

M.A.C.S. (11.º ano)

## Inferência estatística (intervalos de confiança)

Exercícios de Provas Nacionais



1. Na noite de passagem de ano, antes do lançamento do fogo de artifício, foram questionados 105 turistas com o intuito de se saber durante quantos dias ficariam na ilha da Madeira. Na tabela seguinte, estão parcialmente registadas as respostas dadas pelos turistas questionados. recolhidos.

<b>N.º de dias</b>	2	3	4	5
<b>N.º de turistas</b>	18		29	

O intervalo  $]0,306; 0,494[$  é o intervalo de confiança a 95% para a proporção de turistas que, tendo passado a noite de passagem de ano na ilha da Madeira, ficariam no máximo três dias na ilha.

Determine o número de turistas que, tendo passado a noite de passagem de ano na ilha da Madeira, responderam que ficariam exatamente três dias na ilha.

Exame – 2024, Ép. especial

2. *Sala de Fuga* é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

Durante um determinado período de tempo, realizou-se uma campanha publicitária para divulgar quatro jogos de *Sala de Fuga*, A, B, C e D.

Após a campanha, com o intuito de saber qual era o preferido, foi selecionado, ao acaso, um conjunto de 900 pessoas de entre as que manifestaram intenção de participar num dos jogos de *Sala de Fuga* divulgados na campanha publicitária. Questionadas sobre o jogo de *Sala de Fuga* preferido, cada uma destas pessoas indicou A, B, C ou D.

Na tabela seguinte, estão registadas as respostas obtidas.

	A	B	C	D
Número de pessoas	200	250	324	126

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção populacional relativa às pessoas que preferem o jogo de *Sala de Fuga* C, face ao número total de pessoas que têm intenção de participar num dos jogos de *Sala de Fuga* divulgados na campanha publicitária, é 0,06272.

Identifique o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

Exame – 2024, 2.<sup>a</sup> Fase

3. A Estrada Nacional 2 (EN2) foi incluída no Plano Rodoviário Nacional de 1945. É a mais extensa estrada portuguesa, totalizando 739,26 quilómetros, e a única na Europa que atravessa um país em toda a sua extensão, desde Chaves até Faro, passando por 35 concelhos.

A maioria dos viajantes opta por percorrer a EN2 em diversas etapas. Num clube de motociclismo, pretende-se organizar uma viagem para percorrer toda a extensão da EN2. Numa das reuniões de preparação da viagem, alguém proferiu a afirmação seguinte.

«Em média, nos últimos anos, percorremos toda a EN2 em 6 etapas.»

O Fred, que pertence ao clube, duvidou da afirmação. Falou com 225 motociclistas do clube, escolhidos aleatoriamente, que já tinham realizado a viagem, tendo verificado que, em média, estes a tinham realizado em 4,5 etapas, e que o desvio padrão amostral era 1,2. Por fim, construiu um intervalo de confiança a 99% para o valor médio do número de etapas realizadas.

Conclua, construindo um intervalo de confiança nas mesmas condições do Fred, se este tinha razão para duvidar da afirmação proferida no clube de motociclismo.

Na sua resposta, apresente o intervalo de confiança construído, com os extremos arredondados às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

