



1. A família Antunes decidiu comemorar a próxima passagem de ano na ilha da Madeira. Para planear a sua estada, os elementos da família começaram por escolher o primeiro local a visitar de entre alguns que consideram emblemáticos: Cabo Girão, Pico do Areeiro, Porto Moniz e Santana.

Para fazer a sua escolha, a família decidiu distribuir pelos locais um total de 40 pontos. Cada elemento da família começou por atribuir pontos a cada local, num total de 10 pontos, não podendo atribuir igual número de pontos a locais distintos.

A tabela seguinte apresenta a distribuição dos 10 pontos, realizada por cada elemento da família, de acordo com as suas preferências.

	Cabo Girão	Pico do Areeiro	Porto Moniz	Santana
António	2	1	3	4
Camila	4	5	1	0
Dora	1	4	3	2
Francisco	3	1	4	2

O primeiro local a visitar resultou da aplicação do método seguinte.

- Efetua-se a soma dos pontos atribuídos a cada local pelos elementos da família e verifica-se se algum dos locais obtém a maioria absoluta do total de pontos. Caso isso se verifique, esse local será o primeiro a visitar.
- Se nenhum dos locais obtiver mais pontos do que os outros todos juntos, o local menos pontuado é eliminado da tabela. Caso exista empate entre os locais menos pontuados, o local a eliminar é determinado por sorteio. Uma nova tabela de pontuações é, em seguida, criada com menos uma coluna do que a anterior e os pontos atribuídos por cada elemento da família ao local eliminado revertem para o local, de entre os restantes, ao qual cada um deles atribui maior pontuação.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à nova tabela de pontuações obtida no ponto anterior, com os pontos já acumulados.
- O processo repete-se até que um dos locais obtenha maioria absoluta do total de pontos atribuídos.

Determine qual será o primeiro local a visitar pela família Antunes.

2. *Sala de Fuga* é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

Uma equipa de 10 elementos vai participar num jogo de Sala de Fuga.

Voluntariaram-se para capitão da equipa três dos seus elementos, o Artur (A), o Bruno (B) e o César (C).

Para determinar o capitão, cada um dos 10 elementos da equipa vota, preenchendo um boletim de voto no qual ordena os três candidatos de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido com uma determinada ordenação corresponde a 1 voto.

Concluída a votação, aplica-se o método a seguir descrito.

- São atribuídos pontos a cada um dos candidatos, em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada candidato recebe:
 - cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - um ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos candidatos, e o que obtiver mais pontos será o escolhido para capitão da equipa.
- Em caso de empate, o capitão será escolhido por sorteio.

A tabela seguinte apresenta as preferências resultantes da votação, sem contemplar o voto da Daniela, um dos elementos da equipa.

Preferências \ Votos	Votos			
	3	2	3	1
1. ^a	A	C	B	A
2. ^a	B	A	C	C
3. ^a	C	B	A	B

Depois de contabilizar o voto da Daniela, foi possível apurar que:

- não houve candidatos com o mesmo número de pontos;
- o Artur foi o escolhido para capitão da equipa;
- o César ficou em segundo lugar.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

Antes de contabilizar o voto da Daniela, o candidato que estava em primeiro lugar tinha **I** pontos, e o candidato **II** estava em segundo lugar.

Depois de contabilizados os 10 votos, o candidato vencedor obteve **III** pontos.

Na lista de preferências da Daniela, o candidato **IV** estava na primeira preferência.

I	II	III	IV
a) 31	a) A	a) 32	a) A
b) 29	b) B	b) 34	b) B
c) 27	c) C	c) 36	c) C



3. A Estrada Nacional 2 (EN2) foi incluída no Plano Rodoviário Nacional de 1945. É a mais extensa estrada portuguesa, totalizando 739,26 quilómetros, e a única na Europa que atravessa um país em toda a sua extensão, desde Chaves até Faro, passando por 35 concelhos.

A família Silva vai percorrer a EN2 de automóvel e, antes da viagem, decidiu que ia visitar um dos castelos seguintes: castelo de Abrantes (A), castelo de Lamego (L), castelo de Montemor-o-Novo (M) ou castelo de Viana do Alentejo (V).

Para seleccionar o castelo a visitar, decidiu-se que cada elemento do agregado familiar atribuíra pontos a cada um dos castelos, num total de dez pontos, não podendo atribuir igual número de pontos a castelos distintos.

A tabela seguinte apresenta a distribuição dos 10 pontos realizada por cada elemento da família Silva, de acordo com as suas preferências.

	A	L	M	V
Carlos	0	5	2	3
Diana	3	1	4	2
Fausto	5	3	0	2
Matilde	3	1	2	4

A escolha do castelo a visitar resultou da aplicação do método seguinte.

- Efetua-se a soma dos pontos atribuídos a cada castelo pelos elementos do agregado familiar e verifica-se se algum dos castelos obtém a maioria absoluta do total de pontos. Caso isso se verifique, será esse o castelo a visitar.
- Se nenhum dos castelos obtiver mais pontos do que os outros todos juntos, o castelo menos pontuado é eliminado da tabela. Caso exista empate entre os castelos menos pontuados, o castelo a eliminar é determinado por sorteio. Uma nova tabela de pontuações é criada, em seguida, com menos uma coluna do que a anterior e os pontos atribuídos por cada elemento do agregado familiar ao castelo eliminado revertem para o castelo, de entre os restantes, ao qual cada um deles atribuiu maior pontuação.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à nova tabela de pontuações obtida no ponto anterior, com os pontos já acumulados.
- O processo repete-se até que um dos castelos obtenha maioria absoluta do total de pontos atribuídos.

Complete o texto seguinte, seleccionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

Por aplicação do método descrito, o primeiro castelo eliminado foi o I, e o segundo foi o II. De entre os restantes castelos, aquele que será visitado será o III, tendo o outro totalizado IV pontos.

I	II	III	IV
a) L	a) L	a) A	a) 18
b) M	b) M	b) L	b) 19
c) V	c) V	c) V	c) 20



4. No verão passado, o José viajou pelas Caraíbas num navio de cruzeiro. No penúltimo jantar da viagem, como é tradição, o comandante do navio colocou à votação dos turistas a escolha do empregado mais popular da zona de restauração. Na viagem que o José realizou, a escolha foi feita entre a Ana (A), o Bernardo (B), o Carlos (C) e a Diana (D).

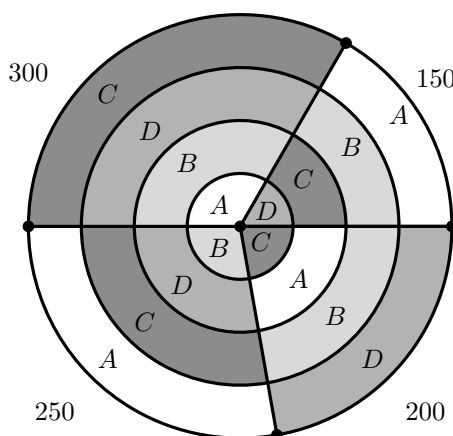
Ao votar, cada turista tinha de dispor os nomes dos quatro empregados, A , B , C , e D , de acordo com a ordem da sua preferência.

