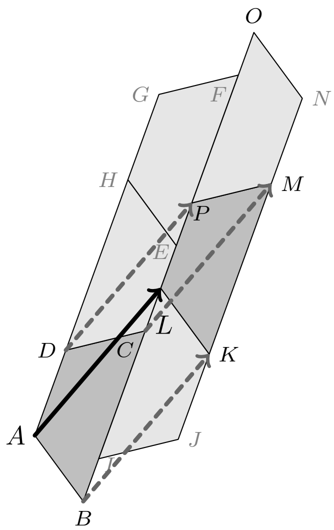
Isometrias (8.º ano)

Propostas de resolução

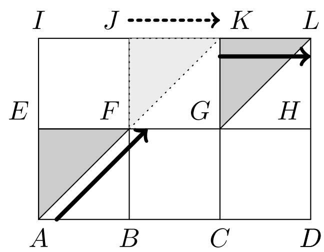
Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



1. Considerando o vetor $\overrightarrow{AL}$ temos que:
   - $A + \overrightarrow{AL} = L$
   - $B + \overrightarrow{AL} = K$
   - $C + \overrightarrow{AL} = M$
   - $D + \overrightarrow{AL} = P$

   Pelo que o trapézio $[LKMP]$ é a imagem do trapézio $[ABCD]$ por uma translação associada ao vetor $\overrightarrow{AL}$.

Prova de Aferição 8.º ano - 2018



2. Considerando a translação do triângulo $[AEF]$ associada ao vetor $\overrightarrow{AF}$, obtemos o triângulo $[FJK]$. Depois a translação deste triângulo pelo vetor $\overrightarrow{KL}$ (que é igual ao vetor $\overrightarrow{JK}$) obtemos o tiângulo $[GKL]$.

   Assim, a isometria que transforma o triângulo $[AEF]$ no triângulo $[GKL]$ é a composta da translação $T_{\overrightarrow{AF}}$ com a translação $T_{\overrightarrow{KL}}$

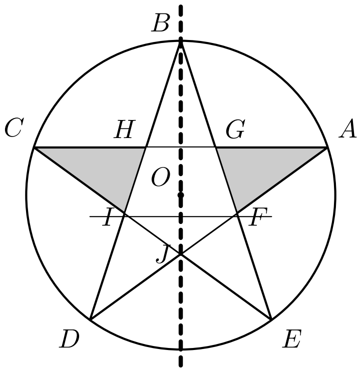
   Resposta: **Opção A**

Instrumento de Aferição Amostral, 8.º ano - 2021

3. Observando a figura podemos ver que os pontos G e H, tal como os pontos A e C e também os pontos F e I, se situam
   - a igual distância da reta BO,
   - sobre retas perpendiculares a BO.

   Assim, podemos concluir que são pontos simétricos, relativamente a esta reta, ou seja, a reflexão de eixo BO transforma o triângulo $[AGF]$ no triângulo $[CHI]$.

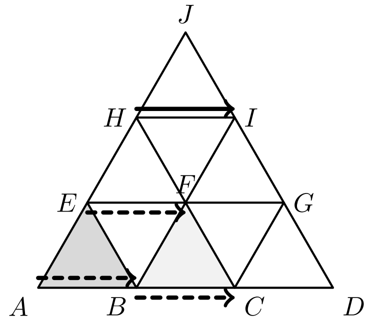
   Resposta: **Opção C**



Prova de Matemática, 9.º ano – 2021

4. Observando que $\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que a imagem do triângulo $[ABE]$, pela translação de vetor $\overrightarrow{HI}$, é o triângulo $[BCF]$

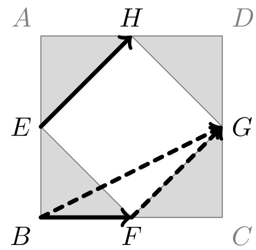
   Resposta: **Opção A**



Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

5. Observando que $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{BG}$$

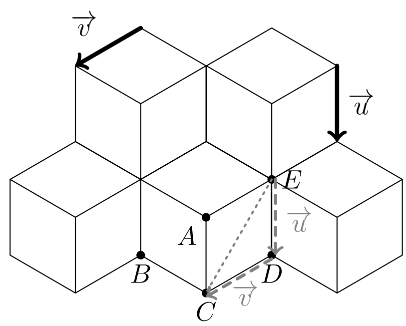


Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª chamada

6. Observando que $[ACDE]$ é um losango, também é um paralelogramo e como os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ podem ser representados sobre lados desse paralelogramo, usando a regra do paralelogramo para a soma de vetores, temos que:

$$E + (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = C$$

   Resposta: **Opção C**

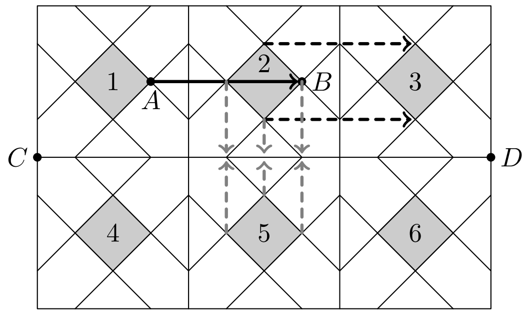


Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª chamada

7. Temos que:
   - a reflexão do quadrado 5 relativamente ao eixo CD é o quadrado 2
   - a translação do quadrado 2 associada ao vetor $\overrightarrow{AB}$ é o quadrado 3

