

Áreas e volumes (8.º ano)

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



1. Podemos calcular o volume do tronco de cone, como a diferença dos volumes dos cones cujas bases têm diâmetros $[AB]$ e $[CD]$.

Assim, calculando o volume dos dois cones, temos que:

- a altura do cone cuja base tem diâmetro $[AB]$ é 2,4 m e como a base é um círculo cujo diâmetro mede 0,8 m, a medida do raio da base é 0,4 m, e assim vem que:

$$V_{C_{[AB]}} = \frac{A_o \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times 0,4^2 \times 2,4}{3} \approx 0,402 \text{ m}^3$$

- a altura do cone cuja base tem diâmetro $[CD]$ é $2,4 - 0,9 = 1,3$ m e como a base é um círculo cujo diâmetro mede 0,5 m, a medida do raio da base é 0,25 m, e assim vem que:

$$V_{C_{[CD]}} = \frac{A_o \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times 0,25^2 \times 1,3}{3} \approx 0,085 \text{ m}^3$$

E assim temos que o volume do tronco de cone, em metros cúbicos, arredondado às décimas, é:

$$V = V_{C_{[AB]}} - V_{C_{[CD]}} \approx 0,402 - 0,085 \approx 0,3 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2024, 2.ª fase

2. Calculando o volume da pirâmide $[ABCDV]$, sendo h_1 a respetiva altura, temos:

$$V_{[ABCDV]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times h_1 = \frac{1}{3} \times 1,2 \times 1 \times 11,5 = 4,4 \text{ m}^3$$

Considerando h_2 como a altura da pirâmide $[EFGHV]$, ou seja, a diferença entre a altura da pirâmide $[ABCDV]$ e a altura do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, temos que:

$$h_2 = 11,5 - 2,3 = 9,2 \text{ m}$$

Logo, o volume da pirâmide $[EFGHV]$, é:

$$V_{[ABCDV]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h_2 = \frac{1}{3} \times 0,9 \times 0,96 \times 9,2 \approx 2,36 \text{ m}^3$$

E assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T , arredondado às unidades, pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides:

$$V_T = V_{[ABCDV]} - V_{[EFGHV]} \approx 4,6 - 2,36 \approx 2 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2024, 1.ª fase

3. Como o raio de cada uma das bases é 2,5 m, então a área é:

$$A_o = \pi \times 2,5^2 = \pi \times 6,25$$

Assim, o volume do cilindro, é:

$$V_{\text{cilindro}} = A_o \times 4 = 4 \times \pi \times 6,25 = 25\pi$$

Como as bases do cone e do cilindro são iguais, temos que:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times A_o \times 2 = \frac{12,5\pi}{3}$$

E desta forma, calculando a soma dos volumes do cilindro e do cone, e arredondando o resultado às unidades, temos a volume do sólido:

$$V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}} = 25\pi + \frac{12,5\pi}{3} \approx 92 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2023, Época especial

4. De acordo com os dados o volume de água presente no recipiente é igual ao volume de um cilindro cuja altura é 3 dm e o raio da base é $\frac{2,5}{2} = 1,25$ dm, ou seja:

$$V = \pi \times 1,25^2 \times 3 \approx 14,726 \text{ dm}^3$$

Assim, dividindo este volume de água pela capacidade de cada copo, temos:

$$\frac{14,726}{0,2} = 73,63$$

Logo, a água do recipiente é suficiente para encher, no máximo, 73 copos de 0,2 litros.

Prova Final 3.º Ciclo - 2023, 2.ª fase

5. Como a área do retângulo $[GHIJ]$ é $25,8 \text{ m}^2$, e a altura do prisma é $\overline{BH} = 4$ m, temos que o seu volume é:

$$V_{[BCEFGHIJ]} = A_{[GHIJ]} \times \overline{BH} = 25,8 \times 4 = 103,2 \text{ m}^3$$

Assim, o volume do prisma triangular $[ABCDEF]$, é a diferença entre o volume do sólido e do volume do prisma retangular $[BCEFGHIJ]$:

$$V_{[ABCDEF]} = V_{\text{total}} - V_{[BCEFGHIJ]} = 134,1 - 103,2 = 30,9 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2023, 1.ª fase



6. Como a altura do cilindro é igual ao seu diâmetro, ou seja o dobro do raio, temos que a altura do cilindro é:

$$\overline{CV} = 2 \times \overline{BC} = 2 \times 4,5 = 9$$

E a área de cada uma das bases é:

$$A_o = \pi \times \overline{BC}^2 = \pi \times 20,25$$

Assim, o volume do cilindro, é:

$$V_{\text{cilindro}} = A_o \times \overline{CV} = 182,25\pi$$

Como as bases do cone e do cilindro, e também as alturas são iguais, temos que:

$$V_{\text{cone}} = \frac{V_{\text{cilindro}}}{3} = \frac{182,25\pi}{3} = 60,75\pi$$

E desta forma, calculando a diferença entre o volume do cilindro e do cone, e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cone}} = 182,25\pi - 60,75\pi = (182,25 - 60,75)\pi = 121,5\pi \approx 382$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2023

7. Podemos calcular o volume do tronco de cone, como a diferença dos volumes dos cones cujas bases têm diâmetros $[AB]$ e $[CD]$

Assim, calculando o volume dos dois cones, temos que:

- a altura do cone cuja base tem diâmetro $[AB]$ é 160 m e como a base é um círculo cujo diâmetro mede 4 m, a medida do raio da base é 2 m, e assim vem que:

$$V_{C_{[AB]}} = \frac{A_o \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times 2^2 \times 160}{3} = \frac{\pi \times 4 \times 160}{3} = \frac{640\pi}{3} \text{ m}^3$$

- a altura do cone cuja base tem diâmetro $[CD]$ é 80 m e como a base é um círculo cujo diâmetro mede 2 m, a medida do raio da base é 1 m, e assim vem que:

$$V_{C_{[CD]}} = \frac{A_o \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times 1^2 \times 80}{3} = \frac{80\pi}{3} \text{ m}^3$$

E assim temos que o volume do tronco de cone, em metros cúbicos, arredondado às unidades, é:

$$V = V_{C_{[AB]}} - V_{C_{[CD]}} = \frac{640\pi}{3} - \frac{80\pi}{3} = \frac{640\pi - 80\pi}{3} = \frac{560\pi}{3} \approx 586 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 2.ª fase



8. Podemos calcular o volume do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, como a diferença dos volumes das duas pirâmides $[ABCDI]$ e $[EFGHI]$

Assim, calculando o volume das duas pirâmides, temos que:

- a altura da pirâmide $[ABCDI]$ é 36 cm e como a base é um quadrado de lado \overline{AB} , vem que:
 $A_{[ABCD]} = \overline{AB}^2 = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$

E desta forma:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 81 \times 36 = \frac{81 \times 36}{3} = 972 \text{ cm}^3$$

- a altura da pirâmide $[EFGHI]$ é a diferença entre a altura da pirâmide $[ABCDI]$ e a distância entre os planos que contêm as bases, ou seja:

$$\text{altura da pirâmide } [EFGHI] = 36 - 12 = 24 \text{ cm}$$

e como a base é um quadrado de lado \overline{EF} , vem que: $A_{[EFGH]} = \overline{EF}^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$

E desta forma:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 36 \times 24 = \frac{36 \times 24}{3} = 288 \text{ cm}^3$$

E assim temos que o volume do tronco de pirâmide é:

$$V_{[ABCDEFGH]} = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 972 - 288 = 684 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 1.ª fase

9. O volume do obelisco representado (V_O), pode ser obtido pela soma dos volumes do paralelepípedo ($V_{[ABCDEFGH]}$) e do tronco de pirâmide ($V_{[IJKLMNO]}$); e o volume do tronco de pirâmide ($V_{[IJKLMNO]}$), pode ser obtido pela diferença entre o volume da pirâmide (V_P) e da parte da pirâmide que não pertence ao obelisco - que também é uma pirâmide (V_p).