Cada um dos turistas votou uma única vez, correspondendo cada ordenação efetuada a um voto.

Para representar o resultado da votação:

- desenharam-se quatro círculos concêntricos com diferentes raios;
- definiram-se tantos sectores circulares quanto o número de listas de preferências obtidas, sendo a amplitude dos sectores proporcional ao número de votos em cada lista. Cada sector é composto por quatro faixas circulares; na faixa mais próxima do centro, regista-se o empregado que ocupa a primeira posição na lista de preferências, na faixa seguinte, apresenta-se o empregado que ocupa a segunda posição na lista de preferências, e assim sucessivamente.

Na figura seguinte, representa-se o resultado dos 900 votos validamente expressos.



Da análise da figura anterior, conclui-se que se obtiveram quatro listas de preferências e que, por exemplo, 150 pessoas votaram na lista em que o empregado D ocupa a primeira preferência, o empregado C ocupa a segunda preferência, o empregado B ocupa a terceira preferência, e o empregado A ocupa a quarta preferência.

Para apurar o empregado mais popular da zona de restauração, decidiu-se aplicar o método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de votos em cada empregado, como primeira preferência, e verifica-se se algum deles obtém a maioria absoluta. Caso isso se verifique, esse empregado é o mais popular da zona de restauração.
- Caso contrário, o empregado que obteve o menor número de votos, como primeira preferência, é eliminado de todos os quatro sectores. Cada um dos sectores é reestruturado de modo que os empregados que ocupavam as faixas circulares mais afastadas do centro do que a faixa do empregado eliminado se movem uma posição em direção ao centro, mantendo-se a mesma ordem.
- Após a reestruturação dos sectores circulares, aplicam-se novamente os procedimentos anteriores.
- O processo repete-se até que um dos empregados obtenha a maioria absoluta como primeira preferência.



Complete o texto seguinte, seleccionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

O número mínimo de votos, como primeira preferência, para que um empregado obtivesse maioria absoluta era I. Na contagem efetuada após a primeira eliminação de um dos candidatos, o candidato II ficou com 350 votos.

O segundo candidato a ser eliminado foi III.

O candidato vencedor obteve IV votos.

I	II	III	IV
a) 451	a) A	a) A	a) 550
b) 450	b) B	b) B	b) 600
c) 900	c) C	c) C	c) 750

Exame – 2023, 2.^a Fase

5. Um jornal desportivo convidou os leitores a participarem na eleição do melhor jogador de futebol de 2021, de entre os jogadores P, Q, R e S.

Cada leitor ordenou, uma única vez, os quatro jogadores, de acordo com a sua preferência. A ordenação efetuada por cada leitor corresponde a um voto. Foram apurados 1200 votos válidos.

A tabela seguinte encontra-se parcialmente preenchida com as listas de preferências obtidas.

	Lista 1	Lista 2	Lista 3
	200 votos	400 votos	600 votos
1.^a Preferência	P		
2.^a Preferência		P	
3.^a Preferência		S	P
4.^a Preferência	S		

Concluída a votação, para se obter a decisão final, foi aplicado o método a seguir descrito.

- São atribuídos pontos a cada um dos jogadores, em função do seu lugar nas listas de preferências. Cada jogador recebe:
 - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
 - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos jogadores.
- O jogador que obtiver a pontuação total mais elevada será eleito o melhor jogador de futebol de 2021.

Admita que, após o apuramento da pontuação total de cada jogador, se verificou que:

- o jogador Q obteve um total de 1400 pontos;
- o jogador S obteve uma pontuação total inferior à do jogador P.

Apresente a ordenação dos jogadores P, Q, R e S na Lista 3.

Na sua resposta, apresente todas as justificações e todos os cálculos efetuados.

Exame – 2022, Ép. especial

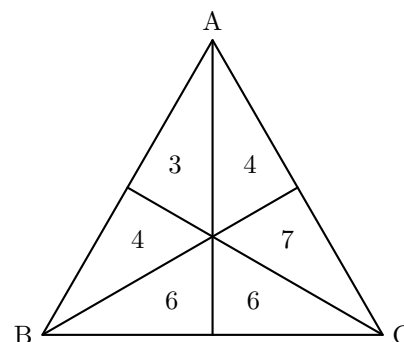


6. Na ilha de Dujal, existe um parque de campismo que é muito procurado por campistas.

Para eleger o novo diretor do parque, os 30 principais acionistas da empresa que o detém votaram, cada um deles, numa lista de preferências constituída pelos três candidatos elegíveis para o cargo: a Ana (A), o Bruno (B) e o Carlos (C).

A figura ao lado apresenta os resultados dos 30 votos validamente expressos.

De acordo com a figura ao lado, três dos acionistas votaram na lista de preferência ABC, pois o número 3 está numa região do triângulo cujo vértice mais próximo é o A, seguindo-se o B e, finalmente, o C.



Concluída a votação, os resultados foram registados numa tabela semelhante à tabela seguinte, que se apresenta parcialmente preenchida, para posterior eleição do novo diretor do parque de campismo.

Votos	3	4	4	6	6	7
Preferência						
1. ^a	A					C
2. ^a	B					A
3. ^a	C					B

A eleição do novo diretor do parque de campismo resultou da aplicação do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de candidatos e atribui-se o número de votos registados em cada coluna ao candidato mais bem posicionado, de entre os dois selecionados.
- Comparam-se os votos obtidos por esses dois candidatos. O candidato com o maior número de votos é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até um dos candidatos ter vencido todas as comparações com os restantes. Esse candidato será o vencedor da eleição e, portanto, o novo diretor do parque de campismo.

Determine qual dos candidatos foi eleito como novo diretor do parque de campismo por aplicação do método descrito, começando por comparar as votações dos candidatos A e C.

Na sua resposta, apresente:

- uma tabela semelhante à tabela anterior, devidamente preenchida;
- todos os cálculos que efetuar.

7. No recrutamento de funcionários para a agência de viagens Ir&Voltar, são valorizadas as competências seguintes: capacidade de comunicação (C), capacidade de negociação (N), domínio da tecnologia (T), domínio da língua inglesa (I) e persistência (P).

Cada candidato é avaliado, em cada competência, numa escala que varia desde o nível 1, menos competente, até ao nível 5, mais competente.

Depois de o candidato ser avaliado, constrói-se o polígono de competências.

