

## Exercícios de Provas Nacionais

### Probabilidades – Composições (P. Condicionada)

Uma turma do 12.º ano é constituída por vinte e cinco alunos (quinze raparigas e dez rapazes). Nessa turma, vai ser escolhida uma comissão para organizar uma viagem de finalistas.

A comissão será formada por três pessoas: um **presidente**, um **tesoureiro** e um responsável pelas **relações públicas**.

Suponha que a escolha dos três elementos vai ser feita por sorteio, da seguinte forma:

Cada aluno escreve o seu nome numa folha de papel. As vinte e cinco folhas são dobradas e introduzidas num saco. Em seguida, retiram-se do saco, sucessivamente, três folhas de papel. O primeiro nome a sair corresponde ao do presidente, o segundo, ao do tesoureiro, e o terceiro, ao do responsável pelas relações públicas.

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  os acontecimentos:

$A$ : «o presidente é uma rapariga»;

$B$ : «o tesoureiro é uma rapariga»;

$C$ : «a comissão é formada só por raparigas».

Indique o valor da probabilidade condicionada  $P(C|(A \cap B))$  e, numa pequena composição, com cerca de dez linhas, justifique a sua resposta.

**Nota:** Não aplique a fórmula da probabilidade condicionada. O valor pedido deverá resultar **exclusivamente** da interpretação de  $P(C|(A \cap B))$ , no contexto do problema.

2001 – 2ª Fase

---

Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem **três figuras**: Rei, Dama e Valete.

De um baralho completo extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. Sejam  $E_1$ ,  $C_2$  e  $F_2$  os acontecimentos:

$E_1$ : sair Espadas na primeira extracção;

$C_2$ : sair Copas na segunda extracção;

$F_2$ : sair uma figura na segunda extracção.

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de  $P((F_2 \cap C_2) | E_1)$ . Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explicito o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar **apenas** da interpretação do significado de  $P((F_2 \cap C_2) | E_1)$ , no contexto da situação descrita.

2002 – 2ª Fase

Considere duas caixas: caixa A e caixa B.

A caixa A contém duas bolas verdes e cinco bolas amarelas.

A caixa B contém seis bolas verdes e uma bola amarela.

Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

Se sair face 1, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa A.

Caso contrário, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa B.

Considere os acontecimentos:

$X$  : Sair face par no lançamento do dado

$Y$  : Sair bola verde

**Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada**, indique o valor de  $P(Y|X)$  e, numa pequena composição (cinco a dez linhas), justifique a sua resposta.

**Nota:** comece por indicar o significado de  $P(Y|X)$ , no contexto da situação descrita.

2003 – 1ª Fase, 1ª Chamada

---

De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda.

Considere os acontecimentos:

$A$ : «a primeira bola extraída é preta»;

$B$ : «a segunda bola extraída é branca».

Sabe-se que  $P(B|A) = \frac{1}{2}$  ( $P(B|A)$  designa probabilidade de  $B$ , se  $A$ )

Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de  $P(B|A)$ , no contexto da situação descrita.

2006 – 1ª Fase

---

Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

Escolhe-se um aluno ao acaso.

Sejam  $A$  e  $B$  os acontecimentos:

$A$ : «o aluno tem 7 anos»;

$B$ : «o aluno é rapaz».

Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada  $P(B|A)$ . Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

**Nota:** no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicita os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula.

2006 – 2ª Fase

---

Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela.

Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.

Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:

A: «A 1.ª bola retirada é verde.»

B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»

C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»

Qual é o valor da probabilidade condicionada  $P((B \cap C) | A)$ ?

A resposta correcta a esta questão é  $P((B \cap C) | A) = \frac{5}{19}$ .

Numa pequena composição, **sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada**, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de  $P((B \cap C) | A)$ , no contexto da situação descrita e fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

2009 – 1ª Fase

---

Uma caixa, que designamos por caixa 1, contém duas bolas pretas e três bolas verdes.  
Uma segunda caixa, que designamos por caixa 2, contém duas bolas pretas e uma bola verde.

Considere agora que, tendo as duas caixas a sua constituição inicial, se realiza a seguinte experiência:

- ao acaso, retiram-se simultaneamente três bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2;
- em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2.

Sejam os acontecimentos:

A: «as três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»;

B: «as duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes».

**Sem utilizar** a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de  $P(B|A)$ , apresentando o seu valor na forma de fracção irredutível. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de  $P(B|A)$ , no contexto do problema, significado esse que deverá começar por explicar.

2005/2006 – 1º Teste Intermédio

---

Um saco contém dez bolas.

Quatro bolas estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.

Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial.

Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais dez bolas com o mesmo número.

Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco.

Sejam  $A$  e  $B$  os acontecimentos:

$A$ : «sair bola com o número 1 na primeira extracção»

$B$ : «sair bola com o número 1 na segunda extracção»

Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de  $P(B|A)$ . Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de  $P(B|A)$ , no contexto da situação descrita.

2006/2007 – 1º Teste Intermédio

---

Um saco contém onze bolas, numeradas de 1 a 11.

Ao acaso, tiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

Sejam  $A$  e  $B$  os acontecimentos:

$A$ : «o número da primeira bola retirada é par»

$B$ : «o número da segunda bola retirada é par»

Indique o valor de  $P(B|\bar{A})$ , na forma de fracção irredutível, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada.

Justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de  $P(B|\bar{A})$  no contexto da situação descrita.

2008/2009 – 2º Teste Intermédio

---