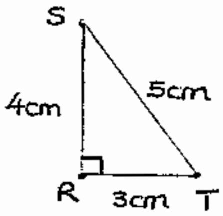
Ficha de Trabalho 1 – Trigonometria

1.



- $\text{sen}\,\hat{S} = \frac{\overline{RT}}{\overline{ST}} \Leftrightarrow \text{sen}\,\hat{S} = \frac{3}{5}$

  $\cos\hat{S} = \frac{\overline{RS}}{\overline{ST}} \Leftrightarrow \cos\hat{S} = \frac{4}{5}$

  } logo I é verdadeira

- $\hat{T}$ e $\hat{S}$ são ângulos complementares porque $\hat{T}+\hat{S}=90°$, logo $\text{sen}\,\hat{T} = \cos\hat{S}$ – II é verdadeira

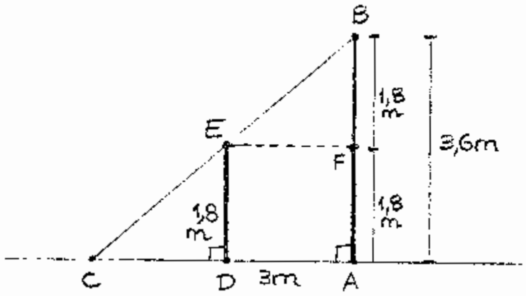
- Como $\hat{T}$ e $\hat{S}$ são ângulos complementares $tg\,\hat{S} = \frac{1}{tg\,\hat{T}}$ então

  $tg\,\hat{T} \times tg\,\hat{S} = tg\,\hat{T} \times \frac{1}{tg\,\hat{T}} = \frac{tg\,\hat{T}}{tg\,\hat{T}} = 1$ – III é verdadeira

- Seja qual for o ângulo $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ – IV é verdadeira

Então: (A) são todas verdadeiras.

2.

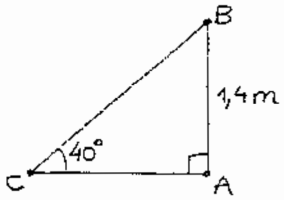


[AB] representa o candeeiro
$\overline{AB} = 3{,}6\,m$

[DE] representa o homem
$\overline{DE} = 1{,}8\,m$
$\overline{CD} = ?$

Como $\hat{C} = \hat{E}$ e $\overline{DE} = \overline{FB} = 1{,}8\,m$, os triângulos [CDE] e [EFB] são semelhantes (e geometricamente iguais) logo $\overline{CD} = \overline{EF} = \overline{DA} = 3\,m$, ou seja, a sombra do homem produzida pela luz do candeeiro mede 3 metros. Opção (D)

3.



[AB] representa o arbusto
$\overline{AB} = 1{,}4\,m$
$\hat{C} = 40°$
$\overline{CA} = ?$

$$tg\,\hat{C} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} \Leftrightarrow tg\,40° = \frac{1{,}4}{\overline{CA}} \Leftrightarrow \overline{CA} = \frac{1{,}4}{tg\,40°} \Leftrightarrow \overline{CA} \simeq 1{,}7\,m$$

Opção (C)

4. Sabemos que $sen(90°+\alpha) = \cos\alpha$ logo $\cos\alpha = \frac{2}{3}$. Opção (A)

5. $1890° \underline{|360°}$
$090° \quad 5$

$1890° = 5 \times 360° + 90°$

$\downarrow$

O ponteiro das horas descreveu 5 voltas completas e mais 90°. As 5 voltas completas correspondem a 5 períodos de 12 horas, ou seja, desde as 12 horas do dia 1 de janeiro até às 24 horas do dia 3 de janeiro. Os 90° percorridos correspondem a um período de 3 horas, uma vez que o ponteiro dos minutos, quando o movimento parou, indicara o 12.
Então o relógio parou às 3 horas do dia 4 de janeiro.

Opção (B)

6.