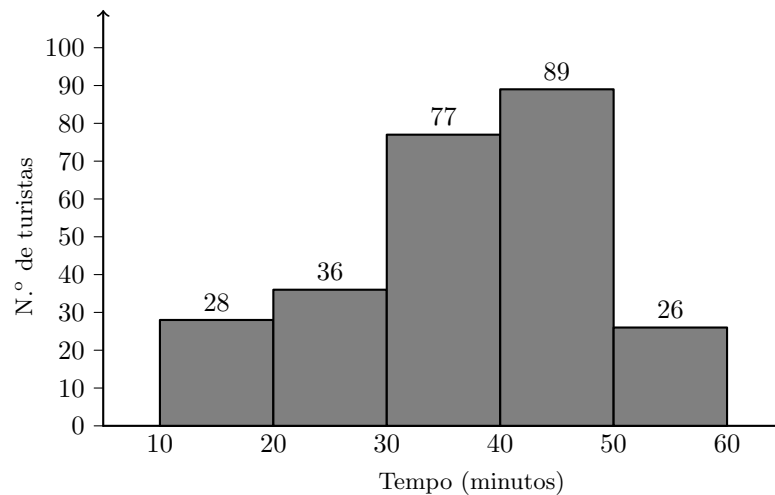
Exame – 2024, 1.<sup>a</sup> Fase



4. A empresa LZD estudou o tempo, em minutos, necessário para o embarque de turistas nos seus navios de cruzeiro.

Para construir um intervalo de confiança para o tempo médio necessário para o embarque de turistas, constituiu uma amostra aleatória de 256 turistas que se encontravam a bordo dos seus vários navios, tendo estes indicado o tempo decorrido até ao seu embarque.

Na figura seguinte, apresentam-se os dados recolhidos, organizados em classes.



Determine um intervalo de confiança a 95% para o valor médio do tempo necessário, em minutos, para o embarque de turistas nos navios de cruzeiro da empresa LZD.

Na sua resposta, apresente a média do tempo necessário para o embarque dos turistas inquiridos, o valor do desvio padrão e os valores dos extremos do intervalo, arredondados às décimas.

Exame – 2023, 2.<sup>a</sup> Fase

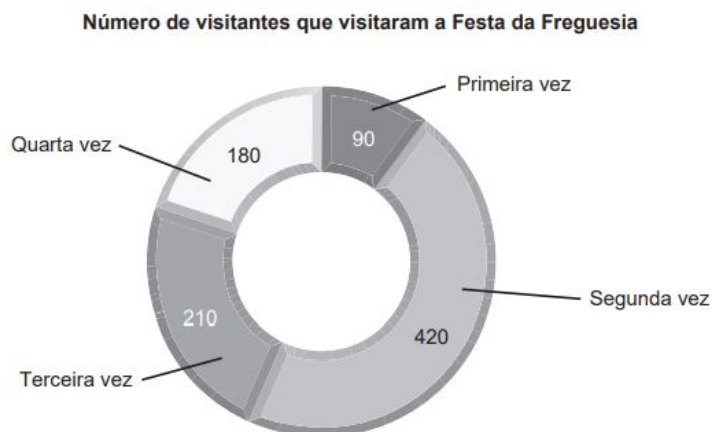


5. Ao longo dos anos, tem-se registado uma elevada afluência à Festa da Freguesia.

Para estimar a proporção de visitantes que visitaram a Festa da Freguesia pela primeira vez em 2022, realizou-se um estudo.

Para esse estudo, recorreu-se a uma amostra aleatória de visitantes da festa, em 2022. A cada visitante foi perguntado se era a primeira vez que visitava a festa ou se já o fizera antes; a estes últimos, foi pedido que indicassem o número de anos distintos em que haviam visitado a festa (incluindo o ano em que o estudo se realizou).

No gráfico seguinte, apresentam-se os resultados obtidos.



Determine o intervalo de confiança a 90% para a proporção de visitantes da Festa da Freguesia que a visitaram pela primeira vez em 2022.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às centésimas.

Exame – 2023, 1.<sup>a</sup> Fase

6. Num jogo de basquetebol, verificou-se que, numa amostra de 225 espectadores aleatoriamente selecionados no recinto desportivo, 81 tinham comprado *online* o ingresso para o jogo.

Determine um intervalo de confiança a 99% para a proporção de espectadores que adquiriram *online* o ingresso para o jogo.

Apresente os extremos do intervalo de confiança com arredondamento às centésimas.

Na sua resposta:

- utilize a calculadora apenas para efetuar cálculos numéricos;
- caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

Exame – 2022, Ép. especial



7. No parque de campismo da ilha de Dujal, foi feito um estudo para estimar a idade média dos campistas, em anos, que aí acamparam nos últimos doze meses.

Para esse estudo, recorreu-se a uma amostra aleatória, de dimensão superior a 30 campistas, e construiu-se um intervalo a 90% de confiança para a idade média dos campistas.

Admita que a amplitude desse intervalo de confiança era 0,3619 e que o desvio padrão amostral era, aproximadamente, igual a 5,5 anos.

Qual terá sido a dimensão dessa amostra?

