5402}$, indica o seu valor. Explica a tua resposta.

1.2. Sem calcular $(-1)^{45905}$, indica o seu valor. Explica a tua resposta.

1.3. O que podes concluir acerca dos valores de $(-1)^n$, para qualquer $n \in \mathbb{N}^+$?

1.4. Sem calcular a potência, será positivo ou negativo o valor de $(-2)^{12}$? Explica a tua resposta.

1.5. Sem calcular a potência, será positivo ou negativo o valor de $(-2)^{321}$? Explica a tua resposta.

1.6. Sem calcular a potência, será positivo ou negativo o valor de $(1)^{12}$? Explica a tua resposta.

1.7. Sem calcular a potência, será positivo ou negativo o valor de $(2)^{321}$? Explica a tua resposta.

1.8. Quando é que os valores de a^n, para quaisquer $a \in \mathbb{Q}$ e $n \in \mathbb{N}^+$, são positivos? E quando é que são negativos? Justifica a tua resposta.

2. Utiliza as regras de potências trabalhadas na aula anterior e aplica-as sempre que possível às seguintes expressões:

- $10^5 \div 10^2$
- $2^4 \times 3^4$
- $(-12)^6 \div 2^6$
- $(-5)^3 \div (-5)^3$
- $2^3 + 2^4$
- $3^2 - 3^3$
- $3^n \times 2^n$
- $a^5 \div a^5$

(Fonte: Matemática para todos - investigações na sala de aula)

3. Nota que nos dois últimos casos da questão anterior tanto podes aplicar a regra do quociente de potências com a mesma base como a do quociente de potências com o mesmo expoente.

3.1. Que resultados obténs aplicando uma e outra regra?

3.2. Experimenta com outros exemplos idênticos aos anteriores. O que poderás concluir acerca do valor de a^0 ?

(Fonte: Matemática para todos - investigações na sala de aula)

4. Considera a seguinte sequência:

$$81 \qquad 27 \qquad 9 \qquad 3 \qquad 1 \qquad \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{9} \qquad \frac{1}{27} \qquad (\ldots)$$

4.1. Qual é a lei de formação desta sequência?

4.2. Como podes representar os termos indicados sob a forma de potência de base 3?

4.3. Como relacionas as potências de base três e expoentes simétricos?

4.4. De que outra forma podes escrever 3^{-n}, utilizando o simétrico desse expoente?

4.5. Escreve uma expressão geradora (termo geral) que represente todos os termos da sequência.

5. Sem efetuares cálculos, escreve as potências por ordem crescente.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3, \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}, (-\ 1)^3, \left(-\ \frac{2}{5}\right)^3, \left(-\ \frac{2}{5}\right)^{-3}, 2^3, 2^{-3}, (-\ 2)^3, (-\ 2)^{-3}$$

6. Simplifica as seguintes expressões, aplicando, sempre que possível, as regras operatórias das potências

6.1. $\left(-\ \frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$

6.2. $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

EXTENSÃO:

6.3. $\dfrac{(-2)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}}{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^3}$

6.4. $\left[(-\ 1000)^0 + \frac{1}{3}\right]^5 \div \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$

Tarefa 7 - A Lua aqui tão perto

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 7 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Interpretar situações matemáticas que envolvam potências de base racional e expoente inteiro e resolver problemas associados;
- Reconhecer e aplicar etapas do processo de resolução de problemas;
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de três ou quatro alunos.
A tarefa "A Lua aqui tão perto" teve como intenção de, após a sua resolução, levar os alunos a discutir e identificar as etapas da resolução de problemas, para no final listar os critérios de avaliação (os aspetos essenciais) e apreciar o seu sucesso no que se refere a esta capacidade matemática. Constituiu, assim, mais um momento de avaliação formativa. A tarefa "Banhos (frios) públicos" foi usada, numa outra aula, como momento de avaliação sumativa. Nesta tarefa, para cada uma das turmas, foram trabalhados os dados relativos ao número de habitantes da localidade onde cada turma pertence, razão pela qual no enunciado da tarefa surgem dois dados. Sugere-se que, no caso desta tarefa ser trabalhada, se usem os dados da localidade onde a escola se insere.

A Lua aqui tão perto

Imagina que seria possível dobrar uma folha de papel tantas vezes quantas quisesses. Vamos considerar uma folha de papel de espessura 0,0001 m e que a distância média da Terra à Lua é de 384 403 km (embora varie conforme o curso da órbita da Lua).

1. Quantas vezes te parece que seria necessário dobrar ao meio uma folha de papel para se atingir a distância da Terra à Lua?
2. Com recurso a uma folha de cálculo, determina agora o número exato de dobragens necessárias para atingir a distância da Terra à Lua. Explica o teu procedimento.

Banhos (frios) públicos

No verão de 2014, surgiu a moda dos banhos públicos de água fria nas redes sociais, um desafio que terá começado nos EUA com uma iniciativa de solidariedade.