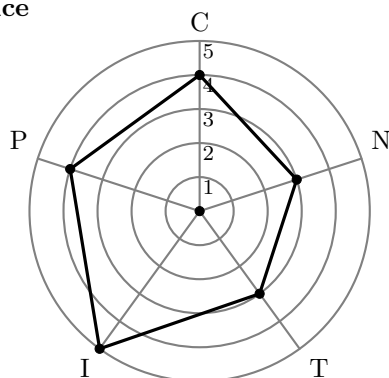
Para tal:

- são desenhadas cinco circunferências, com o mesmo centro e diferentes raios; cada circunferência representa um nível, correspondendo a de menor raio ao nível 1, a seguinte ao nível 2, e assim sucessivamente, até à de maior raio, que corresponde ao nível 5;
- são marcados cinco raios da circunferência maior, cada um representando o eixo relativo ao nível de cada uma das cinco competências.

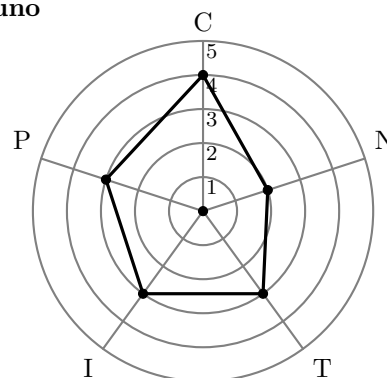
Se um candidato é avaliado com o nível 5 na capacidade de comunicação, é marcado o ponto de intersecção entre o raio correspondente a esta competência e a circunferência correspondente ao nível 5. Procede-se de modo semelhante para as restantes competências. Depois de marcados os cinco pontos, estes são ligados, definindo o polígono de competências do candidato.

Na figura seguinte, apresentam-se os polígonos de competências dos quatro candidatos que se apresentaram a concurso, a Alice, o Bruno, a Carlota e o Delfim.

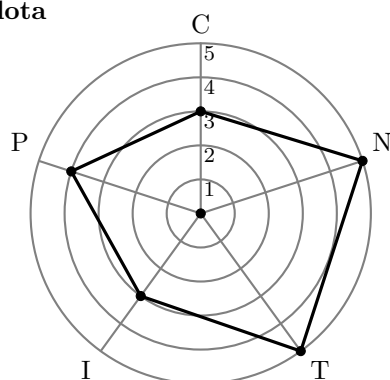
Alice



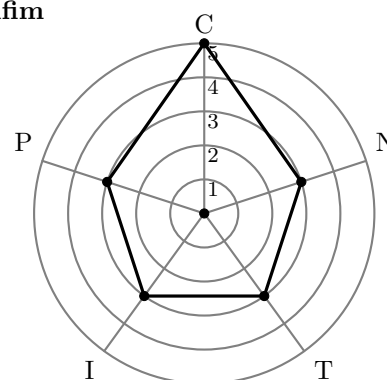
Bruno



Carlota



Delfim



Observando o polígono de competências da Alice, podemos, por exemplo, concluir que foi avaliada com o nível 4 na capacidade de comunicação e com o nível 5 no domínio da língua inglesa.

Dos quatro candidatos que se apresentaram a concurso, dois deles foram admitidos pela Ir&Voltar.

Na seleção dos candidatos, foi aplicado o método a seguir descrito.



- Os níveis de competência de cada candidato são convertidos em pontos do modo seguinte:
 - o nível de competência C é multiplicado por cinco pontos;
 - o nível de competência N é multiplicado por quatro pontos;
 - o nível de competência T é multiplicado por três pontos;
 - o nível de competência I é multiplicado por dois pontos;
 - o nível de competência P é multiplicado por um ponto.
- Calcula-se a pontuação de cada um dos candidatos, somando os pontos obtidos.
- Ordenam-se os candidatos por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de seleção, ou seja, são selecionados os candidatos com maior pontuação.
- Em caso de empate, a seleção entre os candidatos empatados será feita por entrevistas.

Justifique se foram necessárias entrevistas para selecionar os dois candidatos.

Na sua resposta, apresente a pontuação final de cada um dos quatro candidatos.

Exame – 2022, 1.ª Fase

8. A rádio OnOff é uma rádio local que transmite através da Internet, com recurso a tecnologia de transmissão de áudio e de vídeo em tempo real.

Para a eleição da atual direção da rádio OnOff, composta hierarquicamente por um diretor, um vice-diretor e um adjunto da direção, apresentaram-se três candidatos: António, de 27 anos de idade, Bernardo, de 32 anos, e Carla, de 29 anos.

Nesse ato eleitoral, foram apurados 375 votos validamente expressos. No boletim de voto, cada votante escreveu, por ordem decrescente de preferência, o nome dos três candidatos.

A tabela seguinte apresenta as três listas ordenadas de preferências estabelecidas pelos eleitores e o número de votos obtido por cada uma das listas.

Preferências \ N.º de votos	N.º de votos		
	125	160	90
1.ª	António	Bernardo	Carla
2.ª	Bernardo	Carla	António
3.ª	Carla	António	Bernardo

Concluída a votação, foi aplicado o método a seguir descrito para obter a composição da atual direção.

- São atribuídos pontos a cada um dos candidatos em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada candidato recebe:
 - cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - um ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos candidatos. O mais pontuado é eleito para diretor, o segundo mais pontuado é eleito para vice-diretor, e o terceiro mais pontuado é eleito para adjunto da direção.

No caso de existirem candidatos empatados, os seus lugares na direção são decididos utilizando a idade como critério de desempate. Dos candidatos empatados, o mais velho assumirá o cargo de maior importância.

Indique os nomes dos atuais diretor, vice-diretor e adjunto da direção, aplicando o método acima descrito.

Exame – 2021, Ép. especial



9. A rádio OnOff é uma rádio local que transmite através da Internet, com recurso a tecnologia de transmissão de áudio e de vídeo em tempo real.

Num outro ato eleitoral realizado na rádio OnOff, apenas uma parte dos 480 eleitores inscritos votou.

Finalizada a votação, apenas 75% dos votos foram considerados validamente expressos, por se ter considerado que 96 dos votos recolhidos não eram válidos.

Qual foi a taxa de abstenção registada nesse ato eleitoral?

- (A) 28% (B) 12,5% (C) 10% (D) 20%

Exame – 2021, Ép. especial

10. O Erasmus+ é o programa europeu que apoia a educação, a formação, a juventude e o desporto e que facilita a mobilidade académica de estudantes europeus através do mundo inteiro.

Numa universidade, realizou-se um estudo com o objetivo de aferir qual seria a cidade preferida, de entre Barcelona (B), Cracóvia (C), Praga (P) e Roma (R), para fazer Erasmus+.

Foram selecionados alguns estudantes que preencheram um boletim, no qual ordenaram as quatro cidades, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto.

