

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
11.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Curso Científico-Humanístico
de Ciências Sociais e Humanas

Duração da prova: 150 minutos
 2006

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

COTAÇÕES

1.		
1.1.	10 pontos
1.2.	40 pontos
2.		
2.1.	15 pontos
2.2.	15 pontos
2.3.	20 pontos
3.		
3.1.	15 pontos
3.2.	20 pontos
3.3.	20 pontos
3.4.	20 pontos
3.5.	25 pontos
	TOTAL	200 pontos

V.S.F.F.

835/C/1

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Critérios gerais

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As cotações a atribuir às respostas dos examinandos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
 - Se o examinando se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
 - Se o examinando não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8, 9 e 10 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas no ponto 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salieta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.
6. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
 - 6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 6.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

 - erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
 - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

- 6.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.
- 6.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
- 6.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
- 6.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
7. Existem, por vezes, itens em que está prevista a elaboração de uma composição. Nesses itens, os critérios específicos prevêem uma valorização das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. Esta valorização é feita de acordo com os seguintes níveis de desempenho:
- Nível 3 - Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de coerência e de rigor de sentido.
- Nível 2 - Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
- Nível 1 - Composição sem estruturação, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.
8. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o examinando não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização).
9. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
10. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item. Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.

11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos

Critérios específicos

1.1. 10

Esta questão pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Determinar o número total de votos (68 043)

Determinar o número de abstenções (141 360 - 68 043 = 73 317)

Determinar a percentagem pedida (52%)

2.º Processo

Determinar o número total de votos (68 043)

Determinar a percentagem de votantes (48%)

Determinar a percentagem pedida (52%)

Qualquer que seja o processo utilizado, a cotação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Resolução correcta 10

Resolução completa, mas parcialmente correcta 5 a 9

Neste nível, a cotação deve ser atribuída de acordo com as seguintes desvalorizações:

Erros ocasionais de contas..... -1

Resultado final não arredondado às unidades ou incorrectamente arredondado -1

Não inclusão do número de votos brancos e nulos no total de votos..... -3

Outras situações 0

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Começemos por determinar, aplicando o método de Hondt, o número de mandatos de cada força política. No quadro seguinte, apresentam-se os quocientes que se obtêm dividindo o número de votos de cada partido pelos divisores 1, 2, 3, 4, ..., 11, destacando os onze maiores.

	A	B	C	D	E	F
Número de votos / 1	28799,0	17437,0	11959,0	4785,0	948,0	340,0
Número de votos / 2	14399,5	8718,5	5979,5	2392,5	474,0	170,0
Número de votos / 3	9599,7	5812,3	3986,3	1595,0	316,0	113,3
Número de votos / 4	7199,8	4359,3	2989,8	1196,3	237,0	85,0
Número de votos / 5	5759,8	3487,4	2391,8	957,0	189,6	68,0
Número de votos / 6	4799,8	2906,2	1993,2	797,5	158,0	56,7
Número de votos / 7	4114,1	2491,0	1708,4	683,6	135,4	48,6
Número de votos / 8	3599,9	2179,6	1494,9	598,1	118,5	42,5
Número de votos / 9	3199,9	1937,4	1328,8	531,7	105,3	37,8
Número de votos / 10	2879,9	1743,7	1195,9	478,5	94,8	34,0
Número de votos / 11	2618,1	1585,2	1087,2	435,0	86,2	30,9

Do quadro anterior resulta que o partido A elegeu seis vereadores, o partido B, três, e o partido C, dois.

Se o partido D tivesse obtido mais 15 votos, teria ficado com 4800 votos.

O quociente da divisão de 4800 por 1, que é 4800, ultrapassa o quociente 4799,8.

Portanto, se o partido D tivesse obtido mais 15 votos, elegeria o seu cabeça-de-lista, em prejuízo do partido A, o qual, em vez de seis vereadores, elegeria apenas cinco.