Assim, determinando estes volumes, temos:

- Volume do prisma:

$$V_{[ABCDEFGH]} = 1,4 \times 1,4 \times 1,8 = 3,528 \text{ m}^3$$

- Volume da pirâmide com 18 metros de altura:

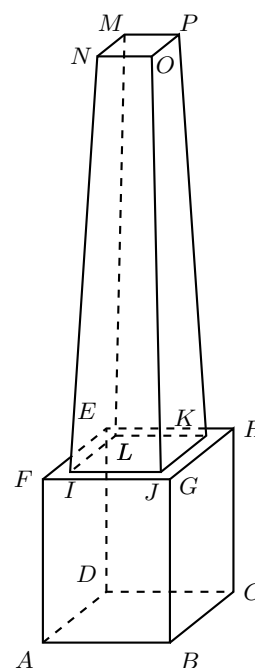
$$V_P = \frac{\overline{IJ}^2 \times 18}{3} = \frac{1,2^2 \times 18}{3} = 8,64 \text{ m}^3$$

- Volume da pirâmide que não pertence ao obelisco, cuja altura é a diferença entre a altura da pirâmide maior e a altura do obelisco, ou seja, $18 - 4,5 = 13,5$ metros:

$$V_p = \frac{\overline{NO}^2 \times 13,5}{3} = \frac{0,9^2 \times 13,5}{3} = 3,645 \text{ m}^3$$

- Volume do obelisco:

$$V_O = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[IJKLMNO]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_P - V_p = 3,528 + 8,64 - 3,645 = 8,523 \text{ m}^3$$



Assim, o volume do obelisco em metros cúbicos, arredondado às unidades, é 9 m^3 .

Prova de Matemática, 9.º ano – 2021



10. Como o volume de um prisma pode ser calculado como o produto da área da base pela altura, começamos por determinar a área da base do prisma $[ABCDEF]$, ou seja, por exemplo, a área do triângulo $[ABC]$:

$$A_{Base} = A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = \frac{78 \times 58,5}{2} = 2281,5 \text{ cm}^2$$

Assim, podemos determinar a altura do prisma, x , recorrendo à fórmula do volume:

$$\begin{aligned} V_{[ABCDEF]} &= A_{Base} \times \text{altura} \Leftrightarrow V_{[ABCDEF]} = A_{[ABC]} \times x \Leftrightarrow 445\,000 = 2281,5 \times x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{445\,000}{2281,5} \Rightarrow x \approx 195,05 \text{ cm} \end{aligned}$$

Desta forma, a área do painel solar, ou seja, a área do retângulo $[ACDE]$, é:

$$A_{[ACDE]} = \overline{AE} \times \overline{DE} = x \times 97,5 \approx 195,05 \times 97,5 \approx 19\,017 \text{ cm}^2$$

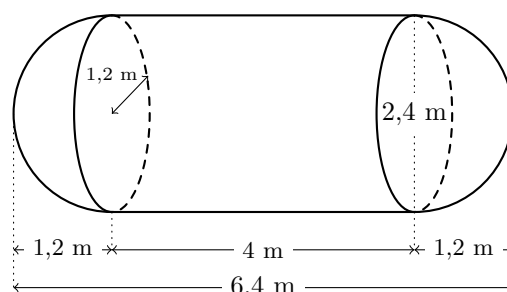
Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

11. Como o sólido pode ser decomposto num cilindro e em duas semiesferas, e as duas semiesferas têm bases com o mesmo diâmetro, têm volumes iguais.

Como o diâmetro das bases é 2,4 m, o respetivo raio é $\frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ m}$

Como o comprimento da cisterna é 6,4 m, a altura do cilindro (h) pode ser calculado subtraindo os raios das semiesferas ao comprimento da cisterna:

$$h = 6,4 - 2 \times 1,2 = 6,4 - 2,4 = 4 \text{ m}$$



Assim, o volume da cisterna, em m^3 , arredondado às décimas, é a soma dos volumes do cilindro e das duas semi-esferas:

- $V_{\text{Semiesfera}} = \frac{V_{\text{Esfera}}}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 1,2^3}{2} \approx 3,619 \text{ m}^3$
- $V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{Base}} \times \text{Altura} = \pi \times 1,2^2 \times 4 \approx 18,096 \text{ m}^3$
- $V_{\text{Cisterna}} = 2 \times V_{\text{Semiesfera}} + V_{\text{Cilindro}} \approx 2 \times 3,619 + 18,096 \approx 25,3 \text{ m}^3$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase



12. Como os dois contentores devem ter o mesmo volume, começamos por determinar o volume do contentor atual, como a soma dos volumes da semiesfera e do cilindro:

- $V_{\text{Semiesfera}} = \frac{V_{\text{Esfera}}}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 2,4^3}{2} \approx 28,95 \text{ dm}^3$
- $V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{Base}} \times \text{Altura} = \pi \times 2,4^2 \times 7,6 \approx 137,53 \text{ dm}^3$
- $V_{\text{Contentor atual}} = V_{\text{Semiesfera}} + V_{\text{Cilindro}} \approx 28,95 + 137,53 \approx 166,48 \text{ dm}^3$

Como o futuro contentor deve ter a mesma altura do contentor atual (h), calculamos a área do contentor atual, como a soma do raio da semi-esfera com a altura do cilindro:

$$h = 7,6 + 2,4 = 10 \text{ dm}$$

Assim, como o volume do prisma reto de bases quadradas (V_P) é dado, em função da aresta da base (a), por:

$$V_P = A_{\text{Base}} \times h \Leftrightarrow V_P = a^2 \times h$$

Desta forma, como os volumes dos dois contentores devem ser iguais, substituindo os valores conhecidos na fórmula, determinamos o valor de a , em décimetros, arredondado às décimas:

$$166,48 = a^2 \times 10 \Leftrightarrow \frac{166,48}{10} = a^2 \Leftrightarrow 16,648 = a^2 \xrightarrow{a>0} a = \sqrt{16,648} \Rightarrow a \approx 4,1 \text{ dm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

13. Recorrendo à fórmula do volume da esfera podemos calcular o raio, r , de cada tanque esférico:

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow 33\,750 = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow \frac{33\,750 \times 3}{4\pi} = r^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{33\,750 \times 3}{4\pi}} = r \Rightarrow r \approx 20,05 \text{ m}$$

Como os quatro tanques esféricos estão encostados sem serem deformados, o valor de x corresponde a quatro diâmetros dos tanques, ou seja a $2 \times 4 = 8$ raios, pelo que o valor de x em metros, arredondado às unidades, é:

$$x = 8r \approx 8 \times 20,05 \approx 160,4 \approx 160 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

14. Podemos calcular o volume do tronco de pirâmide $[EFGHIJKL]$, como a diferença dos volumes das duas pirâmides $[EFGHV]$ e $[IJKLV]$

Assim, calculando o volume das duas pirâmides, temos que:

- a altura da pirâmide $[EFGHV]$ é 24 e como a base é um quadrado de lado \overline{GH} , e $\overline{GH} = \overline{BC}$, vem que: $A_{[EFGH]} = \overline{GH}^2 = \overline{BC}^2 = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$

E desta forma:

$$V_{[EFGHV]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 81 \times 24 = \frac{81 \times 24}{3} = 648 \text{ cm}^3$$