Exame – 2022, 2.<sup>a</sup> Fase

8. Com o intuito de saber qual dos três destinos turísticos, Caraíbas, Dubai ou Maldivas, seria o mais pretendido pelos seus clientes, a responsável pelo *marketing* da agência de viagens Ir&Voltar selecionou, ao acaso, alguns dos clientes da agência, e estes indicaram o seu destino favorito de entre os destinos referidos.

Na tabela seguinte, estão registadas as preferências indicadas pelos clientes selecionados.

Destino	Caraíbas	Dubai	Maldivas
N.º de clientes	125	400	100

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção de clientes da Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito, em vez das Caraíbas ou das Maldivas, considerando a amostra de clientes constituída pela responsável do *marketing*, é 0,075264.

Determine o nível de confiança desse intervalo. Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

Exame – 2022, 1.<sup>a</sup> Fase

9. A rádio OnOff é uma rádio local que transmite através da Internet, com recurso a tecnologia de transmissão de áudio e de vídeo em tempo real.

A rádio OnOff emite *podcasts* sobre temáticas variadas.

Para determinar intervalos de confiança para o número médio de *podcasts* emitidos por semana pela rádio OnOff, constituiu-se uma amostra com dados relativos a mais de 30 semanas.

- 9.1. Admita que o intervalo de confiança a 95% para o número médio de *podcasts* emitidos por semana é  $]13,86; 14,5[$ .

A margem de erro associada a este intervalo de confiança é igual a

- (A) 14,82      (B) 14,18      (C) 0,64      (D) 0,32

- 9.2. Admita que os dados da amostra correspondem a 100 semanas e que o número médio de *podcasts* emitidos por semana é igual a 12 e o desvio padrão é igual a 2,1.

Determine o intervalo de confiança a 90% para o número médio de *podcasts* emitidos por semana pela rádio OnOff.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

Exame – 2021, Ép. especial



10. Dos alunos que participaram no programa Erasmus+ em 2019, foram selecionados aleatoriamente 324, tendo-se apurado que a média das suas idades era 20,16 anos, com um desvio padrão de 21 meses.

Construa um intervalo de confiança a 99% para a idade média, em anos, dos alunos que participaram no programa Erasmus+ em 2019.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às centésimas.  
Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

Exame – 2021, 2.ª Fase

11. Inquiriram-se 625 utilizadores da ParaPagarApp relativamente ao valor pago na última compra em que usaram a aplicação.

Na tabela seguinte, apresentam-se os dados recolhidos.

Valor pago, em euros	]0, 20]	]20, 40]	]40, 60]	]60, 80]	]]80, 100]]
N.º de utilizadores	308	81	44	128	64

Recorrendo aos dados da tabela anterior, construa um intervalo de confiança a 90% para a proporção de utilizadores da ParaPagarApp que, na última compra, usaram a aplicação, pagaram mais de 20 euros e, no máximo, pagaram 60 euros.

Apresente os valores dos extremos do intervalo arredondados às centésimas.  
Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve seis casas decimais.

Exame – 2021, 1.ª Fase

12. A Paula recorre regularmente ao programa de aluguer das BEA, bicicletas elétricas de Avelares.

Na tabela seguinte, encontram-se organizados os dados referentes à variável «número de alugueres das BEA efetuados pela Paula, em cada semana», numa amostra aleatória de 36 semanas.

N.º de alugueres	N.º de semanas
0	5
1	6
3	16
4	9

Com base na informação recolhida, construa um intervalo de confiança a 90% para estimar o valor médio da variável «número de alugueres das BEA efetuados pela Paula, em cada semana».

Apresente os valores do desvio padrão amostral e dos extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

Exame – 2020, Ép. especial



13. Numa amostra aleatória de 256 pessoas que realizaram apenas um *Interrail* em 2019 verificou-se que, em média, visitaram 5 países e que o valor do desvio padrão dessa amostra é de 3,9.

Obtenha a margem de erro de um intervalo de confiança a 99% para o número médio de países visitados pelas pessoas que realizaram apenas um *Interrail* em 2019.

Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

Exame – 2020, 2.<sup>a</sup> Fase

14. A organização de um festival disponibiliza quatro zonas para acampar, Z1, Z2, Z3 e Z4. Com o intuito de saber qual a zona mais pretendida, a organização levou a cabo um inquérito a algumas pessoas, selecionadas ao acaso.