   Assim, a imagem do quadrado 5 pela reflexão deslizante de eixo CD e vetor $\overrightarrow{AB}$, é o quadrado 3

   Resposta: **Opção B**

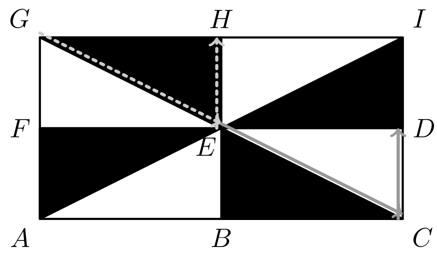


Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

8. Como $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EC}$ e $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{CD}$, temos que:
   - $T_{\overrightarrow{GE}}(E) = T_{\overrightarrow{EC}}(E) = E + \overrightarrow{EC} = C$
   - $T_{\overrightarrow{EH}}(C) = T_{\overrightarrow{CD}}(C) = C + \overrightarrow{CD} = D$

   Assim, temos que:

$$T_{\overrightarrow{EH}}\big(T_{\overrightarrow{GE}}(E)\big) = T_{\overrightarrow{EH}}(C) = D$$



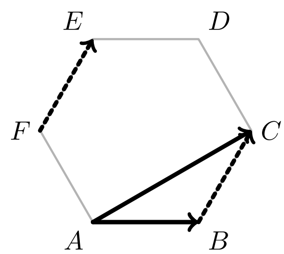
Ou seja a imagem do ponto E pela translação composta $T_{\overrightarrow{GE}}$ com $T_{\overrightarrow{EH}}$ é o ponto D

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª chamada

9. Observando que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BC}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

   Resposta: **Opção D**



Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª chamada

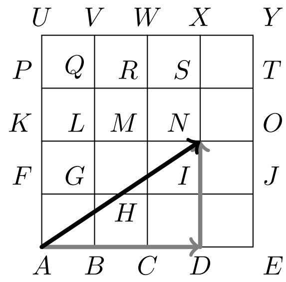
10.

   10.1. Em cada linha temos que:

(1) Identificando os vetores $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DN}$ podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AN}$$

pelo que deve ser assinalada a coluna **(E)** na linha **(1)**



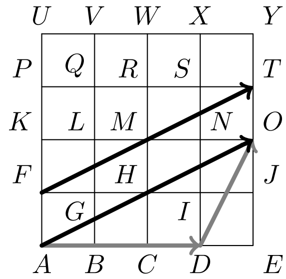
(2) Identificando os vetores $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DO}$ podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$

E que:

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{FT}$$

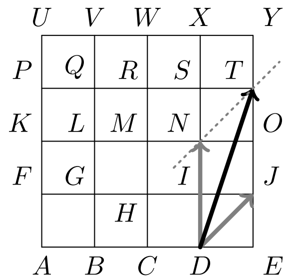
pelo que deve ser assinalada a coluna **(D)** na linha **(2)**



(3) Identificando os vetores $\overrightarrow{DN}$ e $\overrightarrow{DJ}$ e usando a regra do paralelogramo para fazer a soma, podemos observar que:

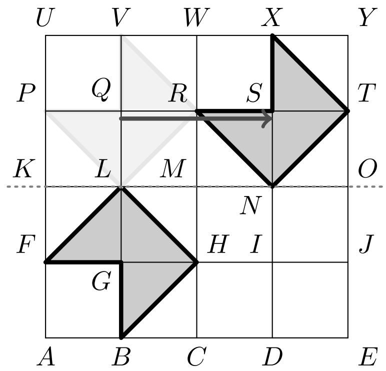
$$\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DT}$$

pelo que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(3)**



10.2. Considerando a reflexão do pentágono $[BHLFG]$ de eixo KO e depois a translação do pentágono transformado pelo vetor $\overrightarrow{QS}$, obtemos o pentágono $[NTXSR]$, pelo que a isometria que transforma $[BHLFG]$ em $[NTXSR]$ é a reflexão deslizante de eixo KO e vetor $\overrightarrow{QS}$