- a altura da pirâmide $[IJKLV]$ é a diferença entre a altura da pirâmide $[EFGHV]$ e a distância entre os planos que contêm as bases, ou seja::

$$\text{altura da pirâmide } [IJKLV] = 24 - 16 = 8 \text{ cm}$$

e como a base é um quadrado de lado \overline{KL} , vem que: $A_{[IJKL]} = \overline{KL}^2 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$

E desta forma:

$$V_{[IJKLV]} = \frac{1}{3} \times A_{[IJKL]} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 9 \times 8 = \frac{9 \times 8}{3} = 24 \text{ cm}^3$$



E assim temos que o volume do tronco de pirâmide é:

$$V_{[EFGHIJKL]} = V_{[EFGHV]} - V_{[IJKLV]} = 648 - 24 = 624 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª fase

15. Considerando o trapézio $[STUV]$ como a base do prisma e a medida \overline{VW} como a altura do prisma, substituindo os valores conhecidos, calculamos \overline{UT} , em centímetros, arredondado às décimas:

$$\begin{aligned} V_{[STUVWXYZ]} &= A_{[STUV]} \times \overline{VW} \Leftrightarrow V_{[STUVWXYZ]} = \frac{\overline{VS} + \overline{UT}}{2} \times \overline{UV} \times \overline{VW} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1250 &= \frac{15 + \overline{UT}}{2} \times 7 \times 15 \Leftrightarrow \frac{1250 \times 2}{7 \times 15} = 15 + \overline{UT} \Leftrightarrow \frac{2500}{105} - 15 = \overline{UT} \Rightarrow \overline{UT} \approx 8,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

16. Como a água no reservatório ocupa o cilindro, cuja base é o círculo de diâmetro \overline{BC} e a altura é \overline{BP} , vem que:

$$V_{\text{Água}} = \pi \left(\frac{\overline{BC}}{2} \right)^2 \times \overline{PB} \Leftrightarrow 50 = \pi \left(\frac{4,4}{2} \right)^2 \times \overline{PB} \Leftrightarrow 50 = \frac{\pi \times 4,4^2}{4} \times \overline{PB} \Leftrightarrow \frac{50 \times 4}{\pi \times 4,4^2} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PB} \approx 3,29 \text{ m}$$

Assim, como a semiesfera tem raio igual ao cilindro, vem que a altura do reservatório, em metros, arredondado às unidades, é:

$$a = \frac{\overline{BC}}{2} + \overline{AP} + \overline{PB} \approx \frac{4,4}{2} + 1,5 + 3,29 \approx 7 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

17. Como o volume do cubo é 729 cm^3 , então a medida da aresta é:

$$\overline{AB} = \sqrt[3]{729} = 9 \text{ cm}$$

Como o vértice V coincide com o centro do cubo, a altura da pirâmide é metade da aresta do cubo, e assim, o volume da pirâmide $[ABCDV]$ é:

$$V_{[ABCDV]} = \frac{A_{[ABCD]} \times \text{altura}}{3} = \frac{\overline{AB}^2 \times \frac{\overline{AB}}{2}}{3} = \frac{9^2 \times \frac{9}{2}}{3} = \frac{81 \times 9}{6} = 121,5 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase



18. Os triângulos $[AST]$ e $[AFG]$ são semelhantes (porque têm um ângulo comum e os lados opostos a este ângulo - os lados $[ST]$ e $[FG]$ são paralelos), a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja:

$$\frac{\overline{FG}}{\overline{ST}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AS}}$$

Desta forma, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{FG}}{4} = \frac{9}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{4 \times 9}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{36}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = 6 \text{ cm}$$

Desta forma, como $[FGHE]$ é um quadrado, temos que $\overline{EF} = \overline{FG} = 6$ e a área da base da pirâmide, ou seja, a área do triângulo $[EFG]$ é:

$$A_{[EFG]} = \frac{6 \times 6}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

Pelo que, como a altura da pirâmide é $\overline{AF} = 9$, o volume da pirâmide $[AFGE]$, em centímetro cúbicos, é:

$$V_{[AFGE]} = \frac{A_{[EFG]} \times \overline{AF}}{3} = \frac{18 \times 9}{3} = 54 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

19. Como a altura de um cone é perpendicular ao raio da base, o triângulo $[ACV]$ é retângulo em C . Logo podemos calcular \overline{VC} , recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{VA}^2 = \overline{VC}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow 15^2 = \overline{VC}^2 + 6^2 \Leftrightarrow 225 - 36 = \overline{VC}^2 \Leftrightarrow 189 = \overline{VC}^2 \xrightarrow{\overline{VC} > 0} \overline{VC} = \sqrt{189}$$

Assim, o volume do cone é:

$$V_{\text{cone}} = \frac{\text{Área da base} \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times \overline{AC}^2 \times \overline{VC}}{3} = \frac{\pi \times 6^2 \times \sqrt{189}}{3} \approx 518,277 \text{ cm}^3$$

O volume da semiesfera é:

$$V_{\text{semiesfera}} = \frac{V_{\text{esfera}}}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times \overline{AC}^3}{2} = \frac{4\pi \times 6^3}{6} \approx 452,389 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do cone e da semiesfera, pelo que, fazendo os cálculos e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V = V_{\text{cone}} + V_{\text{semiesfera}} \approx 518,277 + 452,389 \approx 971 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

20. Como planificação da superfície lateral de cilindro é um retângulo, cujas medidas dos lados são, respetivamente, o perímetro da base e a altura do cilindro, calculando o perímetro da base, temos:

$$P_o = 2\pi r = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi \text{ cm}$$

E assim, calculando a área da superfície lateral do cilindro, em centímetros quadrados e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$A_{SL} = P_o \times \overline{BG} = 6\pi \times 5.3 \approx 100 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase



21. Como \overline{CH} é a medida da altura do cilindro e também do prisma, podemos determinar expressões do volume do prisma (V_P) e do volume do cilindro (V_C), em função de \overline{CH} :

- $V_P = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \overline{AB}^2 \times \overline{CH} = 20^2 \times \overline{CH} = 400\overline{CH}$
- $V_C = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \pi r^2 \times \overline{CH} = \pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \times \overline{CH} = \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 \times \overline{CH} = 100\pi\overline{CH}$

Com a diferença dos volumes, é de 3000 cm^3 , vem que:

$$V_P - V_C = 3000 \Leftrightarrow 400\overline{CH} - 100\pi\overline{CH} = 3000 \Leftrightarrow \overline{CH}(400 - 100\pi) = 3000 \Leftrightarrow \overline{CH} = \frac{3000}{400 - 100\pi}$$

Assim, o valor de \overline{CH} , em centímetros, arredondado às unidades, é $\overline{CH} \approx 35 \text{ cm}$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 1.ª fase

22. Considerando a expressão para o volume, V , de um tronco de pirâmide quadrangular regular,

$$V = \frac{h}{3}(L^2 + L \times l + l^2), \text{ temos para o tronco de pirâmide } [ABCDEFGH], \text{ que}$$

$$L = \overline{AB} = 8 \text{ cm e } l = \overline{FG} = 3 \text{ cm}$$

Para determinar a medida h , consideramos o ponto K , o centro do quadrado $[EFGH]$, e temos que $\overline{IJ} = \overline{IK} + \overline{KJ}$, pelo que

$$h = \overline{IJ} - \overline{IK}$$

Como \overline{IK} é a altura da pirâmide $[EFGHI]$, que tem volume 6 cm^3 , podemos calcular \overline{IK} recorrendo à expressão do volume da pirâmide:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_b \times a = \frac{1}{3} \times \overline{FG}^2 \times \overline{IK}$$