Na tabela seguinte, encontram-se parcialmente organizados os resultados da votação, em que X representa o número de votos na lista de preferências que apresentava Cracóvia como primeira preferência, Barcelona como segunda, Roma como terceira e Praga como quarta.

N.º de votos	36	58	X	29
Preferências				
1. ^a	B	P	C	C
2. ^a	P	R	B	P
3. ^a	C	B	R	B
4. ^a	R	C	P	R

Concluída a votação, o apuramento da cidade vencedora resultou do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de cidades e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à cidade mais bem posicionada, de entre as duas selecionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas cidades. A cidade com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das cidades ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa cidade é a vencedora.

Verificou-se que Barcelona (B), tendo vencido em todas as comparações, foi a cidade vencedora depois de aplicado o método descrito aos votos apresentados na tabela anterior.

Indique o valor mínimo e o valor máximo que X pode representar. Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

Exame – 2021, 2.^a Fase



11. A ParaPagarApp é uma aplicação para telemóveis detida pela empresa ParaPagar. Depois de instalada, esta aplicação permite efetuar pagamentos em estabelecimentos aderentes recorrendo à Internet móvel.

Em 2020, foi necessário eleger uma nova equipa diretiva da ParaPagar. Nessa eleição, cada acionista da empresa teve de votar numa de quatro listas que se apresentaram a votação: listas A, B, C e D.

Apurados os resultados, verificou-se que o número de votos validamente expressos foi 7200. Os votos validamente expressos representaram 96% dos votos apurados e a abstenção foi de 20%.

Qual é o número de acionistas da empresa que poderiam ter votado no momento deste ato eleitoral?

- (A) 7500 (B) 9000 (C) 9375 (D) 37 500

Exame – 2021, 1.ª Fase

12. A Maria e os amigos estavam a planear o itinerário do *Interrail* que tencionavam fazer nas férias.

Para selecionar a cidade que visitariam a seguir a Roma, consultaram diversos blogues de viagens. Num deles, o autor apresentava as listas de preferências de 23 pessoas que tinham visitado Itália.

Com estas listas, construíram a tabela seguinte, na qual a lista de preferências de cada uma das 23 pessoas equivale a um voto.

Votos	8	7	5	3
1 ^a	Veneza	Florença	Milão	Nápoles
2 ^a	Florença	Milão	Nápoles	Veneza
3 ^a	Nápoles	Veneza	Florença	Milão
4 ^a	Milão	Nápoles	Veneza	Florença

A seleção da cidade resultou da aplicação do método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de votos em cada cidade, como primeira preferência, e verifica-se se alguma delas obtém a maioria absoluta. Caso isso se verifique, essa cidade é a vencedora.
- Caso contrário, elimina-se a cidade menos votada como primeira preferência. Em seguida, a tabela de preferências é reestruturada, e, em cada coluna, as cidades que ocupavam os lugares abaixo da cidade eliminada sobem uma linha, mantendo-se pela mesma ordem.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à nova tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que uma das cidades obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Indique a cidade que a Maria e os amigos planeiam visitar a seguir a Roma.

Na sua resposta, aplique o método anteriormente descrito, apresentando todos os cálculos efetuados.

Exame – 2020, 2.ª Fase

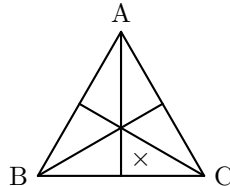


13. O Filipe e nove dos seus amigos decidiram ir juntos a um festival de música.

Como tinham interesse nos festivais A, B e C, decidiram proceder a uma votação para seleccionar um deles.

Cada um dos amigos preencheu um boletim de voto, no qual estava representado um triângulo equilátero, de vértices A, B e C, dividido em seis regiões. Para votar, cada uma das dez pessoas registou uma marca (×) numa das seis regiões, de acordo com as suas preferências.

Na figura seguinte, apresenta-se um exemplo de boletim de voto preenchido.



O exemplo apresentado corresponde ao voto na lista com a ordem de preferências CBA, pois a marca (×) foi colocada numa região onde o vértice C é o mais próximo, seguindo-se o B e, finalmente, o A.

Concluída a votação, foi aplicado o método a seguir descrito para obter a decisão final.

- São atribuídos pontos a cada um dos festivais em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada festival recebe:
 - cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - um ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos festivais e o mais pontuado será o escolhido.
- Em caso de empate, o festival será escolhido por sorteio.

A tabela seguinte apresenta as preferências resultantes da votação, sem contemplar o voto do Filipe.

Preferências \ Votos	Votos			
	2	2	2	3
1. ^a	A	A	C	B
2. ^a	B	C	B	C
3. ^a	C	B	A	A

Admita que, depois de contabilizado o voto do Filipe, o festival B ficou em primeiro lugar e o C em último, não tendo havido qualquer empate.

Apresente a lista de preferências registada no boletim de voto do Filipe.

Na sua resposta, apresente a pontuação de cada festival, resultante da aplicação do método acima descrito:

- antes de ser contabilizado o voto do Filipe;
- depois de ser contabilizado o voto do Filipe.

Exame – 2020, 1.^a Fase



14. O Clube de Colecionadores elegeu o seu presidente.

Neste clube, os sócios com mais de 18 anos de idade têm de optar entre duas categorias: Titular ou Efetivo.

Nos Estatutos do Clube está definido o número de votos a que cada sócio tem direito.

Titular – Ao fim do primeiro ano ininterrupto como sócio, tem direito a 2 votos. Por cada 5 anos ininterruptos como sócio, tem direito a mais 1 voto.

Efetivo – Ao fim do primeiro ano ininterrupto como sócio, tem direito a 1 voto. Por cada 10 anos ininterruptos como sócio, tem direito a mais 1 voto.

Apresentaram-se às eleições dois candidatos, a Teresa e o Ricardo. Apurados os resultados, verificou-se que a Teresa obteve 210 votos, referentes aos 71 sócios que nela votaram.

Na tabela seguinte, está registado o número de sócios que votaram no Ricardo, agrupados por categoria e por antiguidade de associado.

Anos como Sócio	Titular	Efetivo
[1,5[4	1
[5,10[6	2
[10,15[30	11
[15,20[12	3

Verifique se é verdadeira a afirmação seguinte:

«Apesar de o número de sócios que votaram no Ricardo ser menor do que o número de sócios que votaram na Teresa, o Ricardo venceu as eleições.»

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

Exame – 2019, 2.ª Fase



15. Na escola de Serrado de Cima, todos os anos é organizada uma visita de estudo a um país estrangeiro. No último ano, apresentou-se aos alunos três países de destino possíveis. No boletim de voto, cada aluno colocou os três países por ordem decrescente de preferência.

A tabela seguinte apresenta as quatro listas ordenadas de preferências estabelecidas pelos alunos e o respetivo número de votos; o número de votos obtido por uma das listas ordenadas é indicado por X .