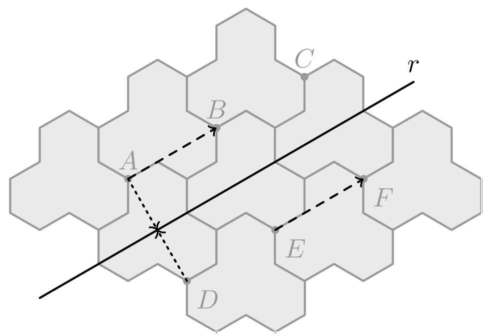
Resposta: **Opção C**



Prova de Aferição 8.º ano - 2018

11. Temos que:
   - a reflexão do ponto D relativamente ao eixo r é o ponto A
   - a translação do ponto A associada ao vetor $\overrightarrow{EF}$ é o ponto B

   Assim, a imagem do ponto D pela reflexão deslizante de eixo r e vetor $\overrightarrow{EF}$, é o ponto B

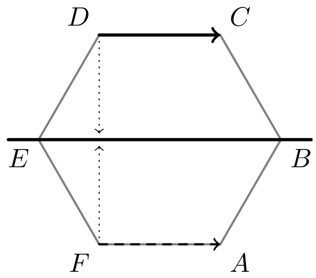


Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

12. Temos que:
    - a reflexão do ponto F relativamente ao eixo EB é o ponto D
    - a translação do ponto D associada ao vetor $\overrightarrow{FA}$ é o ponto C

    Assim, a imagem do ponto F pela reflexão deslizante de eixo EB e vetor $\overrightarrow{FA}$, é o ponto C

    Resposta: **Opção C**



Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2ª chamada

13. Como um hexágono regular tem os lados opostos paralelos e com o mesmo comprimento, então as diagonais $[QS]$ e $[PT]$ também são paralelas e com o mesmo comprimento, pelo que:

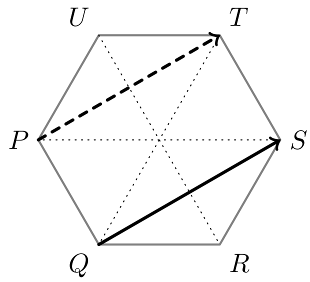
$$\overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PT}$$

E assim, vem que:

$$P + \overrightarrow{QS} = P + \overrightarrow{PT} = T$$

Ou seja, a imagem do ponto P pelo translação associada ao vetor $\overrightarrow{QS}$ é o ponto T (como se pretende ilustrar na figura ao lado).

Resposta: **Opção D**



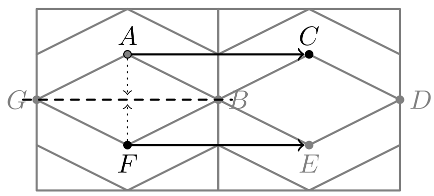
Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª chamada

14. Como a reflexão do ponto F e eixo GB é o ponto A

    E a imagem do ponto A pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{FE}$, ou seja, ao vetor $\overrightarrow{AC}$, é o ponto C

    então, a reflexão deslizante de eixo GB e vetor $\overrightarrow{FE}$ é:

    o ponto C



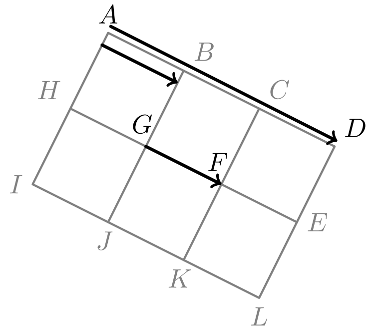
Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

15.

15.1. Como $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$, então $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$

E assim, temos que a imagem do ponto G pela translação associada ao vetor $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, ou seja, ao vetor $\overrightarrow{AB}$, é:

o ponto F

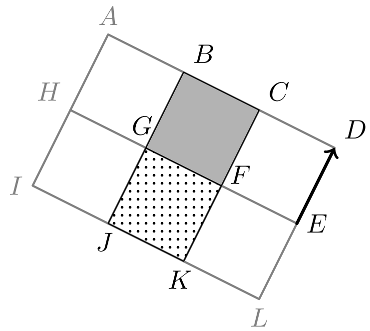


15.2. Como podemos observar que:

- $G + \overrightarrow{ED} = B$
- $F + \overrightarrow{ED} = C$
- $K + \overrightarrow{ED} = F$
- $J + \overrightarrow{ED} = G$

Logo, o transformado do quadrado $[GFKJ]$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{ED}$ é o quadrado $[BCFG]$

Resposta: **Opção D**



Prova de Aferição 8.º ano - 2016

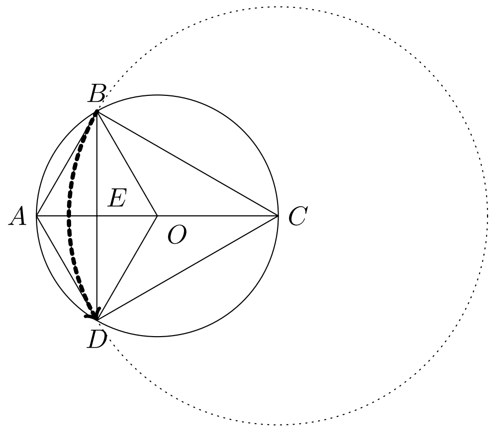
16. Como $B\hat{A}D = E\hat{A}B + E\hat{A}D = 60 + 60 = 120°$ (porque os triângulos OAB e OAD são equiláteros), a rotação de centro A, que transforma o ponto B no ponto D tem amplitude 120° (no sentido negativo).