Substituindo os valores conhecidos, vem

$$6 = \frac{1}{3} \times 3^2 \times \overline{IK} \Leftrightarrow 6 = \frac{9}{3} \times \overline{IK} \Leftrightarrow 6 = 3 \times \overline{IK} \Leftrightarrow \frac{6}{3} = \overline{IK} \Leftrightarrow 2 = \overline{IK}$$

Logo, vem que $h = \overline{IJ} - \overline{IK} = 15 - 2 = 13$

E assim, recorrendo à expressão do volume do tronco de pirâmide quadrangular para calcular o volume em cm^3 , do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \frac{13}{3}(64 + 24 + 9) = \frac{13}{3} \times 97 = \frac{1261}{3} \approx 420 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial



23. Como a altura do prisma $[LKNMHGJI]$ é $\frac{2}{3}$ da altura dos outros dois prismas, podemos considerar o sólido composto por 8 prismas com alturas e bases iguais entre si (como se ilustra na figura seguinte), e cujas bases são também iguais às bases dos três prismas descritos no enunciado, ou seja, bases com área s

Assim, cada um destes 8 prismas tem $\frac{1}{8}$ do volume do sólido:

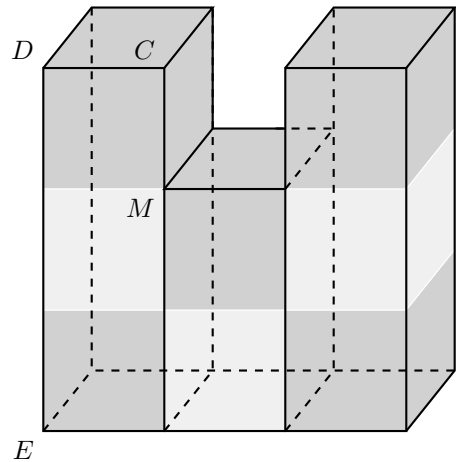
$$\frac{248}{8} = 31 \text{ cm}^3$$

Temos ainda que a altura de cada um destes 8 prismas é,

$$\overline{CM} = \frac{\overline{DE}}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}$$

Assim, o volume (V_8) de cada um destes 8 prismas pode ser calculado como $V_8 = s \times \overline{CM}$, e substituindo os valores calculados antes vem

$$V_8 = s \times \overline{CM} \Leftrightarrow 31 = s \times 3 \Leftrightarrow \frac{31}{3} = s$$



Pelo que, arredondando a área s das bases dos prismas às décimas (em centímetros quadrados) é

$$s = \frac{31}{3} \approx 10,3 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 2.ª fase

24. O volume total do sólido (V_T) pode ser calculado como a soma dos volumes da semiesfera (V_{SE}) e do cilindro (V_C).

Calculando o volume da semiesfera, temos:

$$V_{SE} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \frac{4\pi \times 3^3}{6} = \frac{4\pi \times 27}{6} = \frac{4\pi \times 27}{6} = 18\pi \text{ cm}^3$$

Podemos calcular A_o , a área da base do cilindro, como

$$A_o = \pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

Assim, designado por \overline{BC} a altura do cilindro, o volume do cilindro V_C , é dado por

$$V_C = A_o \times h = 9\pi \times \overline{BC} \text{ cm}^3$$

Logo, como o volume total é 285 cm^3 , temos que

$$V_T = V_{SE} + V_C \Leftrightarrow 285 = 18\pi + 9\pi \times \overline{BC} \Leftrightarrow 285 - 18\pi = 9\pi \times \overline{BC} \Leftrightarrow \frac{285 - 18\pi}{9\pi} = \overline{BC}$$

Pelo que o valor da altura do cilindro, \overline{BC} , arredondado às décimas é de

$$\overline{BC} \approx 8,1 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª fase



25. Como o terraço foi pavimentado com 400 ladrilhos quadrados, cada um com 9 dm^2 de área, a área do terraço (A_T) é dada por

$$A_T = 400 \times 9 = 3600 \text{ dm}^2$$

Como o mesmo terraço, pode ser pavimentado com 225 ladrilhos, iguais entre si, a área (A_L) de cada um destes ladrilhos pode ser calculada como

$$A_L = \frac{3600}{225} = 16 \text{ dm}^2$$

Como estes ladrilhos são quadrados, o comprimento dos lados (l_L) de cada um destes ladrilhos é

$$l_L = \sqrt{16} = 4 \text{ dm}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

26. Tendo em conta os dados do enunciado podemos calcular A_{SC} , a área do semicírculo, como

$$A_{SC} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \times 5^2}{2} = \frac{25\pi}{2} \text{ cm}^2$$

Podemos igualmente calcular $A_{[ABC]}$, a área do triângulo $[ABC]$, observando que a medida da base é o dobro do raio ($\overline{AC} = 2 \times r = 2 \times 5 = 10 \text{ cm}$), pelo que

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

E assim, A_S , a área sombreada é a diferença das áreas do semicírculo e do triângulo $[ABC]$, pelo que, fazendo os cálculos e arredondando o resultado às décimas, vem:

$$A_S = A_{SC} - A_{[ABC]} = \frac{25\pi}{2} - 20 \approx 19,3 \text{ cm}^2$$

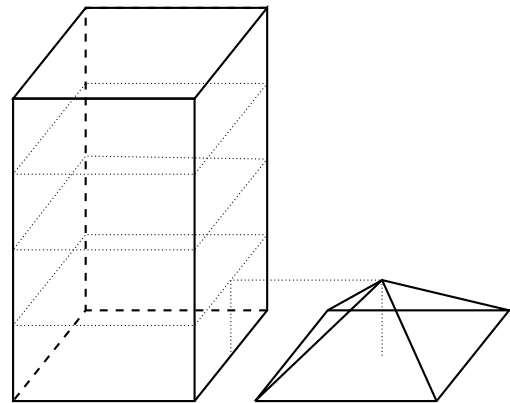
Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

27. O volume de um prisma com a altura da pirâmide é $\frac{V}{4}$

O volume da pirâmide é um terço do prisma anterior, ou seja, $V' = \frac{\frac{V}{4}}{3} = \frac{V}{12}$

Assim, temos que

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{V}{12}}{V} = \frac{V}{12V} = \frac{1}{12}$$



Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 2.ª chamada



28. O volume total (V_T) do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do paralelepípedo retângulo (V_{PR}) e do prisma triangular (V_{PT}).

Calculando o volume do paralelepípedo retângulo, temos:

$$V_{PR} = \overline{DE} \times \overline{DJ} \times \overline{CD} = 15 \times 15 \times 6 = 1350$$

Calculando o volume do prisma triangular, considerando como base o triângulo $[ABC]$ e a altura a medida da aresta $[CI]$, como $\overline{CI} = \overline{DJ}$ e $\overline{AC} = \overline{DE}$, vem

$$V_{PT} = A_{[ABC]} \times \overline{DJ} = \frac{\overline{AC} \times h}{2} \times \overline{DJ} = \frac{15 \times 6}{2} \times 15 = 15 \times 3 \times 15 = 675$$

Assim, temos que

$$V_T = V_{PR} + V_{PT} = 1350 + 675 = 2025$$

Logo o volume total do sólido é 2025 cm^3

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada

29. Calculando o volume do cilindro (V_{Ci}), em decímetros cúbicos, cujo raio é $\frac{6}{2} = 3 \text{ dm}$ (porque o diâmetro é 6), vem que:

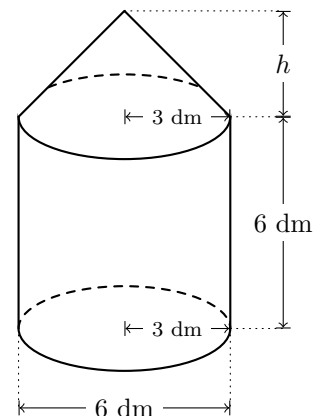
$$V_{Ci} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \pi \times 3^2 \times 6 = \pi \times 9 \times 6 = 54\pi$$

Logo temos que o volume do cone (V_{Co}), em decímetros cúbicos, é a diferença entre o volume total do sólido (V_T) e o volume do cilindro:

$$V_{Co} = V_T - V_{Ci} = 195 - 54\pi \approx 25,35$$

Como o volume do cone é dado por:

$$V_{Co} = \frac{1}{3} \times A_{\text{Base}} \times h$$



Substituindo os valores conhecidos na fórmula, determinamos o valor de h :

$$25,35 = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times h \Leftrightarrow 3 \times 25,35 = 9\pi \times h \Leftrightarrow \frac{3 \times 25,35}{9\pi} = h \Leftrightarrow 2,69 \approx h$$

Assim, temos que o valor da altura do cone, arredondado às décimas é 2,7 dm.