6.1. $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$

$\overline{AB}^2 + 24^2 = 26^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 676 - 576 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 100 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{100} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AB} = 10\text{ cm}$

6.2. $sen\,\hat{A} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow sen\,\hat{A} = \frac{24}{26} \Leftrightarrow sen\,\hat{A} = \frac{12}{13}$

6.3. $\cos\hat{A} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos\hat{A} = \frac{10}{26} \Leftrightarrow \cos\hat{A} = \frac{5}{13}$

6.4. $tg\,\hat{C} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow tg\,\hat{C} = \frac{10}{24} \Leftrightarrow tg\,\hat{C} = \frac{5}{12}$

6.5. $tg\,\hat{C} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \hat{C} = tg^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) \Leftrightarrow \hat{C} \simeq 23°$

7. 7.1. $\cos 32° = sen\,\beta \Leftrightarrow \beta = 90° - 32° \Leftrightarrow \beta = 58°$

7.2. $sen\,10° = \cos\beta \Leftrightarrow \beta = 90° - 10° \Leftrightarrow \beta = 80°$

7.3. $\cos\beta = sen\,15°20' \Leftrightarrow \beta = 90°00' - 15°20' \Leftrightarrow \beta = 74°40'$

7.4. $tg\,26° = \frac{1}{tg\,\beta} \Leftrightarrow \beta = 90° - 26° \Leftrightarrow \beta = 64°$

8. 8.1. $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$sen^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow sen^2\beta + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow sen^2\beta + \frac{1}{5} = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{1}{5} \Leftrightarrow sen^2\beta = \frac{4}{5} \Leftrightarrow sen\,\beta = \pm\sqrt{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow sen\,\beta = \pm\frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow sen\,\beta = \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8.2. $tg\,\beta = 2,5$

Uma relação válida para qualquer ângulo β é

$$tg^2\beta + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta}$$

Então $\quad (2,5)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta} \Leftrightarrow 6,25 + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta} \Leftrightarrow 7,25 = \frac{1}{\cos^2\beta} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos^2\beta = \frac{1}{7,25}$

Como $sen^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow sen^2\beta + \frac{1}{7,25} = 1 \Leftrightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{1}{7,25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{1}{\frac{725}{100}} \Leftrightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{100}{725} \Leftrightarrow sen^2\beta = \frac{725}{725} - \frac{100}{725} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow sen^2\beta = \frac{625}{725} \Leftrightarrow sen\beta = \pm\sqrt{\frac{625}{725}} \Leftrightarrow sen\,\beta = \pm\sqrt{\frac{125}{145}}$

9. $\quad sen\,\alpha = \frac{1}{3} \quad e \quad 180° < \alpha < 90°$

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{9} + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{8}}{3} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Como $\quad 180° < \alpha < 90°, \; \cos\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$

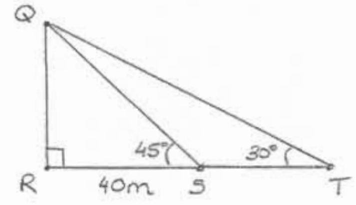
$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow tg\,\alpha = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} \Leftrightarrow tg\,\alpha = -\frac{3}{3.2\sqrt{2}} \Leftrightarrow tg\,\alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow tg\,\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

10. Se a roda percorre 25 metros em 10 voltas então percorre $\frac{25}{10} = 2,5$ metros em cada volta. Então o perímetro da roda é 2,5 metros e:

$P = 2\pi.R. \Leftrightarrow 2,5 = 2\pi R \Leftrightarrow R = \frac{2,5}{2\pi} \Leftrightarrow R = \frac{1,25}{\pi}$ metros

11.