Relativamente à rotação de centro no ponto O, pela mesma razão a amplitude da rotação também tem amplitude de 120°

Como o ponto E é o ponto médio do segmento de reta $[AD]$ a rotação de centro E, que transforma o ponto B no ponto D tem amplitude 180°

Como o triângulo $[CBD]$ também é equilátero, a rotação de centro C, que transforma o ponto B no ponto D tem amplitude 60°

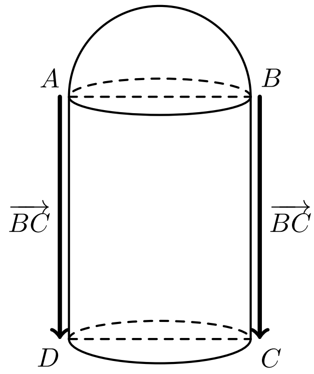
Resposta: **Opção C**



Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

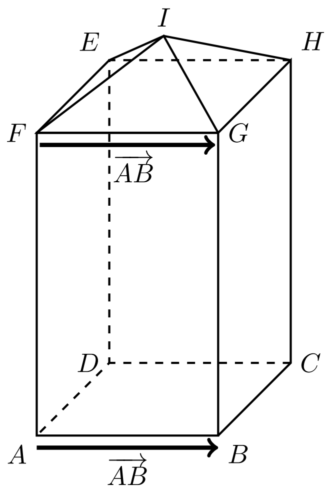
17. A translação associada ao vetor $\overrightarrow{BC}$ transforma o ponto B no ponto C, pelo que, da mesma forma, transforma o ponto A no ponto D

Resposta: **Opção D**



Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª chamada

18. A translação do ponto F pelo vetor $\overrightarrow{AB}$ é o ponto G

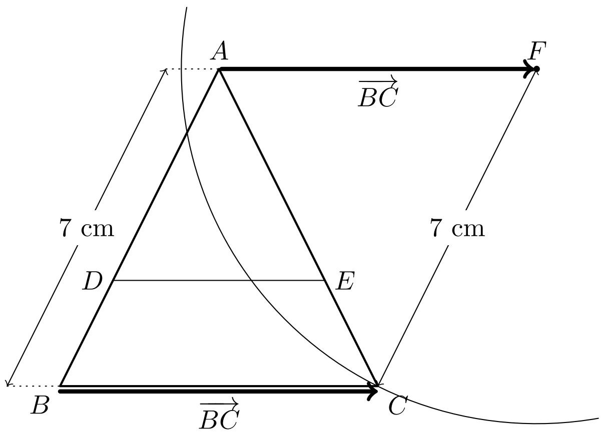


Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

19. Os triângulos $[ABC]$ e $[AFC]$ são congruentes, porque $\overline{AF} = \overline{BC}$, $[AC]$ é um lado comum, e os ângulos ACB e CAF são iguais (porque são ângulos alternos internos).

Assim, temos que os lados $[FC]$ e $[AB]$ são lados correspondentes, e por isso $\overline{FC} = \overline{AB} = 7$

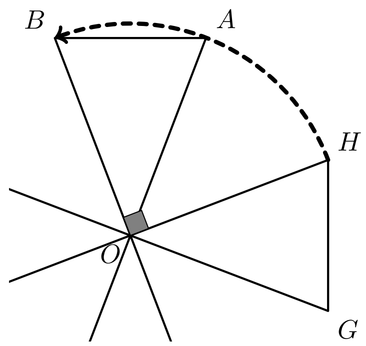
Logo o raio da circunferência de centro em F e que contém o ponto C tem comprimento 7 cm.



Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada

20. Uma rotação de 90° (no sentido positivo), de centro em O, transforma o ponto H no ponto B

    Resposta: **Opção B**



Teste Intermédio 9.º ano – 21.03.2014

21. Como o ponto C é uma reflexão do ponto A relativamente ao eixo $Ox0$ tem a mesma abcissa e ordenada simétrica, ou seja, as coordenadas do ponto C são $C(8, -6)$

    Relativamente ao triângulo $[OAC]$ temos que $\overline{AC} = 6 + 6 = 12$ e que $\overline{OA} = \overline{OC}$, e podemos determinar $\overline{OA}$ recorrendo ao Teorema de Pitágoras, considerando o triângulo retângulo $[OAD]$, em que D é a projeção ortogonal do ponto A no eixo Ox:

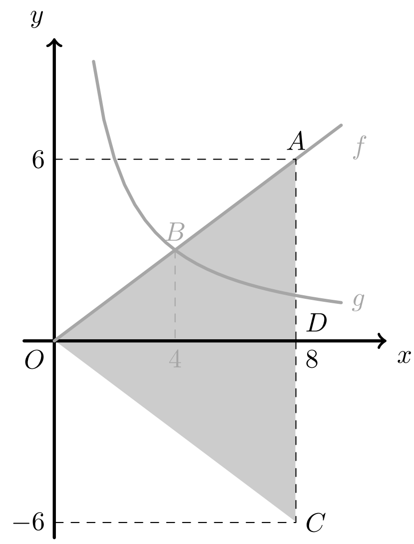
$$\overline{OA}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{DA}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 100 \underset{\overline{OA}>0}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{OA} = 10$$

    E assim, temos que o perímetro do triângulo $[OAC]$ é:

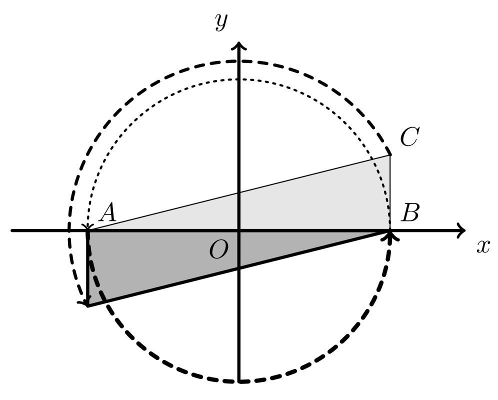
$$P_{[OAC]} = \overline{AC} + 2\overline{OA} = 12 + 2 \times 10 = 12 + 20 = 32$$



Teste intermédio 9.º ano - 12.04.2013

22. Considerando a rotação de cada ponto, podemos construir o triângulo o transformado do triângulo $[ABC]$ por meio da rotação de centro no ponto O e amplitude 180° e verificar que é o triângulo representado na opção (C)

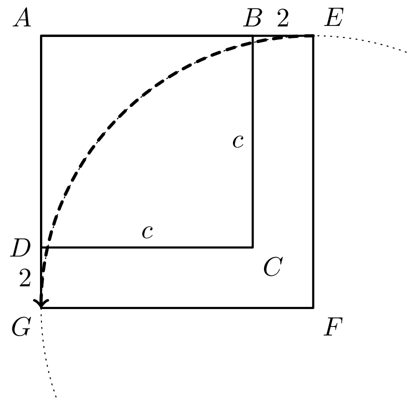
    Resposta: **Opção C**



Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 2.ª chamada

23. Como $[AGFE]$ é um quadrado, uma rotação de 90°, de centro no ponto F transforma o ponto E no

ponto G



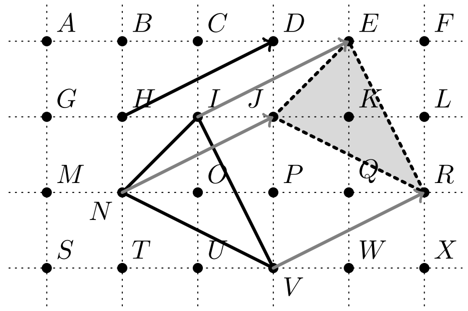
Prova Final 3.º Ciclo - 2012, 1.ª chamada

24.

24.1. Identificando o vetor $\overrightarrow{HD}$ como o vetor associado à translação que transforma o ponto H no ponto D, $H + \overrightarrow{HD} = D$, temos que

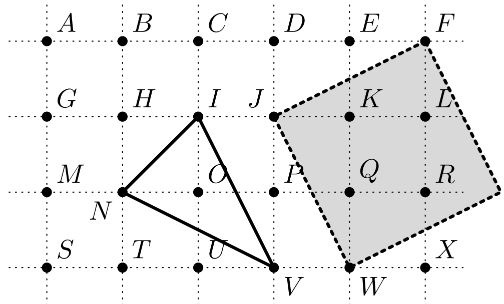
- $N + \overrightarrow{HD} = J$
- $I + \overrightarrow{HD} = E$
- $V + \overrightarrow{HD} = R$

Logo, o transformado do triângulo $[NIV]$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{HD}$ é o triângulo $[JER]$



24.2. Considerando os dois quadrados de lado JF, o único que tem como outro vértice um dos pontos assinalados (representado na figura ao lado) é o quadrado com vértice no ponto W