Teste Intermédio 9.º ano – 21.03.2014



30. Como o recipiente cilíndrico estava cheio, o volume de líquido que transbordou é igual ao volume do cubo, pelo que o volume de líquido que ficou no recipiente (V_{Final}) é a diferença entre o volume do cilindro (V_{Cilindro}) e o volume do cubo (V_{Cubo}):

$$V_{\text{Final}} = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Cubo}}$$

Calculando o volume do cubo, como a aresta tem 6 cm de medida, temos:

$$V_{\text{Cubo}} = a^3 = 6^3 = 216 \text{ cm}^3$$

Calculando o volume do cilindro, como a altura é igual á aresta do cubo (6 cm de medida) e a medida do raio da base é 5 cm, temos:

$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times 6 \approx 471,24 \text{ cm}^3$$

Assim, calculando o volume de líquido que ficou no recipiente, e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V_{\text{Final}} \approx 471,24 - 216 \approx 255,24 \approx 255 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 2.ª chamada

31. Como o volume do prisma é 42 cm^3 e o cubo tem o mesmo volume do prisma, temos que a medida a , da aresta do cubo, em centímetros, arredondada às décimas, é tal que

$$a^3 = 42$$

Logo,

$$a = \sqrt[3]{42} \approx 3,5$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

32.

- 32.1. Como os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são semelhantes, e os lados $[BC]$ e $[CD]$ são correspondentes (porque são os lados que se opõem ao ângulo reto, em cada um dos triângulos), então $\frac{CD}{BC} = 0,5$ é a razão de semelhança.

Como o quociente das áreas de figuras semelhantes, é igual ao quadrado da razão de semelhança, vem que

$$\frac{\text{área do triângulo } [CDE]}{\text{área do triângulo } [ABC]} = \left(\frac{CD}{BC}\right)^2 = 0,5^2 = 0,25$$

Resposta: **Opção B**



32.2. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A (porque um dos lados coincide com o diâmetro da circunferência e o vértice oposto a esse lado está sobre a circunferência), usando o Teorema de Pitágoras e substituindo as medidas conhecidas, temos que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 6^2 + 10^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 100 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 136 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{136}$$

Logo, como $[BC]$ é um diâmetro do círculo, a medida do raio, r , é:

$$r = \frac{\sqrt{136}}{2} \approx 5,83$$

E assim, calculando a área do círculo de diâmetro $[BC]$, em cm^2 , e arredondando o resultado às unidades, vem

$$A = \pi r^2 \approx \pi \times 5,83^2 \approx 107 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

33. Como sabemos que $\overline{JG} = 2 \text{ cm}$, que $\overline{GK} = 3 \text{ cm}$ e que $\overline{FE} = 10 \text{ cm}$, podemos calcular o volume do prisma $[JGKLIH]$:

$$V_{[JGKLIH]} = \frac{\overline{JG} \times \overline{GK}}{2} \times \overline{FE} = \frac{2 \times 3}{2} \times 10 = 3 \times 10 = 30 \text{ cm}^3$$

Como é conhecido o volume do sólido ($V_S = 390 \text{ cm}^3$), podemos determinar o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$:

$$V_{[ABCDEFGH]} = V_S - V_{[JGKLIH]} = 390 - 30 = 360 \text{ cm}^3$$

Como sabemos que $\overline{FA} = 2 \text{ cm}$ e que $\overline{FE} = 10 \text{ cm}$, e ainda o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$, podemos calcular o comprimento do segmento $[FG]$:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{FA} \times \overline{FE} \times \overline{FG} \Leftrightarrow 360 = 2 \times 10 \times \overline{FG} \Leftrightarrow 360 = 20 \times \overline{FG} \Leftrightarrow \frac{360}{20} = \overline{FG} \Leftrightarrow \overline{FG} = 18 \text{ cm}$$

Como conhecemos o comprimento dos segmentos $[FG]$ e $[JG]$, podemos determinar o comprimento do segmento $[FJ]$

$$\overline{FJ} = \overline{FG} - \overline{JG} = 18 - 2 = 16 \text{ cm}$$

Teste Intermédio 9.º ano - 12.04.2013



34. Temos que $[BC]$ é uma aresta do cubo $[BCDEKLMN]$, pelo que o respetivo volume é

$$V_{[BCDEKLMN]} = \overline{BC}^3 = a^3$$

Por outro lado, como $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2a$, como $[BE]$ também é uma aresta do cubo $\overline{BE} = a$ e ainda como $[BL]$ também é uma aresta do cubo $\overline{BL} = \frac{1}{3}\overline{BL} = \frac{1}{3} \times a = \frac{a}{3}$, vem que o volume do paralelepípedo $[ABEFGHIJ]$ é

$$V_{[ABEFGHIJ]} = \overline{AB} \times \overline{BE} \times \overline{BL} = 2a \times a \times \frac{a}{3} = \frac{2a^3}{3}$$

Logo, como o volume total do sólido, V_T , é a soma dos volumes do cubo e do paralelepípedo temos que

$$V_T = a^3 + \frac{2a^3}{3} = \frac{a^3}{1} + \frac{2a^3}{3} = \frac{3a^3}{3} + \frac{2a^3}{3} = \frac{5a^3}{3}$$

Igualando a expressão do volume total ao seu valor numérico (25), e resolvendo a equação, podemos determinar o valor exato de a :

$$\frac{5a^3}{3} = 25 \Leftrightarrow 5a^3 = 25 \times 3 \Leftrightarrow a^3 = \frac{75}{5} \Leftrightarrow a^3 = 15 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{15}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada

35. Como o volume de uma pirâmide é um terço do volume do prisma com a mesma base e a mesma altura, temos que o volume da pirâmide a ser retirada é

$$V_{[ABCDI]} = \frac{V_{[ABCDEFGH]}}{3} = \frac{27}{3} = 9 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do sólido que resulta da retirada da pirâmide do prisma, V_F , pode ser calculado como a diferença dos volumes do prisma e da pirâmide:

$$V_F = V_{[ABCDEFGH]} - V_{[ABCDI]} = 27 - 9 = 18 \text{ cm}^3$$

Teste Intermédio 9.º ano – 10.05.2012



36. O volume do sólido $[ABCDIJGH]$ pode ser obtido pela soma dos volumes do prisma de bases quadradas $[ABCDEFGH]$ e do prisma triangular $[EFGHIJ]$:

$$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHIJ]}$$

Como $[ABCD]$ é um quadrado, então $\overline{BC} = \overline{AB} = 8$ cm, e $\overline{AF} = 4$ cm, pelo que o volume do prisma é

