

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 06.05.2009

10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas
aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura 1 está representada, em referencial o.n. xOy , uma circunferência de centro no ponto $P(2, -1)$

Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

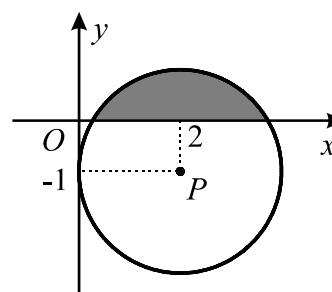


Figura 1

- (A) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$
- (B) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$
- (C) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$
- (D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$

2. Na figura 2 está o gráfico de uma função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = |x - a| + b$, em que a e b designam dois números reais.

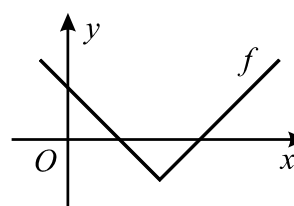


Figura 2

- (A) $a > 0 \wedge b > 0$
- (B) $a > 0 \wedge b < 0$
- (C) $a < 0 \wedge b > 0$
- (D) $a < 0 \wedge b < 0$

3. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = |x| + 7$. Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $g(x) = 3$ (B) $g(x) = 5$ (C) $g(x) = 7$ (D) $g(x) = 9$

4. Na figura 3 estão representadas, em referencial o.n. xOy , duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas, f e g .

Os vértices das duas parábolas têm a mesma abscissa.

A ordenada de um dos vértices é igual a 3 e a ordenada do outro vértice é igual a 4.

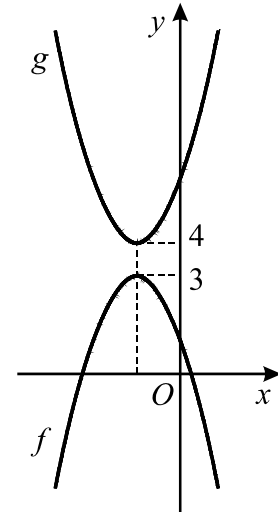


Figura 3

Qual das expressões seguintes define a função g ?

(A) $-f(x) + 7$ (B) $-f(x) + 1$ (C) $-[f(x) + 1]$ (D) $-[f(x) + 7]$

5. Uma empresa de telecomunicações anuncia o seguinte plano de preços para as chamadas telefónicas feitas a partir de um telefone registado nessa empresa:

- 12 cêntimos pelo primeiro minuto de conversação (se a chamada durar menos de um minuto, o preço a pagar também é 12 cêntimos);
- 0,1 cêntimos por segundo, a partir do primeiro minuto.

Por exemplo, se uma chamada durar um minuto e meio, o preço a pagar é 15 cêntimos (12 cêntimos pelo primeiro minuto, mais 0,1 cêntimos por cada um dos trinta segundos seguintes).

Qual das expressões seguintes dá o preço a pagar, em cêntimos, por uma chamada feita a partir de um telefone registado nessa empresa, em função do tempo t de duração da chamada, medido em segundos?

(A) $\begin{cases} 12t & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1(t - 60) & \text{se } t > 60 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 12t & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1t & \text{se } t > 60 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 12 & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1(t - 60) & \text{se } t > 60 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 12 & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1t & \text{se } t > 60 \end{cases}$

GRUPO II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura 4 está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular **não regular** $[ABCDEF]$

Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{DE} = \overline{DF}$)
- a base $[ABC]$ está contida no plano xOy
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases
- o ponto A tem coordenadas $(4, 0, 0)$
- o ponto E tem coordenadas $(0, 3, 8)$
- o ponto F é o simétrico do ponto E , relativamente ao plano xOz

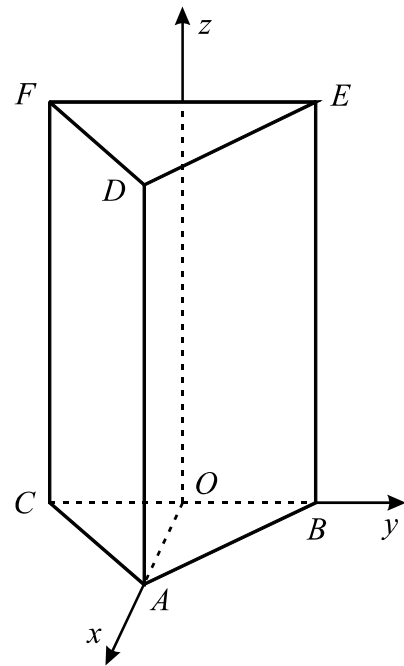


Figura 4

- 1.1. Determine uma equação vectorial da recta DF

- 1.2. Determine a área **lateral** do prisma.