Resposta: **Opção C**

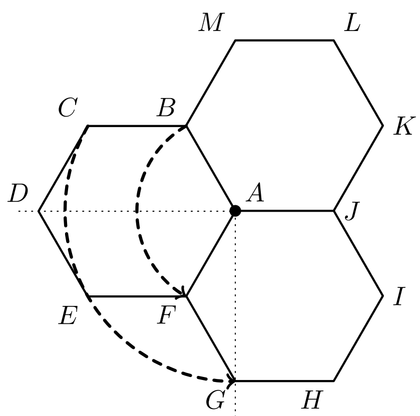


Teste intermédio 8.º ano - 29.02.2012

25. Como os ângulos internos de um hexágono regular têm 120° de amplitude, o transformado do ponto B por uma rotação de centro em A e amplitude 120° é o ponto F

Traçando retas perpendiculares pelo ponto A podemos observar que o ângulo DAG é reto, e que o ângulo CAD tem amplitude de 30°, pelo que o ângulo CAG tem amplitude de 120°, ou seja, o transformado do ponto C por uma rotação de centro em A e amplitude 120° é o ponto G

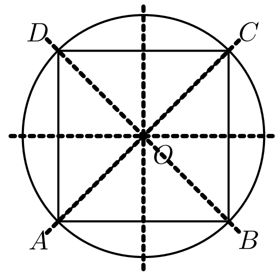
Assim, o transformado do segmento $[BC]$ por uma rotação de centro em A e amplitude 120° é o segmento $[FG]$



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, Ép. especial

26. Desenhando sobre o quadrado as duas diagonais e as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar os 4 eixos de simetria do quadrado.

    Resposta: **Opção C**



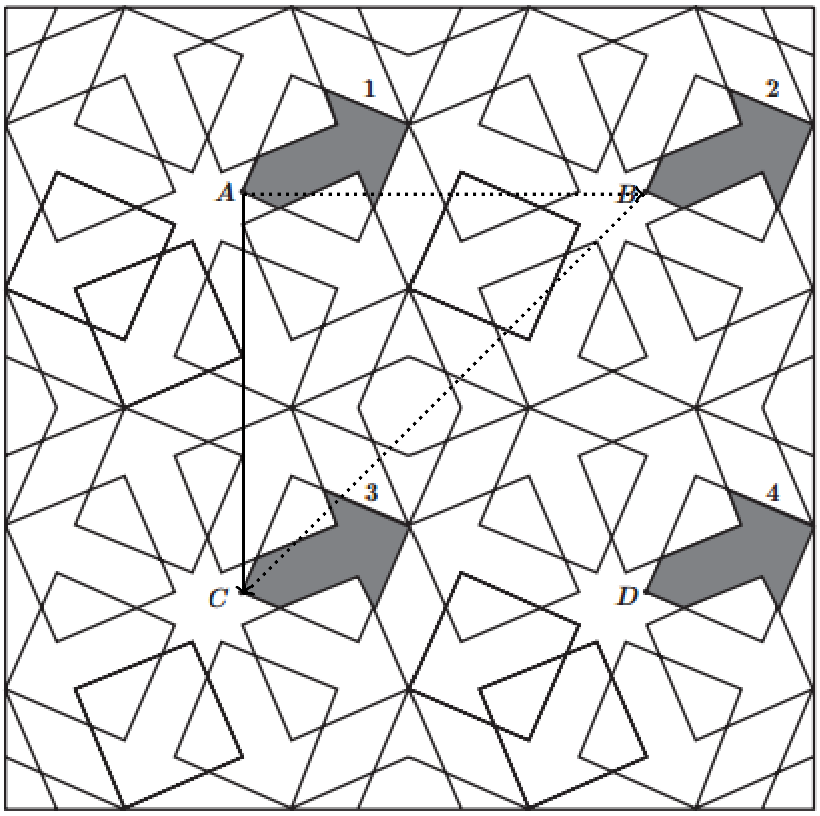
Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

27. Como o polígono 3 pode ser obtido como imagem do polígono 1 por meio da translação associada ao vetor $\overrightarrow{AC}$, e temos que

    - $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$
    - $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$
    - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
    - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

    Temos que é o translação associada ao vetor $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ que transforma o polígono 1 no polígono 3

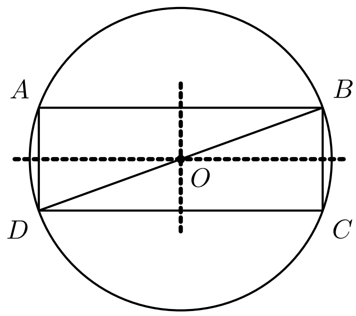
    Resposta: **Opção D**



Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

28. Desenhando sobre o retângulo as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar os 2 eixos de simetria do retângulo (as diagonais não são eixos de simetria).

