Quadrática e proporcionalidade inversa (9.º ano)

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Sabemos que:
   - como o ponto A pertence ao gráfico de f, designando por a a abcissa do ponto A, temos que $f(a) = \frac{1}{3}a^2$
   - como a ordenada do ponto A é 3, então

   $$f(a) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}a^2 = 3 \Leftrightarrow a^2 = 3 \times 3 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow a = \pm 3$$

   - como a abcissa do ponto A é negativa, temos que $a = -3$
   - como as abcissas dos pontos A e B são simétricas temos que a abcissa do ponto B é: $-a = -(-3) = 3$

   Como a função g é uma função de proporcionalidade inversa, pode ser definida por uma expressão algébrica da forma $g(x) = \frac{k}{x}$.
   Como o ponto B tem coordenadas (3,3) e pertence ao gráfico de g, podemos determinar o valor de k:

   $$g(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 3 = \frac{k}{3} \Leftrightarrow 9 = k$$

   E assim, uma expressão algébrica da função g é: $g(x) = \frac{9}{x}$.

   Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo - 2024, 1.ª fase

2. Determinando a ordenada do ponto A, recorrendo à expressão algébrica da função f, temos:

   $$y_A = f(2) = 3 \times 2^2 = 3 \times 4 = 12$$

   Como o ponto A também pertence ao gráfico da função g, temos que $g(2) = 12$, pelo que, substituindo as coordenadas do ponto na expressão algébrica da função g, temos:

   $$g(2) = \frac{a}{2} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow 12 \times 2 = a \Leftrightarrow a = 24$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2023, 1.ª fase

3. Como a função g é uma função de proporcionalidade inversa, então $g(x) = \frac{k}{x}, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Como $g(4) = 3$ (porque o ponto A pertence ao gráfico de g), temos que o valor da constante de proporcionalidade (k), pode ser calculado, substituindo as coordenadas do ponto na expressão algébrica da função g:

$$3 = \frac{k}{4} \Leftrightarrow 3 \times 4 = k \Leftrightarrow k = 12$$

Desta forma, como a função g é definida por $g(x) = \frac{12}{x}$, substituindo a abcissa do ponto P na expressão de g, podemos calcular o valor da ordenada:

$$g(2) = \frac{12}{2} = 6$$

Assim, temos que as coordenadas do ponto P são (2,6), e como este ponto pertence ao gráfico de f, podemos determinar o valor de a substituindo as coordenadas do ponto P na expressão algébrica que define a função f:

$$6 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 6 = 4a \Leftrightarrow \frac{6}{4} = a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Prova de Matemática, 9.º ano – 2021

4. Calculando a imagem do objeto 3 pela função f, temos:

$$f(3) = \frac{2}{3} \times 3^2 = \frac{2 \times 3 \times 3}{3} = 6$$

Assim, como as coordenadas do ponto A são (3,6) e como a função g é de proporcionalidade inversa, ou seja, da forma $g(x) = \frac{k}{x}, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, podemos calcular o valor da constante de proporcionalidade, ou seja, o valor de k, substituindo as coordenadas do ponto A (que pertence ao gráfico da função g):

$$g(3) = 6 \Leftrightarrow \frac{k}{3} = 6 \Leftrightarrow k = 6 \times 3 \Leftrightarrow k = 18$$

Desta forma, como a função g é definida por $g(x) = \frac{18}{x}$, substituindo a ordenada do ponto B na expressão de g, podemos calcular o valor da abcissa, ou seja, o valor de c:

$$g(c) = 2 \Leftrightarrow \frac{18}{c} = 2 \Leftrightarrow \frac{18}{2} = c \Leftrightarrow 9 = c$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

5. Calculando a imagem do objeto 2 pela função f, temos:

$$f(2) = \frac{6}{2} = 3$$

Assim, como os gráficos das funções f e g se intersetam no ponto de abcissa 2, então $f(2) = g(2)$, ou seja, $g(2) = 3$, pelo que sabemos que o ponto de coordenadas (2,3) pertence ao gráfico de g

Como $g(x) = ax^2$, substituindo as coordenadas do ponto, substituindo as coordenadas na expressão algébrica da função podemos calcular o valor de a:

$$g(2) = 3 \Leftrightarrow a \times 2^2 = 3 \Leftrightarrow a \times 4 = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

6. Calculando a imagem do objeto 4 pela função g, temos:

$$g(4) = \frac{8}{4} = 2$$

Assim, como $f(3) = g(4)$, temos que $f(3) = 2$, ou seja o ponto de coordenadas (3,2) pertence ao gráfico de f

Como $f(x) = ax^2$, substituindo as coordenadas do ponto, substituindo as coordenadas na expressão algébrica da função podemos calcular o valor de a:

$$f(3) = 2 \Leftrightarrow a \times 3^2 = 2 \Leftrightarrow a \times 9 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{9}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 2.ª fase

7. Como o ponto P tem abcissa 3 e pertence ao gráfico da função f, temos que a sua ordenada é a imagem do objeto 3 pela função f, ou seja:

$$y_P = f(3) = \frac{4}{3} \times 3^2 = \frac{4}{3} \times 3 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

Assim temos que as coordenadas do ponto P são (3,12), e como o ponto P também pertence ao gráfico da função g, substituindo as coordenadas na expressão algébrica da função podemos calcular o valor de a:

$$g(3) = 12 \Leftrightarrow \frac{a}{3} = 12 \Leftrightarrow a = 12 \times 3 \Leftrightarrow a = 36$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 1.ª fase

8. A representação gráfica de uma função de proporcionalidade inversa é parte de uma hipérbole que não interseta o eixo das ordenadas.
Assim, de entre as opções apresentadas, a única representação gráfica que não interseta o eixo Oy é a da opção (D)

Resposta: **Opção D**

Prova Final 3.º Ciclo - 2017, 2.ª fase

9. Como o ponto P, pertence ao gráfico de ambas as funções, podemos determinar a ordenada do ponto P, calculando a imagem do objeto 2, pela função f:

$$y_P = f(2) = 2 \times 2^2 = 2 \times 4 = 8$$

Como a função g é uma função de proporcionalidade inversa, a sua expressão algébrica é da forma

$$g(x) = \frac{k}{x}, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Assim, substituindo as coordenadas do ponto P (que também pertence ao gráfico da função g), podemos calcular o valor de k:

$$8 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow 8 \times 2 = k \Leftrightarrow 16 = k$$

Pelo que, uma expressão algébrica que define a função g, é:

$$g(x) = \frac{16}{x}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2016, 2.ª fase

10. Podemos calcular a ordenada do ponto de interseção dos dois gráficos, recorrendo à expressão algébrica da função f:

$$f(2) = 2^2 = 4$$

Como a função g é uma função de proporcionalidade inversa, a sua expressão algébrica é da forma

$$g(x) = \frac{k}{x}, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Assim, substituindo as coordenadas do ponto de interseção dos gráficos (que pertence ao gráfico da função g), podemos calcular o valor de k:

$$4 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow 4 \times 2 = k \Leftrightarrow 8 = k$$

Ou seja, $g(x) = \dfrac{8}{x}$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial