

Exercícios de Provas Nacionais

Nºs Complexos – Potências e Raízes

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = 7 + 24i \quad (i \text{ designa a unidade imaginária})$$

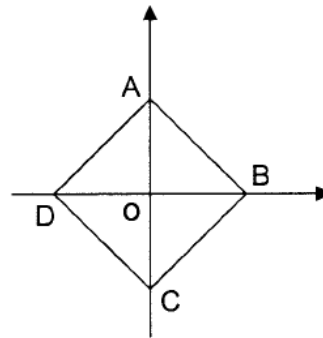
Um certo ponto P é a imagem geométrica, no plano complexo, de uma das raízes quadradas de z_1 . Sabendo que o ponto P tem abscissa 4, determine a sua ordenada.

2001 – Prova Modelo

Considere, no plano complexo, o quadrado $[ABCD]$.

Os pontos A e C pertencem ao eixo imaginário, e os pontos B e D pertencem ao eixo real.

Estes quatro pontos encontram-se à distância de uma unidade da origem do referencial.



Sejam $w = 1 - i$ e $z = 2 \operatorname{cis} \frac{3\pi}{2}$

Sem recorrer à calculadora, mostre que as raízes quartas do complexo $\frac{w^2}{z}$ têm por imagens geométricas os pontos A, B, C e D .

2001 – 1ª Fase, 2ª Chamada

Em \mathbb{C} , considere os números complexos: $z_1 = 1 + i$ e $z_2 = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{3}{4} \pi$

Verifique que z_1 e z_2 são raízes quartas de um mesmo número complexo. Determine esse número, apresentando-o na forma algébrica.

2002 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Sem recorrer à calculadora, calcule, na forma trigonométrica, as raízes quartas do número complexo $1 + \sqrt{3}i$, simplificando o mais possível as expressões obtidas.

2002 – 2ª Fase

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{4 + 2i \left(\operatorname{cis} \frac{\pi}{6}\right)^6}{3 + i}$ apresentando o resultado final na forma trigonométrica.

2006 – 1ª Fase

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z = \text{cis } \alpha$ ($\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$)

Determine o valor de $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$ para o qual $\frac{z^3}{i}$ é um número real.

2007 – 1ª Fase

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$ e $z_2 = 8 \text{ cis } 0$ (i designa a unidade imaginária).

1.1. Mostre, sem recorrer à calculadora, que $(-z_1)$ é uma raiz cúbica de z_2 .

2008 – 1ª Fase

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 1 - i$ (i designa a unidade imaginária).

Considere z_1 uma das raízes quartas de um certo número complexo z .

Determine uma outra raiz quarta de z , cuja imagem geométrica é um ponto pertencente ao 3.º quadrante.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

2008 – 2ª Fase

No conjunto dos números complexos, seja $z = \frac{\left(\text{cis}\left(\frac{\pi}{7}\right)\right)^7 + (2+i)^3}{4\text{cis}\left(\frac{3\pi}{2}\right)}$.

Determine z na forma algébrica, sem recorrer à calculadora.

2009 – 2ª Fase