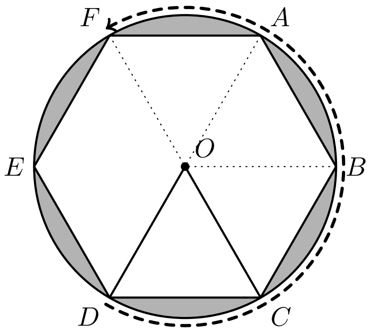
    Logo, o retângulo $[ABCD]$ tem 2 eixos de simetria



Exame Nacional 3.º Ciclo – 2010, 1.ª chamada

29. Como os ângulos internos de um triângulo equilátero têm amplitude 60°, uma rotação de de amplitude 240° corresponde a 4 ângulos internos de triângulos equiláteros ($4 \times 60 = 240°$).

    Assim, temos que o transformado do ponto D pela rotação de centro no ponto O e de amplitude 240° é o ponto F (como se pode observar na figura ao lado).



Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2010

30. As rotações de centro em O e amplitudes 180° ou −180° transformam o quadrado $[OHDE]$ no quadrado $[OFBG]$, assim como a simetria axial de eixo AC

    O transformado do quadrado $[OHDE]$ simetria axial de eixo DB é o próprio quadrado $[OHDE]$, porque a diagonal $[OD]$ é um eixo de simetria do quadrado.

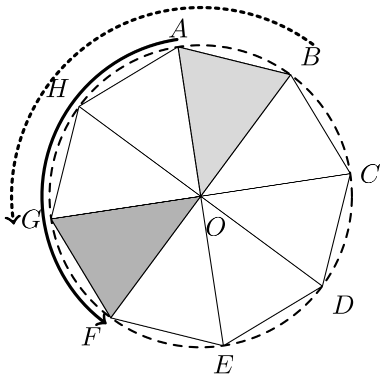
    Resposta: **Opção D**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada

31. Como $[ABCDEFGH]$ é um octógono regular, pode ser dividido em 8 triângulos isósceles congruentes, cujos ângulos menores têm amplitude $\dfrac{360}{8} = 45°$

    Assim, como $\dfrac{135}{45} = 3$, o transformado do triângulo $[AOB]$ pela rotação de centro no ponto O e de amplitude 135° é o triângulo $[GOF]$ (como se pode observar na figura ao lado).

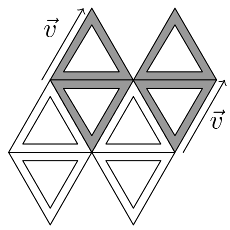
    Resposta: **Opção D**



Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 1.ª chamada

32. Considerando a figura e a translação da mesma associada, ao vetor $\vec{v}$ (representada na figura ao lado a sombreado) podemos observar a representação conjunta das duas, ou seja, a figura da primeira opção.

    Resposta: **Opção A**

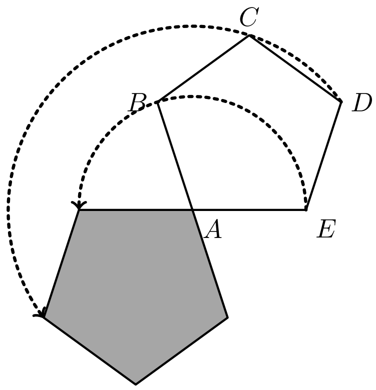


Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2009

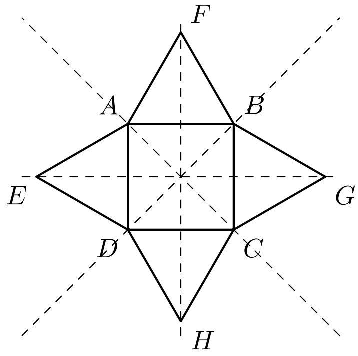
33. Como se pretende que o pentágono sombreado seja a imagem do pentágono $[ABCDE]$ obtida por meio de uma rotação de centro no ponto A, o ponto A permanece inalterado, pelo que as opções (A) e (D) não estão corretas.

    Traçando semicircunferências de centro no ponto A (como na figura ao lado) podemos verificar que na opção (C) o pentágono sombreado é a imagem do pentágono $[ABCDE]$ obtida por meio de uma rotação de centro no ponto A e amplitude 180°

    Resposta: **Opção C**



Teste Intermédio 9.º ano – 07.05.2008



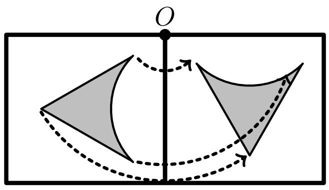
34. Desenhando sobre o quadrado as duas diagonais e as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar todos os eixos de simetria do quadrado.

    Logo, a figura tem quatro eixos de simetria.