2. Na figura 5 está representada uma circunferência de centro O e que contém os pontos R , S e T .

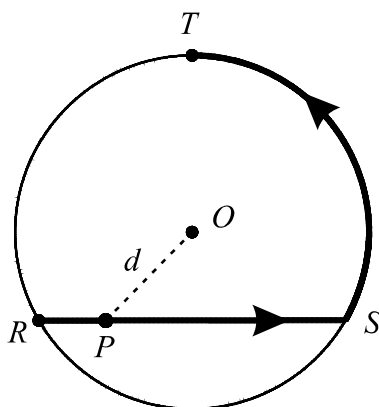
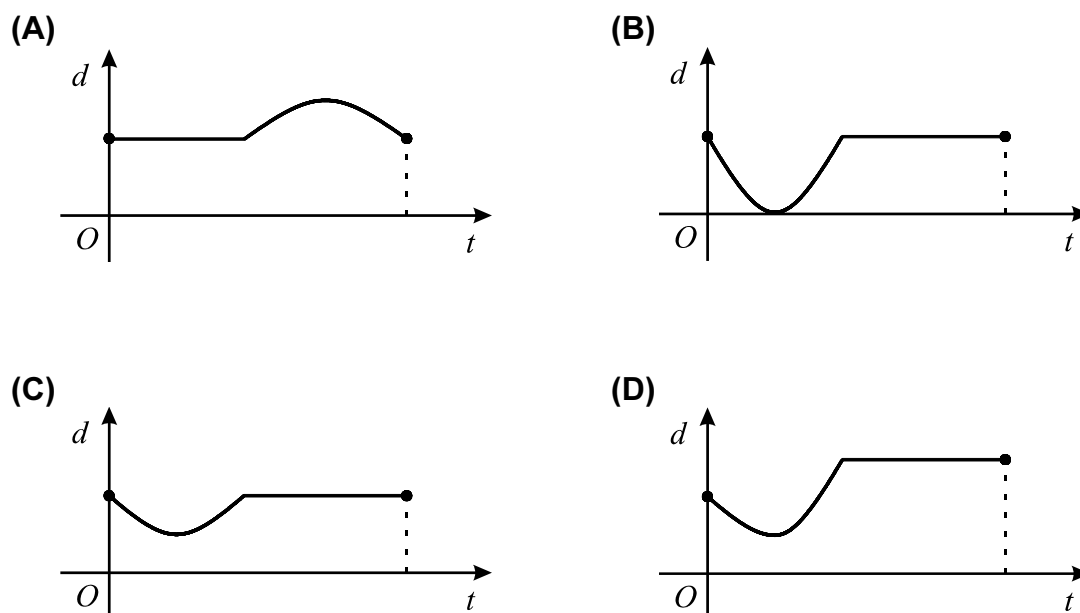


Figura 5

Um ponto P desloca-se ao longo do trajecto que a figura sugere: P inicia o percurso em R e termina-o em T , percorrendo, sucessivamente e sem parar, a corda $[RS]$ e o arco ST . Para cada posição do ponto P , seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto O .

Apenas um dos gráficos a seguir representados pode relacionar correctamente as variáveis t e d



Numa pequena composição, indique o gráfico que pode relacionar correctamente as variáveis t e d e apresente, para cada um dos gráficos rejeitados, uma razão pela qual o considerou incorrecto.

3. Na figura 6 está representado um rectângulo $[ABCD]$

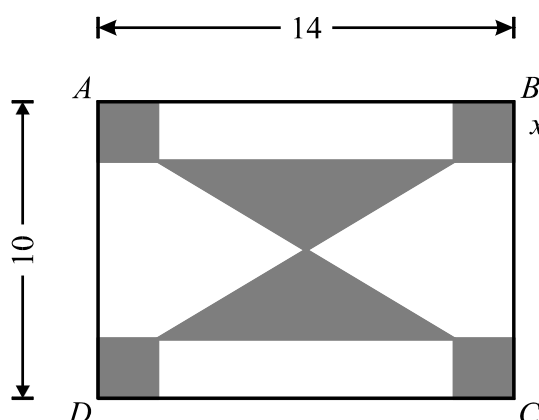


Figura 6

Este rectângulo é o esboço de uma placa decorativa de 14 cm de comprimento por 10 cm de largura e que será constituída por uma parte em metal (representada a cinzento) e por uma parte em madeira (representada a branco).

A parte em metal é formada por dois triângulos iguais e por quatro quadrados também iguais.

Cada triângulo tem um vértice no centro do rectângulo $[ABCD]$

Seja x o lado de cada quadrado, medido em cm ($x \in]0, 5[$)

Sem recorrer à calculadora, resolva os três itens seguintes.

- 3.1. Mostre que a área, em cm^2 , da parte em metal da placa decorativa é dada, em função de x , por

$$A(x) = 6x^2 - 24x + 70$$

- 3.2. Determine o valor de x para o qual a área da parte em metal é mínima e calcule essa área.
- 3.3. Determine o valor de x para o qual a área da parte em metal é igual à área da parte em madeira.

4. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

4.1. **Sem recorrer à calculadora**, resolva a inequação $f(x) < 0$, sabendo que um dos zeros de f é 4.

Apresente o conjunto solução utilizando a notação de intervalos de números reais.

4.2. Sejam A e B os pontos do gráfico de f cujas abcissas são -3 e 0 , respectivamente.

A recta AB intersecta o gráfico de f em mais um ponto. Designemos esse ponto por C .

Determine as coordenadas do ponto C , percorrendo as etapas indicadas a seguir:

- determine a equação reduzida da recta AB
- **recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**, visualize o gráfico de f e a recta AB , escolhendo uma janela que lhe permita visualizar também o ponto C
- reproduza, na sua folha de prova, o que visualiza na calculadora, assinalando também os pontos A , B e C
- recorrendo à ferramenta adequada da calculadora, determine as coordenadas do ponto C e indique-as no gráfico que desenhou (as coordenadas do ponto C são números inteiros).

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (5 × 10 pontos)50 pontos

Grupo II150 pontos

1. 40 pontos

1.1. 20 pontos

1.2. 20 pontos

2. 20 pontos

3. 50 pontos

3.1. 20 pontos

3.2. 15 pontos

3.3. 15 pontos

4. 40 pontos

4.1. 20 pontos

4.2. 20 pontos