Exercício de Provas Nacionais

Nºs Complexos – Conjuntos de pontos no plano complexo

Seja A o conjunto dos números complexos cuja imagem, no plano complexo, é o interior do círculo de centro na origem do referencial e raio 1.

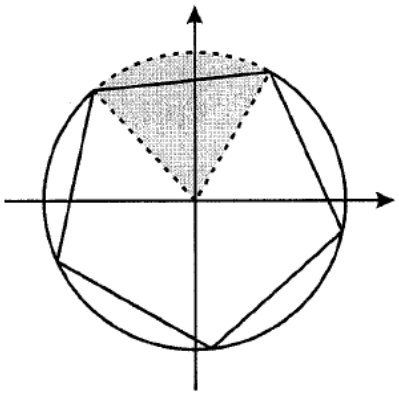
Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a parte de A contida no segundo quadrante (excluindo os eixos do referencial).

2000 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z_1 = 2\,cis\,\frac{\pi}{3}$

No plano complexo, a imagem geométrica de z_1 é um dos cinco vértices do pentágono regular representado na figura. Este pentágono está inscrito numa circunferência centrada na origem do referencial.

Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a região sombreada, excluindo a fronteira.

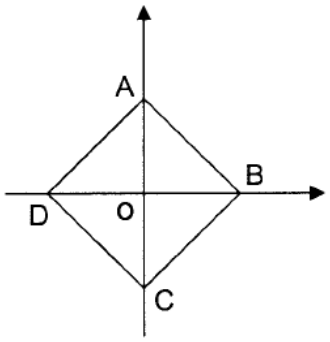


2001 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Considere, no plano complexo, o quadrado $[ABCD]$.

Os pontos A e C pertencem ao eixo imaginário, e os pontos B e D pertencem ao eixo real.

Estes quatro pontos encontram-se à distância de uma unidade da origem do referencial.



Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a circunferência **inscrita** no quadrado $[ABCD]$.

2001 – 1ª Fase, 2ª Chamada

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = 2 - 2i\,, \qquad z_2 = \sqrt{2}\,cis\,\frac{5\pi}{4} \qquad \text{e} \qquad z_3 = -1 + i$$

Escreva uma condição em $\mathbb{C}$ que defina, no plano complexo, a circunferência que tem centro na imagem geométrica de z_1 e que passa na imagem geométrica de z_3

2003 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Seja z um número complexo cuja imagem geométrica, no plano complexo, é um ponto A situado no segundo quadrante e pertencente à recta definida pela condição $Re(z) = -2$.
Seja B a imagem geométrica de $\overline{z}$, conjugado de z.
Seja O a origem do referencial.
Represente, no plano complexo, um triângulo $[AOB]$, de acordo com as condições enunciadas.
Sabendo que a área do triângulo $[AOB]$ é 8, **determine** z, na forma algébrica.

2003 – 2ª Fase

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w_1 = 1 + i\,, \qquad w_2 = \sqrt{2}\; cis\, \frac{\pi}{12} \qquad \text{e} \qquad w_3 = \sqrt{3}\; cis\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

Represente, no plano complexo, a região definida pela condição

$$Re\,(z) \geq Re(w_1) \qquad \wedge \qquad |z - w_3| \leq \sqrt{3}$$

2005 – 2ª Fase

Considere que, para qualquer número complexo z não nulo, $arg(z)$ designa o argumento de z que pertence ao intervalo $[0, 2\pi[$.

Represente a região do plano complexo definida pela condição, em $\mathbb{C}$,

$$\frac{1}{2} \leq |z| \leq 1 \qquad \wedge \qquad \frac{3\pi}{4} \leq arg(z) \leq \frac{5\pi}{4}$$

e determine a sua **área**.

2006 – 1ª Fase

Seja z um número complexo cuja imagem geométrica, no plano complexo, é um ponto A situado no primeiro quadrante.
Seja B a imagem geométrica de $\overline{z}$, conjugado de z.
Seja O a origem do referencial.
Sabe-se que o triângulo $[AOB]$ é equilátero e tem perímetro 6.
Represente o triângulo $[AOB]$ e determine z na forma algébrica.

2006 – 2ª Fase