Preferência \ N.º. de votos	X	15	12	7
	1. ^a	Bélgica	Croácia	Dinamarca
2. ^a	Dinamarca	Dinamarca	Croácia	Croácia
3. ^a	Croácia	Bélgica	Bélgica	Dinamarca

- 15.1. Admita que a escolha do país a visitar será feita considerando apenas a primeira preferência indicada pelos alunos. Nestas condições, o segundo país mais votado para a visita de estudo seria a Bélgica.

Assim, um valor possível de X é

- (A) 4 (B) 7 (C) 10 (D) 11

- 15.2. Considere agora que $X = 9$.

Foi decidido que a escolha do país a visitar resultaria da aplicação do método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de votos em cada país, como primeira preferência, e verifica-se se algum deles obtém a maioria absoluta. Caso isso se verifique, esse país é o vencedor.
- Caso contrário, o país que obteve o menor número de votos, como primeira preferência, é eliminado da tabela. A tabela de preferências é, em seguida, reestruturada, e, em cada coluna, os países que ocupavam os lugares abaixo do país eliminado sobem uma linha, mantendo-se pela mesma ordem.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à nova tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que um dos países obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Determine, por aplicação do método descrito, qual o país escolhido pelos alunos como destino para a sua visita de estudo.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

Exame – 2018, 1.^a Fase



16. A organização decidiu exibir os filmes A, B, C e D no dia de abertura do CineJov. Antecipadamente, colocou à votação do público a ordem pela qual os filmes iriam ser exibidos. A votação foi realizada no sítio dedicado à divulgação do ciclo de cinema, tendo cada votante de ordenar os quatro filmes, de acordo com a sua preferência. Nesta votação, foram apurados 750 votos válidos.

A tabela seguinte apresenta as preferências de 600 desses 750 votantes.

Preferência \ N.º. de votos	225	180	195
	1. ^a	D	C
2. ^a	C	B	D
3. ^a	B	A	B
4. ^a	A	D	C

Os 150 votantes cujas preferências não estão registadas na tabela anterior votaram todos numa mesma ordenação dos quatro filmes, sendo essa ordenação diferente das três constantes da tabela anterior.

Concluída a votação, a organização aplicou o método a seguir descrito para definir a ordem de exibição dos quatro filmes.

- São atribuídos pontos a cada um dos filmes em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada filme recebe:
 - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
 - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos filmes.
- Ordenam-se os filmes, por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de exibição, ou seja, é exibido em primeiro lugar o filme com maior pontuação.
- Em caso de empate, caberá à organização escolher a ordem de exibição dos filmes empatados.

Após a contabilização da pontuação total de cada um dos filmes, tendo em conta as preferências dos 750 votantes, verificou-se que as pontuações obtidas pelos filmes A e D eram iguais e que o filme B obteve a maior pontuação.

Identifique a ordenação dos filmes feita pelos 150 votantes cujas preferências não estão registadas na tabela anterior.

Na sua resposta, apresente a pontuação de cada filme, aplicando o método descrito:

- aos 600 votos registados na tabela anterior;
- ao total de 750 votos, tendo em conta a ordenação dos filmes que identificou.

Exame – 2017, Ép. especial



17. A Escola de Vilar de Sadeija inscreveu-se num concurso em que vai participar com uma equipa de 10 alunos.

Para formar a equipa, foi realizada uma eleição à qual concorreram as listas V, X, Y e Z.

Na tabela seguinte, está registado o número de votos, validamente expressos, obtidos por cada uma das listas.

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157

Os dados da Tabela anterior permitem concluir que nenhuma das listas obteve maioria absoluta. Nestas circunstâncias, fazem-se, por vezes, coligações.

Admita que o número de votos obtidos por uma coligação é igual à soma dos números de votos validamente expressos nas listas que formam essa coligação, e que o número de votos das outras listas se mantém.

Qual das coligações seguintes permitiria obter maioria absoluta?

- (A) V com Z (B) X com Z (C) Y com Z (D) V com Y

Exame – 2017, 2.ª Fase

18. No âmbito das comemorações do seu décimo aniversário, a referida cadeia de restaurantes promoveu ainda o concurso «Ementa TOP».

Os clientes preencheram um boletim, no qual ordenaram quatro ementas, A, B, C e D, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1638 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados desta votação.

Preferência	N.º. de votos	602	309	727
	1.ª	C	A	D
2.ª	B	B	B	
3.ª	A	C	C	
4.ª	D	D	A	

Concluída a votação, o apuramento da ementa vencedora é feito através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de ementas e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à ementa mais bem posicionada, de entre as duas selecionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas ementas. A ementa com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das ementas ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa ementa é a vencedora.

Determine qual foi a ementa vencedora por aplicação do método descrito, começando por selecionar as ementas A e B.

Exame – 2017, 1.ª Fase



19. O canal Televisão Para Todos (TPT) vai realizar uma gala para entrega de prémios em diversas categorias. Na categoria de melhor ator, foram nomeados os atores: António Santana (A), Pedro Pereira (P), Ricardo Teixeira (R) e Vasco Silva (V).

Os espetadores votaram por sms ao longo de uma semana, ordenando os quatro atores, de acordo com as suas preferências. Cada sms, indicando uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1500 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

Preferência \ N.º. de votos	615	300	435	150
	1. ^a	P	V	R
2. ^a	A	R	V	V
3. ^a	V	A	A	P
4. ^a	R	P	P	A

O ator vencedor foi apurado através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de atores e, não alterando o número de votos nem a ordem das preferências, elaboram-se uma nova tabela, semelhante à apresentada, apenas com os votos nos dois atores que constituem esse par.
- Comparam-se os votos obtidos por esses dois atores, atendendo apenas à primeira linha da nova tabela; o ator com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até um dos atores ter vencido em todas as comparações com os restantes.
- Indica-se o ator vencedor.

O diretor da gala afirmou que o vencedor seria diferente se o apuramento tivesse sido realizado aplicando o método que a seguir se descreve.

- Atribuem-se pontos a cada um dos atores em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada ator recebe:
 - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
 - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos atores.
- O vencedor é o ator com o maior número de pontos.

Prove que, recorrendo a um ou ao outro método, Vasco Silva (V) é o vencedor do prémio de melhor ator.

Exame – 2016, Ép. especial



20. De dois em dois anos, o SCC participa no Encontro Desportivo Internacional, que, em 2016, se realiza em Pracóvia.

Na cerimónia de abertura do encontro, cada clube participante é representado por um atleta que desfila levando o seu estandarte. Quatro dos atletas mais antigos do SCC, Eduarda (E), Francisco (F), Gabriela (G) e Henrique (H), são candidatos a porta-estandarte. Para selecionar o candidato que será porta-estandarte, os elementos dos órgãos diretivos do clube votam nos quatro candidatos por ordem de preferência.