O partido A, que conseguiu maioria absoluta de mandatos, seis em onze, deixaria de ter essa maioria absoluta, tendo, por isso, necessidade de dialogar com a oposição. É neste contexto que surge a frase do cabeça-de-lista do partido D.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo ilustra, para que uma composição possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- cálculo do número de mandatos obtidos por cada força política;
- conclusão de que o partido A teria eleito menos um vereador, em benefício do partido D, se este partido tivesse tido mais 15 votos;
- explicação do sentido da frase do cabeça-de-lista do partido D.

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada (ver critério geral 7).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Analisa correctamente os três pontos		40	38	36
Analisa correctamente apenas os dois primeiros pontos		30	28	26
Analisa correctamente apenas o primeiro ponto		14	12	10

Nota: não se exige o cálculo/apresentação de todos os quocientes que figuram na tabela acima, mas apenas dos necessários para a análise pretendida; eventuais erros de contas no cálculo desses quocientes, que não afectem as conclusões, não devem ser tomados em consideração.

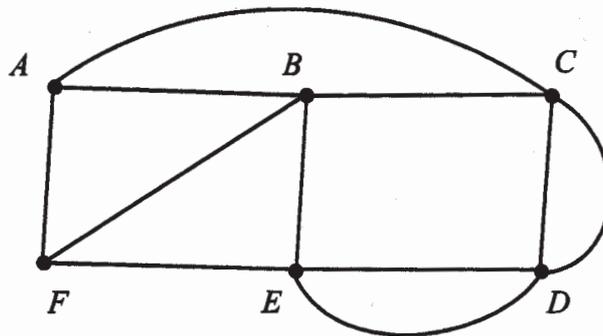
2.1. 15

Construção do grafo (**ver nota**)..... 5

Referência ao facto de o vértice A e/ou o vértice F terem grau ímpar 5

Conclusão: como é condição necessária, para que um grafo admita um circuito de Euler, que todos os seus vértices sejam de grau par, este grafo não admite um circuito de Euler, pelo que o grupo tem de percorrer pelo menos um caminho mais do que uma vez. 5

Nota: apresenta-se a seguir um exemplo de grafo que modela o mapa.



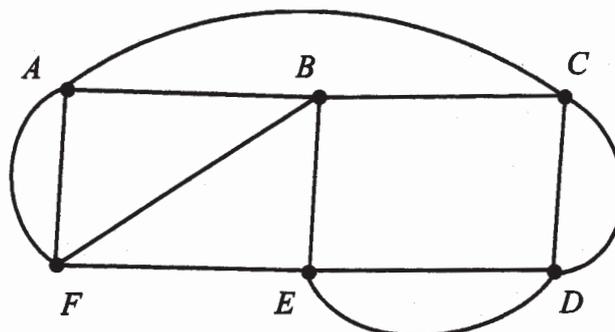
2.2. 15

Eulerização do grafo (**ver nota 1**) 5

Indicação de um percurso (**ver nota 2**) 10

Notas:

1. Apresenta-se a seguir um exemplo de eulerização do grafo:



2. Apresenta-se a seguir um exemplo de um percurso: *ACDEDCBEFBAFA*

2.3. 20

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Dado que a realidade é complexa, torna-se necessária, para a resolução de problemas concretos, a construção de modelos que a simplifiquem, no sentido de eliminar os aspectos acessórios. Na situação apresentada, são completamente irrelevantes, para a resolução do problema proposto, aspectos como os lagos, as fontes, as árvores, os nomes dos locais e as curvas dos caminhos, aspectos que não aparecem no modelo.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo acima ilustra, para que uma composição possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- explicação da necessidade de simplificar a realidade e de distinguir o essencial do acessório;
- referência aos aspectos que foram simplificados, relativamente à situação original.

