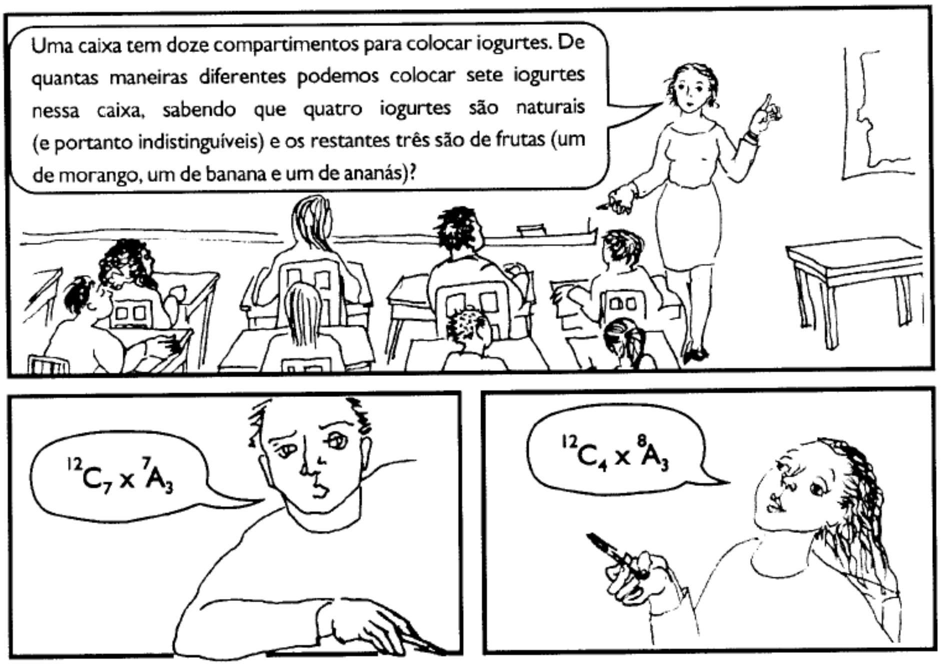
Exercícios de Provas Nacionais

Probabilidades – Composições (Combinatória)

A banda desenhada retrata um episódio de uma aula de Matemática.
A professora propõe um problema à turma, e o João e a Joana são os primeiros a responder.



Ambas as respostas ao problema proposto estão certas.
Numa pequena composição (quinze a vinte linhas, aproximadamente) explique o raciocínio de cada um dos dois alunos.

Nota: o número de linhas referido não tem um carácter vinculativo; pretende apenas dar uma indicação do grau de desenvolvimento pretendido.

2000 –1ª Fase, 2ª Chamada

Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

Considere o seguinte problema:

Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as seis pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa pequena composição, com cerca de quinze linhas, explique por que razão $\frac{2^4}{6!}$ é uma resposta correcta a este problema.

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:
- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

2001 –1ª Fase, 2ª Chamada

Considere o seguinte problema:

«De todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9, alguns deles cumprem as três condições seguintes:
- *começam por 9;*
- *têm os algarismos todos diferentes;*
- *a soma dos quatro algarismos é par.*

Quantos são esses números?»

Uma resposta correcta a este problema é $3 \times 4 \times {}^4A_2 + {}^4A_3$

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique porquê.

2002 – 1ª Fase, 2ª Chamada

Considere o seguinte problema:

Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegados lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os vinte bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete.
Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas?

Uma resposta correcta para este problema é: $\dfrac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10\,! \times 10\,!}{{}^{25}C_{20} \times 20\,!}$

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique **esta resposta**.

Nota:
Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:
- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

2003 –1ª Fase, 2ª Chamada

Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correcta para este problema é $\dfrac{{}^{3}C_2 \times 4 + {}^{5}C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.

Nota:
Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:
· referência à Regra de Laplace;
· explicação do número de casos possíveis;
· explicação do número de casos favoráveis.

2004 –2ª Fase

Considere um prisma regular em que cada base tem n lados.
Numa pequena composição, justifique que o número total de diagonais de todas as faces do prisma (incluindo as bases) é dado por

$$2\,({}^{n}C_2 \; - \; n) + 2\,n$$

2005 –1ª Fase

Uma turma do 12.º ano de uma Escola Secundária está a organizar uma viagem de finalistas.

A turma é constituída por doze raparigas e dez rapazes, que pretendem formar uma comissão organizadora da viagem. Sabe-se que a comissão terá obrigatoriamente três raparigas e dois rapazes. A Ana e o Miguel, alunos da turma, não querem fazer parte da comissão em simultâneo. Explique, numa composição, que o número de comissões diferentes que se pode formar é dado por:

$$^{12}C_3 \times {}^{10}C_2 - {}^{11}C_2 \times 9$$

2008 – 1ª Fase

Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos
$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ e 9.

Considere o seguinte problema:

De entre todos os números de três algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ e 9, em quantos deles o produto dos seus algarismos é um número par?

Uma resposta correcta a este problema é: $^9A_3 - {}^5A_3$.

Numa pequena composição explique porquê.

2008 – 2ª Fase

Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus).

Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem.

Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exactamente dois ases?

Uma resposta correcta a esta questão é $\dfrac{^4C_2 \times 48}{^{52}C_3}$.

Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

2009 – 2ª Fase

Considere o seguinte problema:

Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e multiplicam-se os números saídos. Qual é a probabilidade de o produto obtido ser igual a 6?

Uma resposta correcta a este problema é $\dfrac{3!+3}{6^3}$

Numa pequena composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir:
- uma referência à Regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

2007/2008 – 2º Teste Intermédio
