



ESCOLA SECUNDÁRIA DE ALCÁCER DO SAL

Ficha de Trabalho 1- Trigonometria

Matemática

11º B, C e D

Ano Lectivo 2004/05

Temas: Razões trigonométricas num triângulo rectângulo

Resolução de triângulos

Fórmulas fundamentais da trigonometria

Relação entre as razões trigonométricas de um ângulo x e as de $-x$, $90^\circ-x$, $x+90^\circ$, $180^\circ-x$ e $x+180^\circ$.

1. Num triângulo rectângulo [RST] sabe-se que $\overline{RS} = 4\text{cm}$, $\overline{RT} = 3\text{cm}$ e $\overline{ST} = 5\text{cm}$.

Considera as afirmações:

I. $\hat{\text{sen}}\hat{S} = \frac{3}{5}$ e $\hat{\text{cos}}\hat{S} = \frac{4}{5}$

III. $\hat{\text{tg}}\hat{T} \times \hat{\text{tg}}\hat{S} = 1$

II. $\hat{\text{sen}}\hat{T} = \hat{\text{cos}}\hat{S}$

IV. $\left(\hat{\text{sen}}\hat{T}\right)^2 + \left(\hat{\text{cos}}\hat{T}\right)^2 = 1$

Quanto ao valor lógico pode dizer-se que:

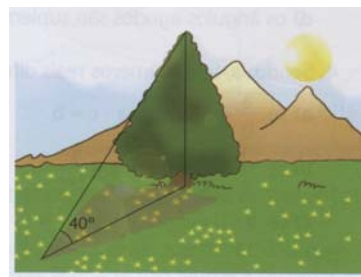
- (A) são todas verdadeiras
- (B) só II é falsa
- (C) só III é falsa
- (D) só I e IV são verdadeiras

2. Um homem com 1,80 m de altura está de pé a 3 m de um candeeiro, que está a 3,60m do solo. O comprimento da sombra do homem, produzida pela luz do candeeiro, é:

- (A) 6,48 m
- (B) 5,4 m
- (C) 4,8 m
- (D) 3,0 m

3. O arbusto da figura tem 1,4 m de altura. Quando os raios de sol incidem no chão segundo um ângulo de 40° , o valor, aproximado às décimas, do comprimento da sombra que o arbusto projecta é:

- (A) 2,2 m
- (B) 1,8 m
- (C) 1,7 m
- (D) 1,2 m



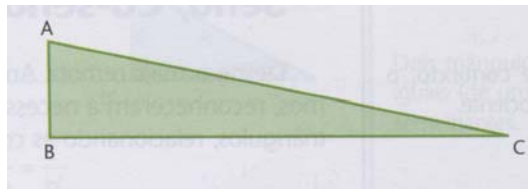
4. Se $\text{sen}(90^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$ então $\cos \alpha$ é igual a:

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (D) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

5. O ponteiro das horas de um relógio rodou 1890° desde o dia 1 de Janeiro às 12 horas até ao momento em que parou. O ponteiro dos minutos, quer no início, quer no momento de paragem, apontava o 12. Então o relógio parou:

- (A) no dia 5 de Janeiro às 12 horas
(B) no dia 4 de Janeiro às 3 horas
(C) no dia 3 de Janeiro às 15 horas.
(D) no dia 3 de Janeiro às 24 horas.

6. No triângulo [ABC], rectângulo em B, tem-se $\overline{BC} = 24\text{cm}$ e $\overline{AC} = 26\text{cm}$. Calcula:



6.1. \overline{AB}

6.4. $\text{tg } \hat{C}$

6.2. $\text{sen } \hat{A}$

6.5. um valor, aproximado ao grau, para \hat{C}

6.3. $\cos \hat{A}$

7. Sem usar calculadora, determina β sendo:

7.1. $\cos 32^\circ = \text{sen } \beta$

7.2. $\text{sen} 10^\circ = \cos \beta$

7.3. $\cos \beta = \text{sen} 15^\circ 20'$

7.4. $\text{tg} 26^\circ = \frac{1}{\text{tg} \beta}$

8. Calcula o valor exacto de $\text{sen } \beta$ sendo:

8.1. $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

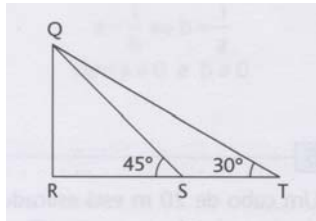
8.2. $\text{tg} \beta = 2,5$

8.3. $\text{tg}(90^\circ - \beta) = 10$

9. Seja α um ângulo obtuso cujo seno é $\frac{1}{3}$. Calcula o co-seno e a tangente desse ângulo, utilizando apenas as fórmulas fundamentais.