Na tabela seguinte, está registado o número de pessoas que manifestaram intenção de acampar em cada uma das zonas.

Zona	Z1	Z2	Z3	Z4
N.º de pessoas	125	250	150	100

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção de pessoas que têm intenção de acampar na zona Z1, face ao número total de pessoas que têm intenção de acampar, é 0,05264.

Determine o nível de confiança desse intervalo. Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

Exame – 2020, 1.<sup>a</sup> Fase

15. Admita que, numa amostra de 500 clientes do Centro Comercial Futuro, 150 afirmam que o CCF necessita de obras de remodelação.

Com base nesta informação, construa um intervalo de confiança a 90% para a proporção dos clientes do CCF que consideram que este precisa de obras de remodelação.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve cinco casas decimais.

Exame – 2019, Ép. especial

16. Num encontro de colecionadores de jogos, verificou-se que, numa amostra de 200 colecionadores, 45 colecionavam jogos de tabuleiro.

Determine um intervalo de confiança a 90% para a proporção de colecionadores de jogos de tabuleiro presentes no encontro.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, em percentagem, com arredondamento às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

Exame – 2019, 2.<sup>a</sup> Fase



17. Numa rede social foi publicada uma estimativa do tempo médio diário, em minutos, gasto nessa rede por cada utilizador, que permitiu o tratamento dos seus dados pessoais.

Para essa estimativa, recorreu-se a uma amostra aleatória, de dimensão superior a 30 utilizadores, e construiu-se um intervalo a 90% de confiança.

Qual terá sido a dimensão da amostra, para que a amplitude desse intervalo de confiança seja 0,658, admitindo que o desvio padrão amostral foi, aproximadamente, igual a 10 minutos?

Exame – 2019, 1.ª Fase

18. Em reunião camarária, foram programados alguns estudos estatísticos a realizar no decurso da festa de comemoração dos 200 anos do município de Fonte Melo. Para recolher dados, foram inquiridas 324 pessoas presentes na festa.

- 18.1. Para estudar o grau de satisfação dos presentes, a equipa responsável pelo estudo construiu um intervalo de confiança a 99% para a percentagem de pessoas satisfeitas.

Das pessoas inquiridas, 235 mostraram-se satisfeitas com o decorrer das festividades.

A equipa decidiu que a festa seria considerada um êxito se, pelo menos, 75% da totalidade dos presentes se considerassem satisfeitos.

Com base no inquérito e no intervalo de confiança construído, pode a equipa afirmar que a festa não foi um êxito?

Na sua resposta:

- apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;
- caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, quatro casas decimais;
- apresente os valores dos extremos do intervalo em percentagem, arredondados às unidades.

- 18.2. Outro aspeto estudado foi o do número de quilómetros percorridos pelas pessoas presentes na festa, desde as suas casas até ao local onde a festa teve lugar.

Em média, os 324 inquiridos percorreram 56 km.

Com base neste valor construiu-se um intervalo de confiança a 95% para o valor médio, em quilómetros, das distâncias percorridas pelas pessoas presentes na festa, tendo-se obtido o seguinte intervalo: ]55, 57[.

Nestas condições, o desvio padrão populacional é, com aproximação às centésimas, igual a

- (A) 0,11      (B) 4,69      (C) 9,18      (D) 18,37

Exame – 2018, Ép. especial





19. O diretor da companhia de teatro solicitou ao seu contabilista um estudo sobre o valor médio das receitas de bilheteira por cada sessão realizada.

O contabilista recolheu os dados das receitas de bilheteira de uma amostra de 50 sessões. Com base nessa amostra, obteve, para o valor médio das receitas de bilheteira por sessão, o intervalo de confiança a 95% seguinte: ]4449,691; 5214,309[ .

Determine a média e o desvio padrão das receitas de bilheteira obtidos pelo contabilista nessas 50 sessões.

Apresente o valor do desvio padrão amostral com arredondamento às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, três casas decimais.

Exame – 2018, 2.ª Fase

20. Mariana trabalhou numa agência de viagens, na qual analisava os gastos mensais dos clientes.

- 20.1. Num estudo realizado em abril de 2017, Mariana constituiu uma amostra de 100 clientes, de modo a estudar quantos tinham gasto mais de 1000 euros. Verificou que isso sucedeu com 58 clientes.