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 2.ª chamada

35. Construindo o transformado da figura da esquerda por meio de uma rotação, com centro no ponto de O, amplitude 90° (como na figura ao lado), podemos observar que corresponde à figura da direita na opção (B).

    Resposta: **Opção B**



Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 2.ª chamada

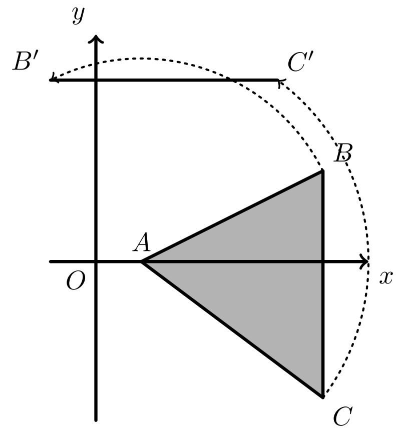
36. As opções (A), (C) e (D) representam translações da figura, segundo um vetor com direção perpendicular à reta r

    Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 1.ª chamada

37. Considerando o transformado do segmento de reta $[BC]$ obtido por meio de uma rotação de centro em A e amplitude $90°$, obtemos o segmento de reta $[B'C']$ paralelo ao eixo dos xx (como se pode observar na figura ao lado).

Resposta: **Opção A**



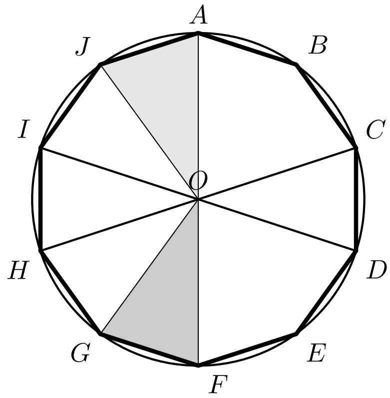
Exame Nacional 3.º Ciclo – 2005, 2.ª chamada

38. Como $[ABCDEFGHIJ]$ é um decágono regular, pode ser dividido em 10 triângulos isósceles congruentes, cujos ângulos menores têm amplitude $\frac{360}{10} = 36°$

Assim, como $\frac{144}{36} = 4$, o transformado do ponto A pela rotação de centro em O e de amplitude $144°$ é o

ponto G

(como se pode observar na figura ao lado).

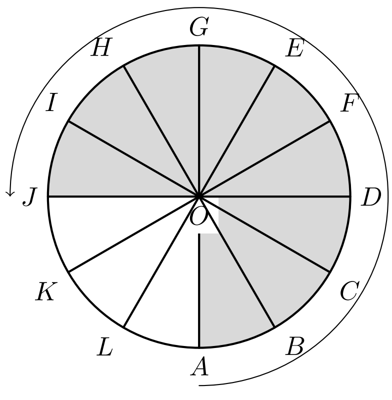


Exame Nacional 3.º Ciclo – 2005, 1.ª chamada

39. Ao fim de cada volta completa cada cadeira volta à sua posição inicial, pelo que ao fim de duas voltas completas a cadeira da Rita está novamente na posição A

Assim, após completar os restantes $\frac{3}{4}$ de volta a cadeira da Rita estará na posição assinalada com a

letra J

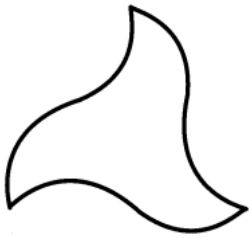


Prova de Aferição – 2004

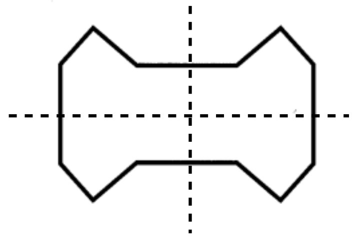
40. Podemos identificar eixos de simetria nas figuras das opções (B), (C) e (D) (assinalados na figura ao lado), pelo que a figura que não tem qualquer eixos de simetria é a figura da opção (A).

    Resposta: **Opção A**

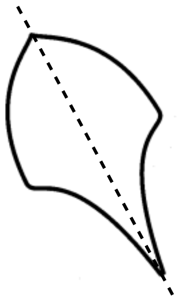
(A)



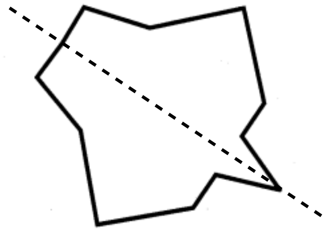
(B)



(C)



(D)



Prova de Aferição – 2004

41. O friso da opção (B) pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 90° no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

    O friso da opção (C) pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 90° no sentido dos ponteiros do relógio.

    O friso da opção (D) pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 180°.

    Pelo que o friso da opção (A) é o único que não pode ser construído com 3 destes azulejos.

    Resposta: **Opção A**

Prova de Aferição – 2003