ESCOLA SECUNDÁRIA DE ALCÁCER DO SAL

Correcção da Ficha de Trabalho – Função Quadrática

10º Ano | Ano Lectivo 2002/ 03

1.

1.1. $\Delta = b^2 - 4ac \Leftrightarrow \Delta = (-3)^2 - 4.2.2 \Leftrightarrow \Delta = 9 - 16 \Leftrightarrow \Delta = -7$

Como $\Delta < 0$ a função f não tem zeros.

1.2. Uma vez que a função f não tem zeros e a parábola que a representa graficamente tem a concavidade virada para cima (a>0), o seu extremo será um mínimo absoluto e é necessariamente positivo, pelo que a afirmação anterior é falsa.

1.3. Para podermos indicar os intervalos de monotonia da função temos que determinar primeiro a abcissa do vértice da parábola que a representa graficamente. Como a função não tem zeros, vem:

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(2x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{3}{2}$$

Então a abcissa do vértice x_V será:

$$x_V = \frac{0 + \frac{3}{2}}{2} \Leftrightarrow x_V = \frac{\frac{3}{2}}{2} \Leftrightarrow x_V = \frac{3}{4}$$

Como a parábola tem a concavidade virada para cima:

f é estritamente decrescente no intervalo $\left]-\infty; \frac{3}{4}\right[$.

f é estritamente crescente no intervalo $\left]\frac{3}{4}; +\infty\right[$.

1.4. Para determinar o contradomínio da função precisamos de encontrar primeiro a ordenada do vértice da parábola, pois esse será o valor mínimo da função:

$$y_V = f\left(\frac{3}{4}\right) = 2\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3.\frac{3}{4} + 2 = 2.\frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 2 = \frac{18}{16} - \frac{9}{4} + 2 = \frac{18}{16} - \frac{36}{16} + \frac{32}{16} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

Então $D'_f = \left[\frac{7}{8}; +\infty\right[$

2.

2.1. ... zero...

2.2. ... $x = -\frac{3}{2}$ ....

2.3. ... (1,0) ...

2.4. ... $D' = \left]-\infty; k\right]$...

2.5. ... $\left]-\frac{7}{2};+\infty\right[$ ...

3. Como sabemos os zeros da função (-2 e $\frac{3}{2}$), podemos escrever uma sua expressão analítica na forma:

$$h(x) = a(x+2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

Para determinar o valor do parâmetro *a* e uma vez que conhecemos o ponto (0, -2) que pertence à parábola:

$$h(0) = -2 \Leftrightarrow a(0+2)\left(0 - \frac{3}{2}\right) = -2 \Leftrightarrow a.2\left(-\frac{3}{2}\right) = -2 \Leftrightarrow a\left(-\frac{6}{2}\right) = -2 \Leftrightarrow -3a = -2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$$

Então uma expressão analítica de *h* será: $h(x) = \frac{2}{3}(x+2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$.

4. Como os pontos $\left(-1, \frac{21}{4}\right)$ e $\left(1, \frac{21}{4}\right)$ têm a mesma ordenada, a abcissa x_V do vértice da parábola que representa a função *g*, será:

$$x_V = \frac{-1+1}{2} \Leftrightarrow x_V = \frac{0}{2} \Leftrightarrow x_V = 0$$

Por outro lado e de acordo com o enunciado, a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto (0,5), ou seja, a ordenada do ponto de abcissa nula é 5. Mas esse ponto é o vértice da parábola, logo $y_V = 5$. Como ficámos a conhecer as coordenadas do vértice da parábola, uma expressão analítica de *g* será:

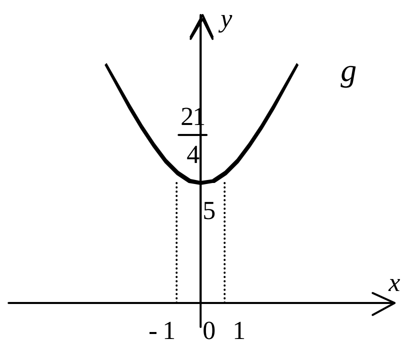
$$g(x) = a.(x-0)^2 + 5 \Leftrightarrow g(x) = ax^2 + 5$$

Para determinar o valor do parâmetro *a*, podemos utilizar um dos dois pontos que sabemos pertencer à parábola, por exemplo:

$$g(1) = \frac{21}{4} \Leftrightarrow a.1^2 + 5 = \frac{21}{4} \Leftrightarrow a + 5 = \frac{21}{4} \Leftrightarrow a = \frac{21}{4} - 5 \Leftrightarrow a = \frac{21}{4} - \frac{20}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Uma expressão analítica de *g* será então: .

$$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 5$$



5.