Foram apurados 47 votos válidos, cujos resultados estão registados na tabela seguinte.

N.º. de votos	11	14	7	6	9
	Preferência				
1. ^a	F	G	E	F	H
2. ^a	G	H	H	E	G
3. ^a	E	E	F	H	F
4. ^a	H	F	G	G	E

A seleção do candidato resulta da aplicação do método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato e verifica-se se algum deles obtém a maioria absoluta na primeira preferência. Caso isso se verifique, esse candidato é o vencedor.
- Caso contrário, elimina-se o candidato menos votado na primeira preferência e a tabela de preferências é reestruturada, passando a incluir menos um candidato. Os candidatos nas preferências imediatamente a seguir vão ocupar o lugar vazio deixado pelo candidato eliminado.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que um dos candidatos obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Verifique, justificando, se o candidato declarado vencedor, por aplicação do método descrito, foi o que teve maior número de votos na primeira preferência.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

Exame – 2016, 2.^a Fase



21. Num determinado dia da próxima edição do festival de música MaréFest, vão atuar no palco principal as bandas A, B, C e D. Numa ação de campanha publicitária, os organizadores puseram à votação do público a ordem pela qual as bandas deveriam atuar. A votação decorreu *on-line*.

Ao votar, cada internauta tinha de dispor os nomes das bandas, A, B, C e D, de acordo com a ordem pela qual gostaria de as ver atuar, validando a seguir o seu voto. A votação encerrou quando foram apurados os votos dos primeiros mil internautas.

A tabela seguinte apresenta as preferências de 900 desses 1000 internautas.

Preferência \ N.º. de votos	200	400	300
	1. ^a	A	B
2. ^a	B	A	D
3. ^a	C	C	B
4. ^a	D	D	A

Os 100 internautas restantes votaram todos numa mesma ordenação das quatro bandas, sendo essa ordenação diferente das três constantes da tabela anterior.

Concluída a votação, os organizadores aplicaram o método a seguir descrito para tomarem a decisão final.

- São atribuídos pontos a cada uma das bandas em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada banda recebe:
 - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
 - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada uma das bandas.
- Ordenam-se as bandas, por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de atuação, ou seja, atua em primeiro lugar a banda mais votada.
- Em caso de empate, caberá aos elementos da organização escolher a ordem de atuação das bandas empatadas.

Demonstre que as afirmações seguintes são falsas, justificando a sua resposta.

I - A banda C poderá atuar em primeiro lugar.

II - Nunca haverá bandas com o mesmo número de pontos.

Na sua resposta, apresente:

- a pontuação de cada banda, resultante da aplicação do método acima descrito aos votos registados na tabela anterior.
- para cada uma das afirmações, um exemplo que a contrarie e que resulte das votações possíveis dos 100 internautas cujas preferências se desconhecem.

Exame – 2016, 1.^a Fase



22. Os alunos da escola de Penha Alta estudam a aplicação dos métodos eleitorais e de partilha a várias situações.

A direção da associação de estudantes da escola de Penha Alta decidiu inquirir os alunos da escola sobre a cor da bandeira da associação. Os alunos podem escolher de entre as cores seguintes: amarelo (A), vermelho (V) e castanho (C).

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, as três cores, de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 430 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	150 votos	180 votos	100 votos
1.ª Preferência	Castanho	Amarelo	Castanho
2.ª Preferência	Amarelo	Vermelho	Vermelho
3.ª Preferência	Vermelho	Castanho	Amarelo

O Manuel afirma que a falta de indicação do método a usar no apuramento da cor vencedora pode inviabilizar o processo de escolha da cor, pois, aplicando o método A ou o método B, a cor vencedora não será a mesma.

Método A	Método B
<ul style="list-style-type: none"> • Seleciona-se um par de cores e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elaboram-se uma nova tabela, semelhante à dada, apenas com os votos nas duas cores que constituem esse par. • Comparam-se essas cores, contabilizando-se apenas a primeira linha; a cor com o maior número de votos na primeira linha é a vencedora do par escolhido. • Repetem-se os pontos anteriores até uma das cores ter vencido as comparações com as restantes cores. • Indica-se a cor vencedora. 	<ul style="list-style-type: none"> • Na ordenação das cores, cada primeira preferência recebe, em cada voto, tantos pontos quantas as cores em votação. • Cada segunda preferência recebe, em cada voto, menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência, em cada voto, um ponto. • É escolhida a cor com maior número de pontos.

Mostre, aplicando os dois métodos, que o Manuel tem razão.



23. Na escola secundária de Semedo, os métodos eleitorais são aplicados nas atividades da escola.

O diretor da escola pretende organizar um concurso de escrita criativa. O tema é escolhido pelos alunos, de entre os temas seguintes: Liberdade (L), Recompensa (R), Sonhos (S) e Vida (V).

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, os quatro temas, de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 500 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1.ª Preferência	V	S	V	L
2.ª Preferência	L	R	L	V
3.ª Preferência	S	L	R	R
4.ª Preferência	R	V	S	S

O tema vencedor é apurado através do método seguinte.

- Seleciona-se um par de temas e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elabora-se uma nova tabela, semelhante à dada, apenas com os votos nos dois temas que constituem esse par.
- Comparam-se esses temas, contabilizando-se apenas a primeira linha; o tema com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até um dos temas ter vencido as comparações com os restantes temas.
- Indica-se o tema vencedor.

Uma professora afirma: «o tema vencedor seria diferente se a escolha fosse feita por maioria simples, tendo-se em conta apenas a percentagem de votos da primeira preferência».

Mostre que a afirmação da professora tem fundamento.

Exame – 2014, 1.ª Fase



24. Em 2009, os habitantes de Cabeço-dos-Moinhos votaram em dois momentos distintos.

O presidente eleito da assembleia de freguesia organizou um concerto. Para escolher o tipo de música a tocar nesse concerto, o presidente da assembleia de freguesia propôs que cada cidadão ordenasse uma única vez, de acordo com as suas preferências, o nome de três tipos de música: *pop*, *gospel* e *jazz*. A ordenação efetuada por cada cidadão correspondia a um voto. Foram apurados 10 504 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	1024 votos	4328 votos	5152 votos
1.ª Preferência	<i>jazz</i>	<i>pop</i>	<i>gospel</i>
2.ª Preferência	<i>pop</i>	<i>jazz</i>	<i>pop</i>
3.ª Preferência	<i>gospel</i>	<i>gospel</i>	<i>jazz</i>

O presidente da assembleia de freguesia, para escolher o tipo de música a tocar nesse concerto, utilizou o método seguinte.

- Seleciona-se um par de tipos de música e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elabora-se uma nova tabela apenas com os dois tipos de música que constituem esse par.
- Comparam-se esses tipos de música, contabilizando-se apenas a primeira linha; o tipo de música com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até terem sido comparados todos os pares de tipos de música.
- Indica-se, caso exista, o tipo de música que ganha quando comparado com os restantes tipos de música.