Com base na informação recolhida, construa um intervalo de confiança a 95%, para a proporção dos clientes da agência que gastaram, nesse mês, mais de 1000 euros.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, três casas decimais.

- 20.2. Em maio de 2017, Mariana analisou os gastos em viagens dos clientes da agência e verificou que, nesse mês, os clientes gastaram, em média, 1200 euros, com um desvio padrão de  $a$  euros.

Nessas condições, para uma amostra de dimensão 100, o desvio padrão da distribuição de amostragem da média é bem aproximado pelo valor 8.

Assim, o valor de  $a$  é:

- (A) 0,8      (B) 8      (C) 80      (D) 800

Exame – 2018, 1.ª Fase

21. A organização do CineJov realizou, no decurso da edição do ano anterior, um inquérito aos espectadores, visando, entre outras coisas, estimar a proporção de pessoas dispostas a comprar um passe de ingresso para todos os dias do ciclo de cinema.

Foi inquirida uma amostra de 800 pessoas. Destas 800 pessoas, 250 mostraram-se recetivas à proposta apresentada.

Determine a amplitude de um intervalo de confiança a 90% para estimar a proporção de espectadores interessados em adquirir o passe de ingresso no CineJov.

Apresente a amplitude do intervalo de confiança em percentagem, arredondada às unidades.

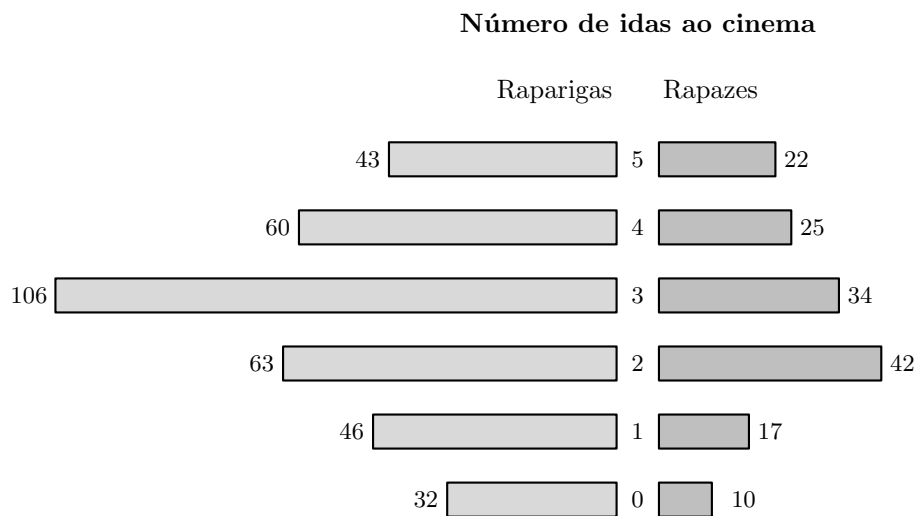
Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

Exame – 2017, Ép. especial



22. Inquiriram-se 500 alunos da escola, escolhidos ao acaso, relativamente ao número de vezes que foram ao cinema durante o ano de 2016.

Na figura seguinte, está uma representação dos dados recolhidos.



Tendo por referência os dados da figura anterior, construa um intervalo de confiança a 95%, aproximado, para o valor médio da variável aleatória «número de idas ao cinema, no ano 2016, de um jovem desta escola».

Apresente os valores dos extremos do intervalo arredondados às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, duas casas decimais.

Exame – 2017, 2.<sup>a</sup> Fase

23. Na tabela seguinte, está registado o número de utilizadores de uma das diversões do parque, nas duas primeiras semanas do mês de agosto de 2015.

	SEG.	TER.	QUA.	QUI.	SEX.	SÁB.	DOM.
<b>1.<sup>a</sup> semana</b>	184	224	232	240	280	328	312
<b>2.<sup>a</sup> semana</b>	208	200	256	264	280	344	288

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção do número de utilizadores dessa diversão nos sábados e nos domingos, face ao total do número de utilizadores no período de tempo registado na tabela anterior, é 0,0407301.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta:

- apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;
- caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, sete casas decimais;
- apresente o valor de  $z$  arredondado com três casas decimais.