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{BC} \times \overline{AB} \times \overline{AF} = 8 \times 8 \times 4 = 256 \text{ cm}^3$$

Calculando a área da base do prisma triangular, por exemplo, a área do triângulo $[FGJ]$, como $\overline{FG} = \overline{AB} = 8$ cm e $\overline{FJ} = 7$ cm, a área da base é

$$A_{[FGJ]} = \frac{\overline{FG} \times \overline{FJ}}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = \frac{56}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

E assim, como $\overline{FE} = \overline{BC} = \overline{AB} = 8$ cm, o volume do prisma triangular é

$$V_{[EFGHIJ]} = A_{[FGJ]} \times \overline{FE} = 28 \times 8 = 224 \text{ cm}^3$$

E, somando os volumes dos dois prismas, temos o volume do sólido:

$$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHIJ]} = 256 + 224 = 480 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, Época especial

37. Como $[EFGH]$ é um quadrado, e $\overline{FG} = \overline{AB} = 4$ m, então, temos que $\overline{GH} = \overline{FG} = 4$ m e assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos calcular o diâmetro d da base do cone:

$$d^2 = \overline{FG}^2 + \overline{GH}^2 \Leftrightarrow d^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow d^2 = 16 + 16 \Leftrightarrow d^2 = 32 \xRightarrow{d>0} d = \sqrt{32} \text{ m}$$

E assim temos que o raio, r , da base do cone é $r = \frac{\sqrt{32}}{2} \approx 2,83$ m

Calculando a medida da área da base do cone temos

$$A_o = \pi \times r^2 \approx \pi \times 2,83^2 \approx 25,16 \text{ m}^2$$

Como a medida da altura do cone é $\overline{IJ} = 3$ m, calculando o volume do cone temos

$$V_C = \frac{1}{3} \times A_o \times \overline{IJ} = \frac{1}{3} \times 25,16 \times 3 = 25,16 \text{ m}^3$$

Como $[ABCD]$ é um quadrado, então $\overline{BC} = \overline{AB} = 4$, temos que o volume do prisma é dado por

$$V_P = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{BG} = 4 \times 4 \times \overline{BG} = 16 \times \overline{BG} \text{ m}^3$$

Como o volume total do sólido é 57 m^3 , vem que

$$V_C + V_P = 57 \Leftrightarrow 25,16 + 16 \times \overline{BG} = 57 \Leftrightarrow 16 \times \overline{BG} = 57 - 25,16 \Leftrightarrow \overline{BG} = \frac{31,84}{16} \Leftrightarrow \overline{BG} = 1,99 \text{ m}$$

Assim a altura do prisma (\overline{BG}) em metros, arredondada às unidades é 2 m

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, 2.ª chamada



38. Temos que o volume do cilindro é $V_{ci} = A_b \times h = 12h$

Da mesma forma, o volume do cone é $V_{co} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times 12 \times h = 4h$

E assim o volume total do sólido é

$$V_T = V_{ci} + V_{co} = 12h + 4h = 16h$$

Substituindo o valor do volume total do sólido podemos determinar, em metros, o valor de h , que é a altura do cilindro:

$$V_T = 34 \Leftrightarrow 16h = 34 \Leftrightarrow h = \frac{34}{16} \Leftrightarrow h = 2,125 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, 1.ª chamada

39. Como o volume da pirâmide $[HDPC]$ é 10 cm^3 , então o volume da pirâmide $[ABCDH]$ é 20 cm^3 , porque as duas pirâmides têm a mesma altura e a base da pirâmide $[ABCDH]$ tem o dobro da área da base da pirâmide $[HDPC]$ ($A_{[ABCD]} = 2 \times A_{[DPC]}$)

$$V_{[ABCDH]} = 2 \times V_{[HDPC]} = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}^3$$

Como o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDH]$ têm a mesma base e a mesma altura, o volume do paralelepípedo é o triplo do volume da pirâmide:

$$V_{[ABCDEFGH]} = 3 \times V_{[ABCDH]} = 3 \times 20 = 60 \text{ cm}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 1.ª chamada

40. Como as bases dos três modelos é igual e como o volume do modelo maior é igual à soma dos volumes dos dois modelos menores, então a soma das alturas dos dois modelos menores é igual à altura do modelo maior.

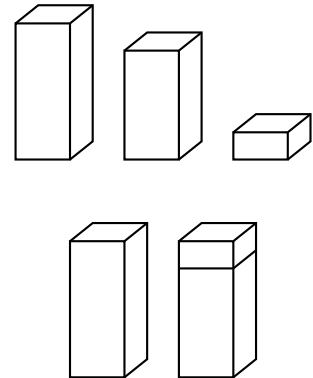
Assim, o gasto adicional de 50 cm^2 para forrar os dois modelos menores é justificado pela área adicional de duas bases quadradas (uma base da do sólido menor e outra do sólido intermédio).

Assim, podemos calcular a área das bases dos sólidos, A_B , dividindo a área em excesso por 2:

$$A_B = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

E como as bases são quadrados a medida da aresta da base dos modelos, a , em centímetros é

$$a = \sqrt{A_B} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$



Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011



41. Os triângulos $[AED]$ e $[EBC]$ têm alturas iguais (como $\overline{EB} = \overline{DC}$ e $[ABCD]$ é um trapézio retângulo então $\overline{ED} = \overline{BC}$), e a base do triângulo $[EBC]$ é o dobro da base do triângulo $[AED]$, porque se $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ então $\overline{AB} = 3 \times \overline{AE} = \overline{AE} + 2 \times \overline{AE} = \overline{AE} + \overline{ED}$, logo $\overline{ED} = 2 \times \overline{AE}$

E assim, temos que a área do triângulo $[EBC]$ é o dobro da área do triângulo $[AED]$:

$$A_{[EBC]} = 2 \times A_{[AED]}$$

Como os triângulos $[EBC]$ e $[ECD]$ têm a mesma área, temos que a área do trapézio $[ABCD]$, $A_{[ABCD]}$, pode ser escrita como

$$A_{[ABCD]} = A_{[AED]} + A_{[EBC]} + A_{[ECD]} = A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} = 5 \times A_{[AED]}$$

Como a área do trapézio $[ABCD]$ é 20 cm^2 , vem que

$$A_{[ABCD]} = 20 \Leftrightarrow 5 \times A_{[AED]} = 20 \Leftrightarrow A_{[AED]} = \frac{20}{5} \Leftrightarrow A_{[AED]} = 4 \text{ cm}^2$$

E assim, a área sombreada A_S é

$$A_S = A_{[AED]} + A_{[EBC]} = A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} = 3 \times A_{[AED]} = 3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

42. Calculando a altura da pirâmide $[EFGHI]$, h , representada a tracejado, como a diferença da altura da pirâmide $[ABCDI]$ e da altura do tronco de pirâmide, temos:

$$h = 80 - 30 = 50 \text{ cm}$$

E assim o volume da pirâmide $[EFGHI]$ é

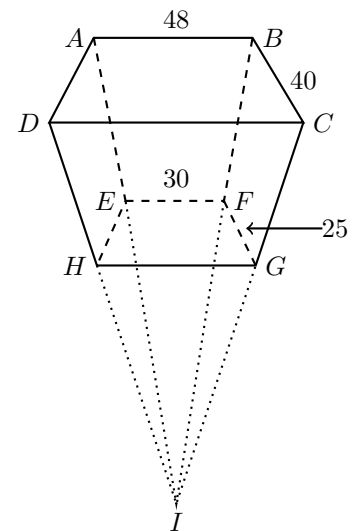
$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h = \frac{1}{3} \times 30 \times 25 \times 50 = 12\,500 \text{ cm}^3$$