Por exemplo, ao selecionar-se o par formado por *jazz* e *gospel*, obtém-se a tabela seguinte.

	1024 votos	4328 votos	5152 votos
1.ª linha	<i>jazz</i>	<i>jazz</i>	<i>gospel</i>
2.ª linha	<i>gospel</i>	<i>gospel</i>	<i>jazz</i>

Comparando os dois tipos de música, o *jazz* ganha, uma vez que tem 5352 votos na primeira linha, enquanto o *gospel* tem 5152 votos nessa linha.

Determine, caso exista, o tipo de música escolhido, aplicando o método descrito.

Exame – 2013, Ép. especial



25. Na escola de Bicas, os métodos eleitorais são aplicados na seleção das atividades da escola.

Os alunos da escola de Bicas têm de escolher o tema dos trabalhos da semana cultural. Os alunos podem escolher os temas seguintes: *Bullying*, Solidariedade ou Festas.

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, os três temas de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 985 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	415 votos	370 votos	200 votos
1. ^a Preferência	<i>Bullying</i>	Solidariedade	Festas
2. ^a Preferência	Solidariedade	Festas	<i>Bullying</i>
3. ^a Preferência	Festas	<i>Bullying</i>	Solidariedade

A escolha do tema dos trabalhos da semana cultural é feita usando o método seguinte.

- Para que um voto possa ser considerado válido, cada aluno ordena, uma única vez, os temas de acordo com as suas preferências.
- Na ordenação final dos temas, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantos os temas em votação.
- Cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto.
- É escolhido o tema com maior número de pontos.

Antes de anunciar o tema escolhido, a diretora da escola excluiu o tema Festas, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências (tabela anterior).

Verifique se o tema escolhido se mantém, aplicando o método de escolha acima descrito aos dois casos:

- incluindo o tema Festas;
- excluindo o tema Festas.

Exame – 2013, 1.^a Fase



26. Em 2011, a junta de freguesia de Freixo dinamizou algumas atividades sob a responsabilidade de uma comissão organizadora.

Para constituir a comissão, foi aberto um concurso. A Maria (M), a Luísa (L) e a Fernanda (F) candidataram-se ao cargo de presidente da comissão organizadora das atividades, sendo a escolha feita por votação.

Cada habitante de Freixo ordenou, uma única vez, os nomes das três candidatas, de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada habitante corresponde a um voto. Foram apurados 6100 votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	1500 votos	2100 votos	1000 votos	1500 votos
1.ª Preferência	M	L	F	F
2.ª Preferência	L	F	L	M
3.ª Preferência	F	M	M	L

A escolha da presidente é feita usando o método seguinte.

- Seleciona-se um par de candidatos e, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, elabora-se uma nova tabela apenas com os dois candidatos que constituem esse par.
- Comparam-se esses candidatos, contabilizando-se apenas a primeira linha; o candidato com o maior número de votos na primeira linha é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até terem sido comparados todos os pares de candidatos.
- Indica-se, caso exista, o candidato que ganha quando comparado com os restantes candidatos.

Por exemplo, ao selecionar-se o par formado pela Maria (M) e pela Fernanda (F), obtém-se a tabela seguinte.

	1500 votos	2100 votos	1000 votos	1500 votos
1.ª Linha	M	F	F	F
2.ª Linha	F	M	M	M

Comparando as duas candidatas, a Fernanda é a vencedora, uma vez que tem 4600 votos na primeira linha, enquanto a Maria tem 1500 votos nessa linha.

Determine, caso exista, a candidata escolhida para presidente da comissão organizadora, aplicando o método descrito.

Exame – 2012, 1.ª Fase



27. A Joana estuda na Escola Secundária de Potes. Na turma da Joana, os alunos têm de escolher uma cidade, que será o destino de uma visita de estudo. Os alunos podem escolher Amarante, Braga ou Lamego.

Não havendo consenso entre os alunos, a Diretora de Turma propôs que a decisão fosse tomada por votação. Cada aluno deveria ordenar, uma única vez, os nomes das três cidades de acordo com as suas preferências. A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados vinte e um votos válidos.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os resultados obtidos.

	8 votos	6 votos	4 votos	3 votos
1.ª Preferência	Braga	Lamego	Amarante	Amarante
2.ª Preferência	Lamego	Amarante	Lamego	Braga
3.ª Preferência	Amarante	Braga	Braga	Lamego

Suponha que a Diretora de Turma decide aplicar o método de contagem de Borda para escolher a cidade a visitar.

Segundo o método de contagem de Borda, a escolha faz-se de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- para que um voto seja considerado válido, cada aluno ordena, uma única vez, os nomes das três cidades de acordo com as suas preferências;
- na ordenação final das cidades, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantas as cidades em votação;
- cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto;
- é escolhida a cidade com maior número de pontos.

Verifique se, aplicando o método de contagem de Borda, a cidade vencedora respeitaria a primeira preferência mais votada.

Exame – 2011, 2.ª Fase



28. A associação de estudantes da Escola Secundária de Monte da Azinha decidiu aplicar o método da Contagem de Borda, para escolher o representante dos alunos da escola num fórum internacional sobre ciência. Concorreram quatro candidatos: a Ana, a Inês, o Nuno e o Pedro.

Segundo o método da Contagem de Borda, o apuramento do vencedor faz-se de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- para que um voto possa ser considerado válido, cada eleitor vota em todos os candidatos, ordenando-os de acordo com as suas preferências;
- na ordenação final dos concorrentes, cada primeira preferência recebe tantos pontos quantos os candidatos em votação;
- cada segunda preferência recebe menos um ponto do que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência um ponto;
- o vencedor é o concorrente com maior número de pontos.

Foram apurados noventa e cinco votos válidos. Os resultados obtidos são os seguintes.

	25 votos	40 votos	15 votos	10 votos	5 votos
1.^a Preferência	Nuno	Pedro	Nuno	Pedro	Pedro
2.^a Preferência	Ana	Inês	Inês	Nuno	Nuno
3.^a Preferência	Inês	Nuno	Ana	Ana	Inês
4.^a Preferência	Pedro	Ana	Pedro	Inês	Ana

Determine a pontuação final de cada candidato, e indique o vencedor.

Exame – 2009, 1.^a Fase



29. Os alunos do 12.º ano da Escola «Bom Estudante» pretendem organizar uma viagem de finalistas a uma cidade espanhola. Os delegados das oito turmas reuniram-se para escolher essa cidade. Como não conseguiram consenso, decidiram que seriam todos os alunos do 12.º ano a eleger o destino da viagem, sendo Granada, Madrid, Sevilha e Vigo as cidades colocadas à votação. Cada aluno, no seu boletim de voto, ordena as quatro cidades, de acordo com a ordem das suas preferências, sendo o seu voto atribuído à cidade colocada em primeira preferência. Na tabela (quadro de preferências) que se segue, estão registados as seqüências das preferências obtidas na votação e o número correspondente de boletins.