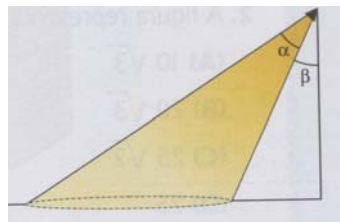
10. Se a roda da minha bicicleta percorre 25 metros em 10 voltas, determina a medida do seu raio.

11. Sabendo que $\overline{RS} = 40m$



calcula \overline{RT} e \overline{ST} , com aproximação ao metro.

12. Um poste de iluminação projecta no solo uma mancha de luz circular com, aproximadamente, $19,6 \text{ m}^2$ de área.



Sabendo que $\alpha = 32^\circ$ e $\beta = 25^\circ$, determina a altura do poste.

13. Simplifica a seguinte expressão:

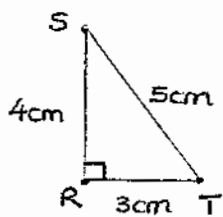
$$\text{sen}(270^\circ - \alpha) + \cos(90^\circ + \alpha) + \text{tg}(\alpha + 180^\circ) - \text{sen}(\alpha - 3\pi)$$

14. Sabendo que $\alpha \in 3^\circ \text{ Quadrante}$ e que $\cos(90^\circ + \alpha) = \frac{1}{3}$, calcula o valor exacto da

seguinte expressão: $\text{sen}(180^\circ - \alpha) + \cos(360^\circ + \alpha) + \text{tg} \alpha$

Ficha de Trabalho 1 - Trigonometria

1.

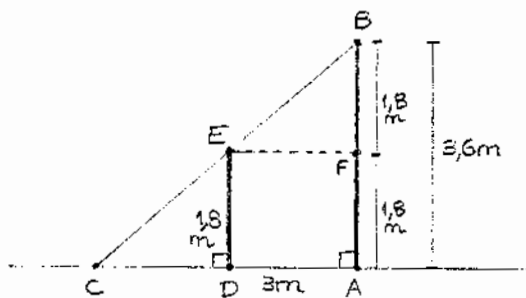


$$\left. \begin{aligned} \sin \hat{S} &= \frac{RT}{ST} \Rightarrow \sin \hat{S} = \frac{3}{5} \\ \cos \hat{S} &= \frac{RS}{ST} \Rightarrow \cos \hat{S} = \frac{4}{5} \end{aligned} \right\} \text{logo I \u00e9 verdadeira}$$

- \hat{T} e \hat{S} s\u00e3o \u00e2ngulos complementares porque $\hat{T} + \hat{S} = 90^\circ$, logo $\sin \hat{T} = \cos \hat{S}$ - II \u00e9 verdadeira
- Como \hat{T} e \hat{S} s\u00e3o \u00e2ngulos complementares $\text{tg} \hat{S} = \frac{1}{\text{tg} \hat{T}}$ ent\u00e3o $\text{tg} \hat{T} \times \text{tg} \hat{S} = \text{tg} \hat{T} \times \frac{1}{\text{tg} \hat{T}} = \frac{\text{tg} \hat{T}}{\text{tg} \hat{T}} = 1$ - III \u00e9 verdadeira
- Seja qual for o \u00e2ngulo $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ - IV \u00e9 verdadeira

Ent\u00e3o: (A) s\u00e3o todas verdadeiras.

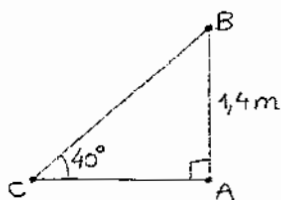
2.



[AB] representa o candeeiro
 $\overline{AB} = 3,6\text{m}$
 [DE] representa o homem
 $\overline{DE} = 1,8\text{m}$
 $\overline{CD} = ?$

Como $\hat{C} = \hat{E}$ e $\overline{DE} = \overline{FB} = 1,8\text{m}$, os tri\u00e2ngulos [CDE] e [EFB] s\u00e3o semelhantes (e geometricamente iguais) logo $\overline{CD} = \overline{EF} = \overline{DA} = 3\text{m}$, ou seja, a sombra do homem produzida pela luz do candeeiro mede 3 metros. Op\u00e7\u00e3o (D)

3.



