Exercícios de Provas Nacionais

Probabilidades – Demonstrações

Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S).
Prove que

$$P(A)+P(B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})=1+P(A\cap B)$$

(P designa probabilidade e $\overline{A}$ e $\overline{B}$ designam os acontecimentos contrários de A e de B).

2000 – Prova Modelo

Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam E_1 e E_2 dois acontecimentos possíveis ($E_1 \subset S$ e $E_2 \subset S$).

Prove que $$P(\overline{E_1}\cup\overline{E_2})=1-P(E_1)\times P(E_2\,|\,E_1)$$

(P designa probabilidade, $\overline{E_1}$ e $\overline{E_2}$ designam os acontecimentos contrários de E_1 e de E_2, e $P(E_2\,|\,E_1)$ designa a probabilidade de E_2, se E_1).

2000 –2ª Fase

Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tacto.

Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas.

Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

Suponha agora que, no saco, estão apenas **algumas** das quinze bolas.

Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:

- a probabilidade de essa bola ser amarela é $50\,\%$
- a probabilidade de essa bola ter o número 1 é $25\,\%$
- a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o número 1 é $62{,}5\,\%$

Prove que a bola amarela número 1 está no saco.

2001 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset S$ e $B \subset S$).
Prove que

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A|B) \times P(B)$$

(P designa probabilidade, $\overline{A}$ e $\overline{B}$ designam os acontecimentos contrários de A e de B, respectivamente, e $P(A|B)$ designa a probabilidade de A, se B).

2002 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset S$ e $B \subset S$).
Sabe-se que:

- $P(A \cap B) = 0{,}1$
- $P(A \cup B) = 0{,}8$
- $P(A \mid B) = 0{,}25$

Prove que A e $\overline{A}$ são acontecimentos equiprováveis.

(P designa probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A e $P(A \mid B)$ designa probabilidade de A, se B).

2003 – 2ª Fase

Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$, com $P(A) > 0$.
Sejam $\overline{A}$ e $\overline{B}$ os acontecimentos contrários de A e de B, respectivamente.
Seja $P(B|A)$ a probabilidade de B, se A.

Mostre que: $$\frac{P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(A)} = 1 - P(B|A)$$

2005 – 1º Teste Intermédio