Preferências	Votos					
	1. ^a	Madrid	Vigo	Sevilha	Granada	Madrid
2. ^a	Sevilha	Sevilha	Granada	Madrid	Vigo	Sevilha
3. ^a	Granada	Granada	Vigo	Vigo	Sevilha	Madrid
4. ^a	Vigo	Madrid	Madrid	Sevilha	Granada	Vigo
Total de votos	50	60	40	14	30	22

O método escolhido para apurar a cidade a eleger como destino da viagem de finalistas foi o método preferencial, de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- contabiliza-se o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada cidade;
- caso uma cidade obtenha a maioria absoluta de votos na primeira preferência, ela é eleita vencedora e o processo termina;
- caso contrário, elimina-se da eleição a cidade que obteve o menor número de votos, na primeira preferência, e o quadro de preferências é reestruturado, passando a incluir menos uma cidade (consequentemente, também menos uma preferência);
- a este «novo» quadro de preferências, aplicam-se novamente todos os procedimentos anteriores, pela ordem enunciada;
- o processo repete-se até uma das cidades obter maioria absoluta de votos, na primeira preferência.

Tendo em conta os resultados da votação expressos na tabela:

- 29.1. Calcule o número de votos que cada uma das cidades obteve, na primeira preferência.
- 29.2. Indique o número mínimo de votos que uma cidade deveria ter obtido, na primeira preferência, para ser eleita vencedora na primeira contagem.
- 29.3. Determine, segundo o método descrito, qual é a cidade aonde se vai realizar a viagem de finalistas.
- Na sua resposta deve incluir, obrigatoriamente, o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada cidade, em cada uma das contagens que efetuar para determinar a cidade a visitar.
- 29.4. Determine quantos alunos frequentam o 12.º ano de escolaridade na Escola «Bom Estudante», sabendo que 4% dos alunos do 12.º ano não votaram.

Exame – 2008, 2.^a Fase



30. Realizou-se uma Assembleia-geral de uma associação cultural, com o objetivo de eleger uma pessoa para representar a associação em sessões oficiais. Apresentaram-se três candidatos, o Rui, o Luís e o João. A Mesa da Assembleia propôs que cada associado votasse nos três candidatos, por ordem de preferência. O método escolhido para apurar o vencedor foi o preferencial, de acordo com os seguintes critérios e etapas:

- por cada voto em primeira preferência, o candidato votado recebe três pontos, em segunda preferência, dois pontos e, em terceira preferência, um ponto;
- feito o apuramento da pontuação obtida por cada candidato, será vencedor o que obtiver uma pontuação total mais elevada.

A contagem dos votos vem descrita na tabela seguinte.

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1. ^a	Rui	João	Luís
2. ^a	Luís	Luís	Rui
3. ^a	João	Rui	João
TOTAL	40	45	38

30.1. Copie para a sua folha de prova a tabela abaixo apresentada e, depois, complete-a utilizando o método preferencial.

Qual foi o candidato vencedor, segundo este método?

MÉTODO PREFERENCIAL

Contagem dos pontos		Pontuação total
João	$40 \times 1 + 45 \times 3 + 38 \times 1$	
Rui		
Luís		

30.2. Se fosse adotado o sistema maioritário, só a primeira preferência seria tida em conta, ganhando o candidato cujas primeiras preferências tivessem uma maioria relativa. Utilizando este método, o candidato vencedor seria o João.

No entanto, este candidato perderia quando comparado com os outros candidatos, dois a dois. Uma forma de comparar os candidatos dois a dois é utilizar o método maioritário, sem contar com os votos no terceiro candidato. Por exemplo, não contando com os votos no Luís, as votações no João e no Rui passam a ser as seguintes:

COMPARAÇÃO DA VOTAÇÃO NO JOÃO COM A VOTAÇÃO NO RUI

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1. ^a	Rui	João	Rui
2. ^a	João	Rui	João
TOTAL	40	45	38

Utilizando o método maioritário relativamente à primeira preferência, o Rui seria o candidato vencedor, uma vez que tinha 78 votos, enquanto o João teria apenas 45.



30.2.1. Construa duas tabelas semelhantes à anterior, não contando, primeiro, com a votação no João e, depois, com a votação no Rui. Em cada uma das comparações, quem é o vencedor?

30.2.2. Terminadas as comparações possíveis, dois a dois, o Luís afirmou que ele próprio deveria ser considerado o vencedor global. Numa pequena composição, justifique que este candidato está em condições de se considerar vencedor global, tendo em conta os resultados obtidos.

Deve incluir, obrigatoriamente, na sua resposta a soma dos resultados referentes às contagens dos votos na comparação dos candidatos dois a dois, com a consequente ordenação dos candidatos.

Exame – 2007, 2.ª Fase

31. No dia 14 de Dezembro de 1997, realizaram-se eleições autárquicas em Portugal.

Num certo concelho, concorreram quatro partidos às eleições para a Câmara Municipal. Estavam em disputa sete mandatos.

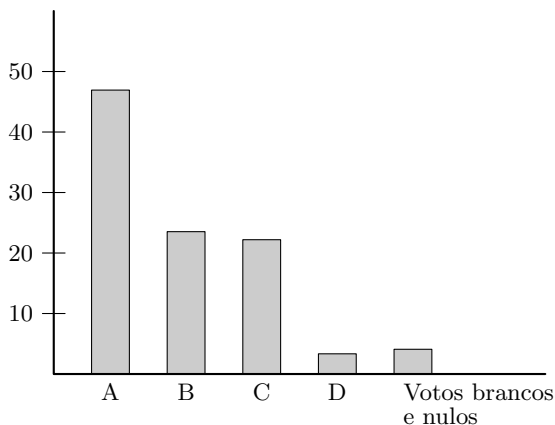
Esses quatro partidos são aqui designados pelas letras A, B, C e D.

A distribuição dos votos pelos quatro partidos, nessas eleições de 1997, foi a seguinte.

Partidos	A	B	C	D
Número de votos	13 442	8 723	6 033	1 120

Houve 1 258 votos brancos e nulos.

Em 2001, realizaram-se novamente eleições para a mesma Câmara Municipal. Os partidos concorrentes foram os mesmos. Os resultados estão representados no seguinte gráfico de barras.



Nas eleições para uma Câmara Municipal, é eleito Presidente da Câmara o cabeça-de-lista da força política mais votada. Sabendo que o Presidente da Câmara, eleito em 1997, se recandidatou ao cargo em 2001, pelo mesmo partido, verifique, justificando, se ele foi, ou não, reeleito.

Exame – 2006, 2.ª Fase