E o volume da pirâmide $[ABCDI]$ é:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times \text{alt} = \frac{1}{3} \times 48 \times 40 \times 80 = 51\,200 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T , pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides:

$$V_T = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 51\,200 - 12\,500 = 38\,700 \text{ cm}^3$$



Prova Final 3.º Ciclo – 2010, 2.ª chamada



43. Como a base do prisma $[ABCDEFGH]$ é um quadrado, o volume do prisma é

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB}^2 \times \overline{BF} = 13^2 \times 19 = 3211 \text{ cm}^3$$

Como a base da pirâmide $[EFGHI]$ tem a área igual à base do prisma, o volume da pirâmide é

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times \overline{AB}^2 \times \overline{IJ} = \frac{1}{3} \times 13^2 \times 6 = 338 \text{ cm}^3$$

E o volume do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do prisma e da pirâmide, pelo que o Volume do sólido é

$$V_S = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHI]} = 3211 + 338 = 3549 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2010, 1.ª chamada

44. Como o volume do paralelepípedo é dado por

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{AE}$$

substituindo os valores conhecidos, podemos calcular a medida de \overline{AE} em metro:

$$0,24 = 1,2 \times 0,5 \times \overline{AE} \Leftrightarrow 0,24 = 0,6 \times \overline{AE} \Leftrightarrow \frac{0,24}{0,6} = \overline{AE} \Leftrightarrow \overline{AE} = 0,4 \text{ m}$$

Teste Intermédio 8.º ano – 27.04.2010

45. Como $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ e E e F são pontos médios de $[AB]$ e $[BC]$, respetivamente, então vem que

$$\overline{EB} = \overline{BF} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

E assim, calculando a área do triângulo $[BEF]$, vem

$$A_{[BEF]} = \frac{\overline{EB} \times \overline{BF}}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2}$$

Observando que os triângulos $[BEF]$ e $[DGH]$ são congruentes, podemos calcular a área da região sombreada como a diferença entre as áreas do quadrado $[ABCD]$ e dos triângulos $[BEF]$ e $[DGH]$:

$$A_{[AEFCGH]} = A_{[ABCD]} - 2 \times A_{[BEF]} = 10 \times 10 - 2 \times \frac{25}{2} = 100 - 25 = 75$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 03.02.2010

46. O volume, em centímetros cúbicos, da parte de cimento (V) da floreira pode ser obtido como a diferença dos volumes do cubo e do o prisma quadrangular:

$$V = V_{cubo} - V_{prisma} = \overline{AB}^3 - \overline{EF}^2 \times \overline{GO} = 50^3 - 40^2 \times 50 = 125\,000 - 80\,000 = 45\,000 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada



47. Como $\overline{DA} = \overline{DC} = 2$ m, então temos que a área da base da pirâmide $[ACDH]$, é

$$A_{[ACD]} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \text{ m}^2$$

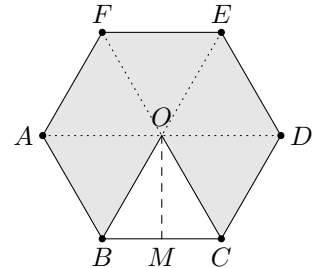
Como a altura $\overline{DH} = 5$ m, então calculando o volume da pirâmide $[ACDH]$, e arredondando o resultado às décimas, vem

$$V_{[ACDH]} = \frac{1}{3} \times A_{[ACD]} \times \overline{DH} = \frac{1}{3} \times 2 \times 5 = \frac{10}{3} \approx 3,3 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 1.ª chamada

48. Como o hexágono $[ABCDEF]$ é a base de um prisma regular, é um hexágono regular, pelo que pode ser dividido em 6 triângulos congruentes, e assim, a sua área pode ser calculada como 6 vezes a área do triângulo $[BCO]$, do qual são conhecidas as medidas da base e da altura

$$A_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[BCO]} = 6 \times \frac{\overline{BC} \times \overline{OM}}{2} = 6 \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ m}^2$$



E assim, podemos determinar a capacidade da piscina, em metros cúbicos, calculando o volume do prisma. Arredondando o resultado às décimas, vem

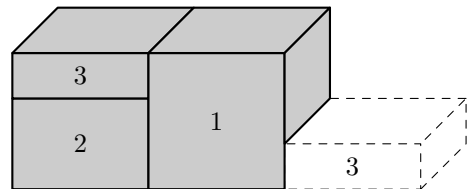
$$V_{[ABCDEFGHJKLM]} = A_{[ABCDEF]} \times \overline{BH} = 6\sqrt{3} \times 1,5 \approx 15,6 \text{ m}^3$$

Teste Intermédio 9.º ano - 11.05.2009

49.

49.1. Como todos os prismas têm a base quadrangular cuja área é 2, considerando o prisma referente ao primeiro lugar em conjunto com o prisma referente ao segundo lugar, a altura dos dois prismas, relativamente à altura do prisma referente ao primeiro lugar, será:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$



Ou seja, o volume dos dois prismas menores (considerados em conjunto) é igual ao volume do prisma maior.

Como o volume total do pódio é 15, então o volume do prisma maior (V_1) é

$$V_1 = \frac{15}{2}$$

E o volume do prisma referente ao 2.º lugar (V_2) é $\frac{2}{3}$ do volume do prisma maior, porque a área das bases é igual, ou seja

$$V_2 = \frac{2}{3} \times V_1 = \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{15}{3} = 5$$



49.2. Como o volume (V) de um prisma pode ser calculado como o produto da área da base (A_b) pela altura (h), temos

$$V = A_b \times h$$

Como, todos os prismas têm área da base igual a 2, ou seja $A_b = 2$, temos que

$$V = A_b \times h \Leftrightarrow V = 2 \times h \Leftrightarrow \frac{V}{h} = 2$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2009

50. A área da região sombreada pode ser calculada como a diferença das áreas do quadrado $[ACDF]$ e do triângulo $[ABE]$

Como a medida do lado do quadrado $[ACDF]$ é 4, a área do quadrado é

$$A_{[ACDF]} = 4^2 = 16$$

Como B é o ponto médio do segmento de reta $[AC]$, e $\overline{AC} = 4$, então $\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{4}{2} = 2$, e a altura do triângulo $[ABE]$ é igual a $\overline{AF} = 2$, pelo que a área do triângulo é

$$A_{[ABE]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AF}}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

E assim, a área sombreada (A_S) é

$$A_S = A_{[ACDF]} - A_{[ABE]} = 16 - 4 = 12$$

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2009

51. Calculando a área da base do prisma, ou seja do triângulo ABE , temos que:

$$A_{[ABE]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BE}}{2} = \frac{300 \times 42}{2} = 6300 \text{ cm}^2$$

E assim, considerando a aresta $[BC]$ como a altura do prisma e calculando o volume do prisma, em centímetros cúbicos, vem:

$$V_{[ABCDEFGH]} = A_{[ABE]} \times \overline{BC} = 6300 \times 250 = 1\,575\,000 \text{ cm}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 2.ª chamada



52. Como $\overline{EF} = 3$ cm e a pirâmide $[EFGHI]$ tem altura 5 cm, o volume da pirâmide é:

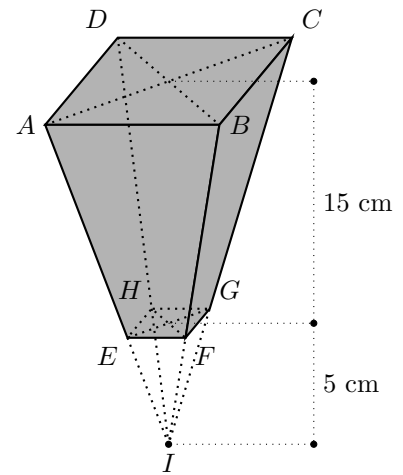
$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 5 = 15 \text{ cm}^3$$