Exame – 2017, 1.<sup>a</sup> Fase



24. Numa amostra aleatória de trabalhadores do TPT, com dimensão superior a 30, aproximadamente 15% deles pesam, pelo menos, 75 quilogramas.

Determine a dimensão mínima da amostra,  $n$ , de modo que o intervalo a 99% de confiança, para a proporção de trabalhadores com, pelo menos, 75 quilogramas, tenha uma amplitude inferior a 0,2.

Na sua resposta:

- escreva uma expressão da amplitude do intervalo em função de  $n$ ;
- apresente uma condição que traduza o problema.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, cinco casas decimais.

Exame – 2016, Ép. especial

25. A maratona é a última prova em diversos encontros desportivos.

Existem diversos estudos estatísticos sobre esta prova, que envolvem dados como o tempo de conclusão da prova, a frequência cardíaca dos atletas no final da prova ou as condições climáticas.

Um entusiasta da maratona publicou no seu blogue um artigo intitulado «*Nos últimos dez anos, o tempo médio de duração da maratona foi 3 horas e 15 minutos*».

A Eduarda duvidou da afirmação constante deste título. Recolheu, aleatoriamente, 300 tempos obtidos por atletas ao longo dos últimos dez anos e verificou que a média dos tempos era 3 horas e que o desvio padrão amostral era 45 minutos. Por fim, construiu um intervalo de confiança a 99% para o valor médio do tempo de duração da maratona.

Conclua, com base nos seus cálculos, se a Eduarda tinha razão em duvidar da informação dada pelo bloguista.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame – 2016, 2.ª Fase

26. Na primeira noite do MaréFest, depois de terminarem os concertos no palco principal, a assistência dividiu-se pelas tendas Tecno, Dance e Chill.

Na tabela seguinte, apenas estão registados os números relativos às presenças nas tendas Dance e Chill.

	Homens	Mulheres
Tenda Dance	1540	2720
Tenda Chill	840	680

Tendo por referência o número de pessoas presentes na tenda Chill, na primeira noite do MaréFest, construa um intervalo de confiança a 90% para a proporção de mulheres presentes, por dia, na tenda Chill, no decurso do festival.

Relativamente aos valores dos extremos do intervalo, apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

Exame – 2016, 1.ª Fase



27. A companhia de aviação ASA5 opera nos aeroportos nacionais.

A partir de uma amostra aleatória de 220 viagens Lisboa-Faro, o presidente da ASA5 identificou 11 viagens com um tempo de voo menor ou igual a 45 minutos.

Construa um intervalo com uma confiança de 95% para estimar a proporção de viagens com um tempo de voo menor ou igual a 45 minutos, nas ligações Lisboa-Faro. Apresente os extremos do intervalo com arredondamento às milésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

Exame – 2015, Ép. especial

28. A PTM apresenta diversas soluções de transporte, tentando ir ao encontro das necessidades dos seus clientes. Estes podem escolher apenas o transporte rodoviário, apenas o transporte aéreo ou ainda uma combinação dos dois.

Numa amostra aleatória de 40 serviços contratados à PTM, verificou-se que, em média, as mercadorias chegam ao seu destino 6 horas depois do prazo acordado e que o valor do desvio padrão dessa amostra é de meia hora.

Obtenha a margem de erro de um intervalo de confiança a 95% para o atraso médio, em horas, da entrega de todas as mercadorias transportadas pela empresa.

Apresente o resultado com arredondamento às milésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame – 2015, 2.<sup>a</sup> Fase

29. Recentemente, o GAP levou a cabo um inquérito a 200 condutores encartados, selecionados ao acaso, com o intuito de saber quantos exames de condução realizaram até ficarem encartados.

O número de exames realizados variou entre 1 e 4. Na tabela seguinte, apresenta-se parte da informação recolhida.

<b>Número de exames realizados</b>	1	2	3	4
<b>Número de encartados</b>	130	50	$a$	$b$

Os 200 condutores inquiridos foram também questionados relativamente ao número de horas que dedicaram à preparação do exame de condução.

Os dados obtidos permitiram concluir que os inquiridos gastaram uma média de 30,2 horas na preparação do exame, com um desvio padrão de 3,4 horas.