[AB] representa o arbusto
 $\overline{AB} = 1,4\text{m}$
 $\hat{C} = 40^\circ$
 $\overline{CA} = ?$

$$\text{tg} \hat{C} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} \Rightarrow \text{tg} 40^\circ = \frac{1,4}{\overline{CA}} \Rightarrow \overline{CA} = \frac{1,4}{\text{tg} 40^\circ} \Rightarrow \overline{CA} \approx 1,7\text{m}$$

Op\u00e7\u00e3o (c)

4. Sabemos que $\sin(90^\circ + x) = \cos x$ logo $\cos x = \frac{2}{3}$. Opção (A)

5. $\frac{1890^\circ}{090^\circ} \frac{360^\circ}{5}$

$$1890^\circ = 5 \times 360^\circ + 90^\circ$$



O ponteiro das horas descreveu 5 voltas completas e mais 90° . As 5 voltas completas correspondem a 5 períodos de 12 horas, ou seja, desde as 12 horas do dia 1 de janeiro até às 24 horas do dia 3 de janeiro. Os 90° percorridos correspondem a um período de 3 horas, uma vez que o ponteiro dos minutos, quando o movimento parou, indicara o 12.

Então o relógio parou às 3 horas do dia 4 de janeiro.

Opção (B)

6.

6.1. $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$

$$\overline{AB}^2 + 24^2 = 26^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 676 - 576 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 100 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{100} \Rightarrow \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$

6.2. $\sin \hat{A} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{24}{26} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{12}{13}$

6.3. $\cos \hat{A} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{10}{26} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{5}{13}$

6.4. $\text{tg } \hat{C} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Rightarrow \text{tg } \hat{C} = \frac{10}{24} \Rightarrow \text{tg } \hat{C} = \frac{5}{12}$

6.5. $\text{tg } \hat{C} = \frac{5}{12} \Rightarrow \hat{C} = \text{tg}^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) \Rightarrow \hat{C} \approx 23^\circ$

7.

7.1. $\cos 32^\circ = \sin \beta \Rightarrow \beta = 90^\circ - 32^\circ \Rightarrow \beta = 58^\circ$

7.2. $\sin 10^\circ = \cos \beta \Rightarrow \beta = 90^\circ - 10^\circ \Rightarrow \beta = 80^\circ$

7.3. $\cos \beta = \sin 15^\circ 20' \Rightarrow \beta = 90^\circ 00' - 15^\circ 20' \Rightarrow \beta = 74^\circ 40'$

7.4. $\text{tg } 26^\circ = \frac{1}{\text{tg } \beta} \Rightarrow \beta = 90^\circ - 26^\circ \Rightarrow \beta = 64^\circ$

8.

8.1. $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2 \beta = 1 - \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \beta = \pm \sqrt{\frac{4}{5}} \Rightarrow \sin \beta = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

8.2. $\text{tg } \beta = 2,5$

Uma relação válida para qualquer ângulo β é

$$\text{tg}^2 \beta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$\text{Então } (2,5)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \beta} \Leftrightarrow 6,25 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \beta} \Leftrightarrow 7,25 = \frac{1}{\cos^2 \beta} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \beta = \frac{1}{7,25}$$

$$\text{Como } \text{sen}^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2 \beta + \frac{1}{7,25} = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2 \beta = 1 - \frac{1}{7,25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{sen}^2 \beta = 1 - \frac{1}{\frac{725}{100}} \Leftrightarrow \text{sen}^2 \beta = 1 - \frac{100}{725} \Leftrightarrow \text{sen}^2 \beta = \frac{725}{725} - \frac{100}{725} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{sen}^2 \beta = \frac{625}{725} \Leftrightarrow \text{sen } \beta = \pm \sqrt{\frac{625}{725}} \Leftrightarrow \text{sen } \beta = \pm \sqrt{\frac{125}{145}}$$

9. $\text{sen } \alpha = \frac{1}{3}$ e $180^\circ < \alpha < 90^\circ$

$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Como $180^\circ < \alpha < 90^\circ$, $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

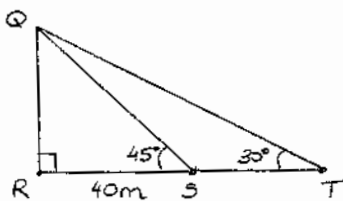
$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} \Leftrightarrow \text{tg } \alpha = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} \Leftrightarrow \text{tg } \alpha = -\frac{3}{3 \cdot 2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \text{tg } \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{tg } \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