Como $\overline{AB} = 12$ cm e a pirâmide $[ABCDI]$ tem altura $15 + 5 = 20$ cm, então o seu volume é:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times alt = \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 20 = 960 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T , pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides

$$V_T = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 960 - 15 = 945 \text{ cm}^3$$



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 1.ª chamada

53. Começamos por determinar a altura da pirâmide $[EFGHI]$, verificando que o triângulo $[JKI]$ é retângulo em K , pelo que, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que:

$$\overline{IK}^2 + \overline{KJ}^2 = \overline{IJ}^2$$

Como $\overline{KJ} = \frac{\overline{AD}}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6$ m, substituindo os valores conhecidos na equação anterior, vem que:

$$\overline{IK}^2 + 0,6^2 = 1^2 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 + 0,36 = 1 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 = 1 - 0,36 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 = 0,64 \underset{\overline{IK} > 0}{\Rightarrow} \overline{IK} = \sqrt{0,64}$$

Assim temos que $\overline{IK} = 0,8$

Podemos agora determinar o volume da pirâmide:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times \overline{IK} = \frac{1}{3} \times 1,2^2 \times 0,8 = 0,384 \text{ m}^3$$

Determinando o volume do prisma, vem que:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{DA} \times \overline{AB} \times \overline{DH} = 1,2 \times 1,2 \times 1,7 = 2,448 \text{ m}^3$$

Logo, podemos determinar o volume total do sólido, V_T , como a soma dos volumes do pirâmide e do prisma:

$$V_T = V_{[EFGHI]} + V_{[ABCDEFGH]} = 0,384 + 2,448 = 2,832 \text{ m}^3$$

Teste Intermédio 9.º ano - 07.05.2008

54. Como o cubo e a pirâmide têm a mesma base e a mesma altura, o volume do cubo é o triplo do volume da pirâmide:

$$V_{[ABCDEFGH]} = 3 \times V_{[ABCDP]} = 3 \times 9 = 27 \text{ cm}^3$$

E assim, podemos calcular o comprimento, a , da aresta do cubo, em centímetros:

$$a^3 = 27 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{27} \Leftrightarrow a = 3 \text{ cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 1.ª chamada



55. Podemos determinar o volume da piscina, em metros cúbicos, como a diferença dos volumes do paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$ e do prisma triangular $[IELJFK]$

Como $\overline{AD} = \overline{BC} = 20$ m, $\overline{DC} = \overline{HG} = 10$ m e $\overline{DH} = \overline{CG} = 2$ m, temos que, o volume do paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$ é:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AD} \times \overline{DC} \times \overline{DH} = 20 \times 10 \times 2 = 400 \text{ m}^3$$

Como a altura do prisma triangular é $\overline{EF} = \overline{HG} = 10$ m, $\overline{EL} = \overline{EH} - \overline{LH} = 20 - 10 = 10$ m e $\overline{EI} = \overline{EA} - \overline{IA} = 2 - 0,6 = 1,4$ m, temos que, o volume do prisma triangular $[IELJFK]$ é:

$$V_{[IELJFK]} = A_{[EIL]} \times \overline{EF} = \frac{\overline{EL} \times \overline{EI}}{2} \times \overline{EF} = \frac{10 \times 1,4}{2} \times 10 = \frac{14}{2} \times 10 = 7 \times 10 = 70 \text{ m}^3$$

Desta forma, vem que o volume da piscina, em metros cúbicos, é:

$$V = 400 - 70 = 330 \text{ m}^3$$

Logo, fazendo a conversão para litros, de acordo com a igualdade indicada, temos que o volume da piscina, em litros, é:

$$V = 330 \times 1000 = 330\,000 \text{ litros}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 2.ª Chamada

56. Podemos determinar o volume do sólido representado a sombreado como a diferença dos volumes dos dois cones representados - de alturas respetivamente iguais a 6 metros e a 2 metros.

Calculando os volumes temos:

- Cone com 6 metros de altura: $V_6 = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \times 6 = \frac{1}{3} \times \pi \times 1,8^2 \times 6 \approx 20,36 \text{ m}^3$
- Cone com 2 metros de altura: $V_2 = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \times 2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 0,6^2 \times 2 \approx 0,75 \text{ m}^3$

E assim, o volume do sólido que serviu de base à construção do *vulcão de água*, em metros cúbicos, arredondado às unidades, é de:

$$V = V_6 - V_2 \approx 20,36 - 0,75 \approx 20 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 1.ª Chamada



57. Podemos determinar o volume do espiguiteiro como a soma dos volumes de um prisma retangular e de um prisma triangular.

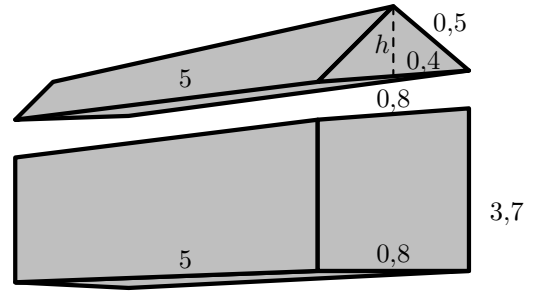
Desta forma, temos que o volume do prisma retangular, em metros cúbicos, é:

$$V_{PR} = 5 \times 0,8 \times 3,7 = 14,8 \text{ m}^3$$

Para calcular o volume do prisma triangular, devemos calcular previamente a área da base.

Como a base é um triângulo isósceles, podemos calcular a altura (h), decompondo o triângulo isósceles em dois triângulos retângulos, cujo comprimento da hipotenusa é 0,5 m e de um dos catetos é 0,4 m.

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:



$$h^2 + 0,4^2 = 0,5^2 \Leftrightarrow h^2 + 0,16 = 0,25 \Leftrightarrow h^2 = 0,25 - 0,16 \Leftrightarrow h^2 = 0,09 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{0,09} \Leftrightarrow h = 0,3$$

Desta forma, temos que o volume do prisma triangular, em metros cúbicos, é:

$$V_{PT} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \frac{0,8 \times 0,3}{2} \times 5 = 0,6 \text{ m}^3$$

Pelo que o volume do espiguiteiro, em metros cúbicos, é:

$$V_{\text{espiguiteiro}} = V_{PR} + V_{PT} = 14,8 + 0,6 = 15,4 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 2.ª Chamada

58. Designa por r o raio de cada uma das esferas, temos que:

- o volume de cada esfera é: $V_E = \frac{4}{3}\pi r^3$
- o volume das três esferas é: $3 \times V_E = 3 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^3$
- a medida do raio da base do cilindro é r , e a altura é o triplo do diâmetro, ou seja, $h = 3 \times 2 \times r = 6r$
- o volume do cilindro é: $V_C = A_{\text{Base}} \times h = \pi r^2 \times 6r = 6\pi r^3$
- o volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é a diferença do volume do cilindro e das três esferas, ou seja: $V = V_C - 3 \times V_E = 6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$

E, desta forma podemos concluir que:

$$V = 2\pi r^3 = \frac{4\pi r^3}{2} = \frac{3 \times V_E}{2}$$

Ou seja, o volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 1.ª chamada

59. Como a tenda tem a forma de um prisma triangular, calculando o seu volume, em metros cúbicos, e arredondado o resultado às décimas, vem que:

$$V_{PT} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \frac{1,8 \times 1,6}{2} \times 2,3 \approx 3,3 \text{ m}^3$$

Prova de Aferição - 2003