$\overline{RS} = 40m$

$\overline{RT} = ?$

$\overline{ST} = ?$

Considerando o triângulo rectângulo [QRS]:

$$tg\,45° = \frac{\overline{QR}}{\overline{RS}} \Leftrightarrow 1 = \frac{\overline{QR}}{40} \Leftrightarrow \overline{QR} = 40m$$

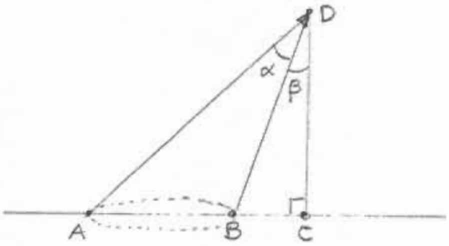
Considerando o triângulo rectângulo [QRT]:

$tg\,30° = \frac{\overline{QR}}{\overline{RS}+\overline{ST}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{40}{40+\overline{ST}} \Leftrightarrow (40+\overline{ST}).\frac{\sqrt{3}}{3} = 40 \Leftrightarrow 40+\overline{ST} = \frac{40}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 40+\overline{ST} = \frac{120}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \overline{ST} = \frac{120}{\sqrt{3}} - 40 \Leftrightarrow \overline{ST} = \frac{120\sqrt{3}}{3} - 40 \Leftrightarrow \overline{ST} = 40\sqrt{3} - 40 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{ST} \simeq 29\,m$

12.



$\overline{CD} = ?$

$\alpha = 32°$ e $\beta = 25°$

$A_{\odot} \simeq 19{,}6\,m^2$

Se $A_{\odot} \simeq 19{,}6\,m^2 \Leftrightarrow \pi.R^2 \simeq 19{,}6 \Leftrightarrow R^2 \simeq \frac{19{,}6}{\pi} \Leftrightarrow R \simeq \sqrt{\frac{19{,}6}{\pi}} \Leftrightarrow R \simeq 2{,}5\,m$

Então, como $D_{\odot} = 2.R \Leftrightarrow \overline{AB} \simeq 2.2{,}5 \Leftrightarrow \overline{AB} \simeq 5\,m$.

Por um lado, $tg\,(32°+25°) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow tg\,(57°) = \frac{\overline{AB}+\overline{BC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow tg\,57° \simeq \frac{5+\overline{BC}}{\overline{CD}}$ (1)

Por outro, $tg\,25° = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{CD}\,tg\,25°$ (2)

Então, substituindo (2) em (1), vem:

$$tg\,57° \simeq \frac{5+\overline{CD}\,tg\,25°}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \overline{CD}\,tg\,57° \simeq 5+\overline{CD}\,tg\,25° \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}\,tg\,57° - \overline{CD}\,tg\,25° \simeq 5 \Leftrightarrow \overline{CD}\,(tg\,57° - tg\,25°) \simeq 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} \simeq \frac{5}{tg\,57° - tg\,25°} \Leftrightarrow \overline{CD} \simeq 4{,}66\,m$$

13. $sen(270°-\alpha) + cos\,(90°+\alpha) + tg\,(\alpha+180°) - sen(\alpha-3\pi) =$

$= -cos\,\alpha - sen\,\alpha + tg\,\alpha - (-sen\,\alpha) =$

$= -cos\,\alpha - sen\,\alpha + tg\,\alpha + sen\,\alpha =$

$= -cos\,\alpha + tg\,\alpha$

14. $\alpha \in 3°$ Quadrante

$cos(90°+\alpha) = \frac{1}{3} \Rightarrow -sen\,\alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow sen\,\alpha = -\frac{1}{3}$

$cos^2\alpha + sen^2\alpha = 1 \Leftrightarrow cos^2\alpha + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow cos^2\alpha + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow cos^2\alpha = \frac{8}{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow cos\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} \Leftrightarrow cos\,\alpha = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Como $\alpha \in 3°$ Quadrante, $cos\,\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ e $tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Então vem: $sen\,(180°-\alpha) + cos\,(360°+\alpha) + tg\,\alpha =$

$= sen\,\alpha + cos\,\alpha + tg\,\alpha =$

$= -\underset{(4)}{\frac{1}{3}} - \underset{(4)}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} + \underset{(3)}{\frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{-4-8\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{12} = \frac{-4-5\sqrt{2}}{12}$