10. Se a roda percorre 25 metros em 10 voltas então percorre $\frac{25}{10} = 2,5$ metros em cada volta. Então o perímetro da roda é 2,5 metros e:

$$P = 2\pi \cdot R. \Leftrightarrow 2,5 = 2\pi R \Leftrightarrow R = \frac{2,5}{2\pi} \Leftrightarrow R = \frac{1,25}{\pi} \text{ metros}$$

11.



$$\overline{RS} = 40\text{m}$$

$$\overline{RT} = ?$$

$$\overline{ST} = ?$$

Considerando o triângulo retângulo [QRS]:

$$\text{tg } 45^\circ = \frac{\overline{QR}}{\overline{RS}} \Leftrightarrow 1 = \frac{\overline{QR}}{40} \Leftrightarrow \overline{QR} = 40\text{m}$$

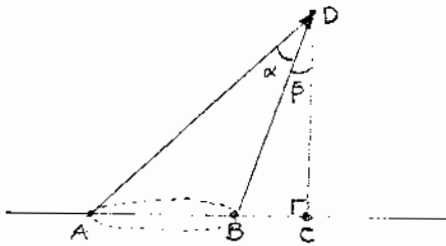
Considerando o triângulo retângulo [QRT]:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\overline{QR}}{\overline{RS} + \overline{ST}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{40}{40 + \overline{ST}} \Leftrightarrow (40 + \overline{ST}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 40 \Leftrightarrow 40 + \overline{ST} = \frac{40}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 40 + \overline{ST} = \frac{120}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \overline{ST} = \frac{120}{\sqrt{3}} - 40 \Leftrightarrow \overline{ST} = \frac{120\sqrt{3}}{3} - 40 \Leftrightarrow \overline{ST} = 40\sqrt{3} - 40 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{ST} \approx 29 \text{ m}$$

12.



$$\overline{CD} = ?$$

$$\alpha = 32^\circ \in \beta = 25^\circ$$

$$A_0 \approx 19,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Se } A_0 \approx 19,6 \text{ m}^2 \Leftrightarrow \pi \cdot R^2 \approx 19,6 \Leftrightarrow R^2 \approx \frac{19,6}{\pi} \Leftrightarrow R \approx \sqrt{\frac{19,6}{\pi}} \Leftrightarrow R \approx 2,5 \text{ m}$$

$$\text{Então, como } D_0 = 2 \cdot R \Leftrightarrow \overline{AB} \approx 2 \cdot 2,5 \Leftrightarrow \overline{AB} = 5 \text{ m.}$$

$$\text{Por um lado, } \operatorname{tg}(32^\circ + 25^\circ) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \operatorname{tg}(57^\circ) = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} 57^\circ \approx \frac{5 + \overline{BC}}{\overline{CD}} \quad (1)$$

$$\text{Por outro, } \operatorname{tg} 25^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{CD} \operatorname{tg} 25^\circ \quad (2)$$

Então, substituindo (2) em (1), vem:

$$\operatorname{tg} 57^\circ \approx \frac{5 + \overline{CD} \operatorname{tg} 25^\circ}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \overline{CD} \operatorname{tg} 57^\circ \approx 5 + \overline{CD} \operatorname{tg} 25^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} \operatorname{tg} 57^\circ - \overline{CD} \operatorname{tg} 25^\circ \approx 5 \Leftrightarrow \overline{CD} (\operatorname{tg} 57^\circ - \operatorname{tg} 25^\circ) \approx 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} \approx \frac{5}{\operatorname{tg} 57^\circ - \operatorname{tg} 25^\circ} \Leftrightarrow \overline{CD} \approx 4,66 \text{ m}$$

13. $\operatorname{sen}(270^\circ - \alpha) + \cos(90^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ) - \operatorname{sen}(\alpha - 3\pi) =$

$$= -\cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{tg} \alpha - (-\operatorname{sen} \alpha) =$$

$$= -\cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{sen} \alpha =$$

$$= -\cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha$$

14. $\alpha \in 3^\circ \text{ Quadrante}$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Como } \alpha \in 3^\circ \text{ Quadrante, } \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \in \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Então vem: } \operatorname{sen}(180^\circ - \alpha) + \cos(360^\circ + \alpha) + \operatorname{tg} \alpha =$$

$$= \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{-4 - 8\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{12} = \frac{-4 - 5\sqrt{2}}{12}$$