O Alberto tomou conhecimento desta iniciativa e decidiu, no dia 1 de janeiro de 2023, tomar um banho e partilhou o vídeo numa rede social. Escolheu ainda três amigos e lançou-lhes o desafio de, em 24 horas, publicarem na mesma rede social um vídeo a tomarem um banho (frio). Cada um destes amigos desafia, nas 24 horas seguintes, outros três, e assim sucessivamente.

Sabe-se que a população da freguesia de Reguengos Monsaraz/Pinhal Novo é de 7 261/27 010 e consideramos que todos os amigos indicados aceitam o desafio e ninguém o inicia sem ser contactado por outro.

- Qual o primeiro dia em que o número de pessoas que estariam a ser desafiadas é superior à população da freguesia de Reguengos Monsaraz/Pinhal Novo?
- Em que dia se prevê que o número de pessoas que já realizaram o desafio seja superior à população da freguesia de Reguengos Monsaraz/Pinhal Novo?

Explica como pensaste e mostra como chegaste às tuas respostas.

Tarefa 8 - Estimar comprimentos

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 8 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

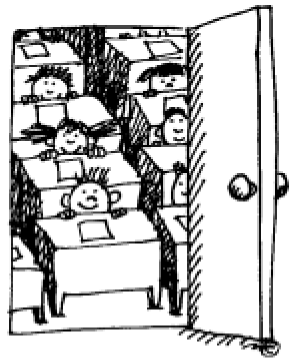
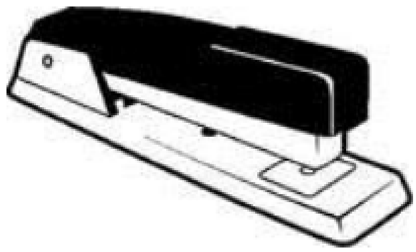
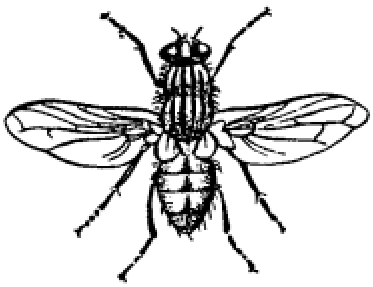
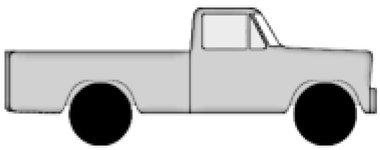
- Analisar situações da vida real que envolvam números muito próximos de zero, reconhecendo as vantagens da escrita em notação científica.
- Representar e comparar números racionais positivos em notação científica (com potência de base 10 e expoente inteiro);
- Operar com números em notação científica em casos simples;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de três ou quatro alunos.
Para facilitar o início do trabalho dos diferentes grupos, os cartões foram entregues já recortados.

Estimar comprimentos

1. A cada uma das imagens apresentadas, nos cartões que foram distribuídos a todos os grupos, é possível associar um comprimento, que pode ser expresso na forma decimal ou em notação científica.

Imagens

Altura de uma árvore 	Distância da Terra à Lua 	Altura de uma porta 
Altura de uma montanha 	Espessura de uma nota 	Comprimento de um agrafador 
Comprimento de uma mosca 	Comprimento de uma carrinha 	Envergadura de um avião 

Valores representados na forma decimal (em metros)

20	60	$0,012$
$0,12$	3	$8\,000$
$400\,000\,000$	$0,0001$	

Valores representados em notação científica (em metros)

2×10^{0}	1×10^{-4}	8×10^{3}
3×10^{0}	2×10^{1}	4×10^{8}
6×10^{1}	$1,2 \times 10^{-1}$	

1.1. Numa cartolina (painel), cola os ternos (imagem, valor representado na forma decimal e valor representado em notação científica) correspondentes por ordem crescente, completando os dois valores em falta na representação decimal e na representação em notação científica.

1.2. Explica como é que comparas dois números escritos em notação científica.

1.3. Tendo por base os números escritos em notação científica, entre que pares:

1.3.1. um é o triplo do outro?

1.3.2. um corresponde a 10% do outro?

1.4. Quantas notas terias que sobrepor para atingir a altura da montanha? Apresenta o resultado em notação científica.

(Adaptado de MARS, acessível em https://www.map.mathshell.org/lessons.php?unit=8100&collection=8)

2. Apresenta o resultado final das questões seguintes em notação científica:

2.1. O diâmetro médio das partículas de SARS-CoV-2 é de 100 nanômetros. Sabendo que um nanômetro corresponde a 0,000000001 metros, qual o diâmetro médio das partículas de SARS-CoV-2, em metros?

2.2. Qual é a metade de 1×10^{-5}?

2.3. As bactérias têm, em média, uma dimensão de 1×10^{-5} metros e os vírus chegam a ter, no máximo, um centésimo dessa medida. Qual é a dimensão máxima de um vírus?