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada (ver critério geral 7).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Abordagem correcta dos dois pontos		20	19	18
Abordagem correcta de apenas um ponto		10	9	8

3.1. 15

Determinar a percentagem de inquiridos que consideraram ter um elevado conhecimento sobre questões da UE (6%)..... 5

Determinar o número de inquiridos que consideraram ter um elevado conhecimento sobre questões da UE (6% de 15 800 = 948)..... 10

3.2. 20

Justificar que o primeiro quartil é 3 (A percentagem relativa aos níveis 1 e 2 é, ao todo, 22%. A percentagem relativa aos níveis 1, 2 e 3 é, ao todo, 38%. Como $22\% < 25\% < 38\%$, conclui-se que o primeiro quartil é 3.) 10

Justificar que a mediana é 4 (A percentagem relativa aos níveis 1, 2 e 3 é, ao todo, 38%. A percentagem relativa aos níveis 1, 2, 3 e 4 é, ao todo, 55%. Como $38\% < 50\% < 55\%$, conclui-se que a mediana é 4.) 10

Nota:

Se o examinando se limitar a apresentar as definições de 1.º quartil e de mediana, deverá ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos à sua resposta.

Esta questão pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Designemos por A o acontecimento «*ser português*» e por B o acontecimento «*ter-se auto-avaliado no nível 1*».

Identificação da probabilidade pedida com $P(B|A)$ 3

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \times P(B)}{P(A|B) \times P(B) + P(A|\bar{B}) \times P(\bar{B})} \dots\dots\dots 3$$

$$P(A|B) = 0,2 \dots\dots\dots 3$$

$$P(B) = 0,1 \dots\dots\dots 3$$

$$P(A|\bar{B}) = 0,05 \dots\dots\dots 3$$

$$P(\bar{B}) = 0,9 \dots\dots\dots 3$$

Resultado final correctamente apresentado (31%) 2

2.º Processo

Número de inquiridos que se auto-avaliaram no nível 1
(10% de 15 800 = 1 580)..... 3

Número de inquiridos portugueses que se auto-avaliaram no nível 1
(20% de 1 580 = 316)..... 3

Número de inquiridos que se auto-avaliaram num nível superior a 1
(90% de 15 800 = 14 220)..... 3

Número de inquiridos portugueses que se auto-avaliaram num nível superior a 1 (5% de 14 220 ≈ 711)..... 3

$$\text{Probabilidade pedida} = \frac{316}{316 + 711} \dots\dots\dots 6$$

Resultado final correctamente apresentado (31%) 2

3.4. 20

Valores de \hat{p} , z e n do intervalo

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \left[\dots\dots\dots 18$$

- $\hat{p} = 0,1$ 6
- $n = 15\ 800$ 6
- $z = 2,576$ 6

Intervalo pedido $(] 0,094 ; 0,106 [)$ 2

3.5. 25

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

A margem de erro de um intervalo de confiança é metade da amplitude do intervalo.

Suponhamos, então, que $\hat{p} = 0,5$ e que $n = 100$. Para um intervalo com uma confiança de 95%, centrado em \hat{p} , tem-se que $z = 1,96$.

Portanto, $z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ toma o valor 0,098.

Nestas condições, um intervalo de confiança para p é $]0,5 - 0,098 ; 0,5 + 0,098[$, ou seja, $]0,402 ; 0,598[$.

Este intervalo tem uma margem de erro de 0,098.

Experimentemos agora atribuir a n um valor superior a 100.

Seja, por exemplo, $n = 500$. Nestas circunstâncias, $z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ toma o valor 0,044.

Portanto, um intervalo de confiança para p é $]0,5 - 0,044 ; 0,5 + 0,044[$, ou seja, $]0,456 ; 0,544[$.

Este intervalo tem uma margem de erro de 0,044.

Se aumentássemos ainda mais o valor de n , a margem de erro do intervalo diminuiria ainda mais.

De um modo geral, podemos afirmar que, quando, mantendo a confiança, se aumenta a dimensão da amostra, a margem de erro diminui.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo apresentado ilustra, para que uma composição possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- definição correcta de margem de erro de um intervalo de confiança para uma proporção;
- simulação da variação da margem de erro de um intervalo de confiança, em função da dimensão da amostra;
- relação entre o aumento da dimensão da amostra e a diminuição da margem de erro.

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada (ver critério geral 7).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Abordagem correcta dos três pontos		25	24	23
Abordagem correcta de apenas dois pontos		17	16	15
Abordagem correcta de apenas um ponto		8	7	6