5.1.1. No momento em que ambas as bolas foram lançadas ao ar, $t = 0$ segundos. Então:

$$A(0) = -5.1\times 0^2 + 13.3\times 0 + 1.8 = 1.8 \text{ metros}$$

$$V(0) = -3.4\times 0^2 + 9.5\times 0 + 1.5 = 1.5 \text{ metros}$$

ou seja, a bola azul foi lançada de uma altura de 1,80 metros e a bola vermelha de uma altura de 1,50 metros.

5.1.2. No momento em que as bolas caem no chão, a altura de cada uma será zero. Procuramos os zeros de cada uma das funções.

Para a bola azul:

$$A(t) = 0 \Leftrightarrow -5.1t^2 + 13.3t + 1.8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-13.3 \pm \sqrt{13.3^2 - 4.(-5.1).1.8}}{2.(-5.1)} \Leftrightarrow t \approx -0.1 \vee t \approx 2.7 \text{ seg.}$$

Não nos interessando a solução negativa, a bola azul cai no chão aproximadamente 2,7 segundos após ter sido lançada.

Para a bola vermelha:

$$V(t) = 0 \Leftrightarrow -3.4t^2 + 9.5t + 1.5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-9.5 \pm \sqrt{9.5^2 - 4.(-3.4).1.5}}{2.(-3.4)} \Leftrightarrow t \approx -0.1 \vee t \approx 2.9$$

Não nos interessando a solução negativa, a bola vermelha cai no chão aproximadamente 2,9 segundos após ter sido lançada.

Uma vez que as bolas foram lançadas ao mesmo tempo, a bola azul foi aquela que caiu primeiro no chão e caiu 0,2 segundos antes da outra bola.

5.1.3. Pretendemos encontrar o máximo de cada uma das funções, ou seja, a ordenada do vértice de cada uma das parábolas.

Para a bola azul:

$$x_V \approx \frac{-0.13 + 2.74}{2} \Leftrightarrow x_V \approx \frac{2.61}{2} \Leftrightarrow x_V \approx 1.31 \text{ segundos}$$

$$y_V \approx A(1.31) = -5.1\times 1.31^2 + 13.3\times 1.31 + 1.8 \approx 10.47 \text{ metros}$$

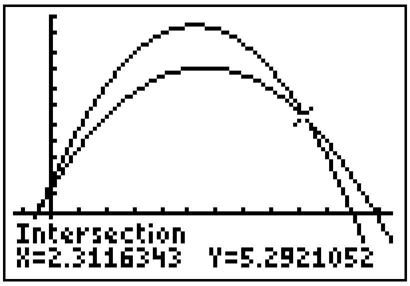
Para a bola vermelha:

$$x_V \approx \frac{-0.15 + 2.94}{2} \Leftrightarrow x_V \approx \frac{2.79}{2} \Leftrightarrow x_V \approx 1.40 \text{ segundos}$$

$$y_V \approx V(1.40) = -3.4\times 1.40^2 + 9.5\times 1.40 + 1.5 \approx 8.14 \text{ metros}$$

A bola que atingiu maior altura foi a bola azul que alcançou os 10.47 metros, aproximadamente.

5.2. Introduzi as expressões analíticas das duas funções na calculadora e defini uma janela de visualização adequada. O momento em que as duas bolas estão à mesma altura é a abcissa do ponto de intersecção dos gráficos das duas funções (devemos considerar o ponto com abcissa positiva, pois o ponto com abcissa negativa corresponderia a um momento anterior ao lançamento das bolas). Assim, usando a ferramenta da calculadora gráfica que permite encontrar o ponto de intersecção de dois gráficos, encontra-se o ponto de coordenadas (2,3 ; 5,3) o que significa que passados, aproximadamente, 2,3 segundos, as duas bolas estavam à mesma altura de 5,3 metros, aproximadamente.



6.

6.1 ... $a < 0$, $h > 0$ e $k > 0$.

6.2 ... $a < 0$, $\alpha_1 < 0$ e $\alpha_2 > 0$.

6.3 ... $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.