Defina um intervalo com 95% de confiança para o número médio de horas que os encartados dedicaram à preparação do exame de condução.

Apresente os extremos do intervalo de confiança arredondados às décimas, explicitando os valores usados no cálculo.

Exame – 2015, 1.<sup>a</sup> Fase



30. Habitualmente, o café é servido com uma saqueta de açúcar. Para os comerciantes, estão disponíveis, no mercado, os seguintes tipos de embalagens:

- caixa de 5 quilogramas, com uma média de 830 saquetas com, aproximadamente, 6 gramas de açúcar cada uma;
- caixa de 5,4 quilogramas, com uma média de 760 saquetas com, aproximadamente, 7 gramas de açúcar cada uma;
- caixa de 6 quilogramas, com uma média de 750 saquetas com, aproximadamente, 8 gramas de açúcar cada uma.

Numa amostra aleatória de  $n$  saquetas de açúcar retiradas de uma caixa de 6 quilogramas, aproximadamente 52% das saquetas têm 8 ou mais gramas.

Determine o número mínimo de saquetas de açúcar,  $n$ , necessário para que o intervalo de 95% de confiança para a proporção de saquetas com 8 ou mais gramas, na caixa, tenha uma amplitude de aproximadamente 0,20, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

Exame – 2014, 2.ª Fase

31. Na escola secundária de Semedo, os alunos estudam o consumo diário de café no bar da escola.

Na tabela seguinte, encontram-se registados os dados referentes à variável «número de cafés bebidos, em cada dia, pelo Manuel», numa amostra aleatória de 40 dias.

0	1	2	2	2	1	3	2	1	1	3	4	1	3	3	0	1	5	4	2
0	4	1	3	4	4	2	4	5	3	3	1	2	4	8	5	0	1	8	4

Determine um intervalo com uma confiança de 95% para estimar o valor médio da variável «número de cafés bebidos, em cada dia, pelo Manuel».

Apresente os extremos do intervalo com arredondamento às milésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

Exame – 2014, 1.ª Fase



32. No bufete de uma escola secundária, registam-se, diariamente, os pedidos dos alunos.

Uma análise dos pedidos dos alunos registados no primeiro dia de aulas do 2.º período de 2009/2010 permite concluir que:

- 45% dos pedidos dos alunos incluem leite;
- 9% dos pedidos dos alunos incluem pão e leite;
- um quarto dos pedidos dos alunos não incluem pão nem leite.

Um funcionário do bufete afirmou que o valor médio dos pedidos feitos em 2009/2010 tinha sido 1,90 euros.

Para analisar a veracidade da afirmação, o diretor da escola recolheu uma amostra aleatória de 210 pedidos e verificou que a média dessa amostra era 1,80 euros e que o desvio padrão amostral era 1,10 euros.

Justifique se haverá razão para duvidar da afirmação do funcionário do bufete.

Fundamente a sua resposta a partir da construção de um intervalo de confiança de 99% para o valor médio dos pedidos feitos no bufete da escola em 2009/2010.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais. Apresente os extremos do intervalo arredondados com duas casas decimais.

Exame – 2013, Ép. especial

33. Na tabela seguinte encontra-se a densidade postal (número de habitantes / número de pontos de acesso), de 2001 a 2009, em Portugal.

Ano	Densidade postal (habitantes / pontos de acesso)
2001	471,3
2002	481,4
2003	501,2
2004	512,5
2005	517,9
2006	525,5
2007	534,1
2008	554,8
2009	563,2

O Portal do Consumidor tem recebido queixas pelo aumento, verificado entre 2001 e 2009, da densidade postal (número de habitantes / número de pontos de acesso). Em 2012, uma recolha aleatória em 200 desses pontos indicou uma média amostral de  $\bar{x}$  habitantes por cada ponto de acesso e um desvio padrão amostral de  $s$  habitantes.

Tendo em conta os valores de  $\bar{x}$  e de  $s$ , obteve-se o intervalo  $]546,554[$  para estimar o número médio de habitantes servidos por cada ponto de acesso à rede postal, em 2012, com uma confiança de 90%

Determine os valores de  $\bar{x}$  e de  $s$ , com os quais se obteve o intervalo  $]546,554[$

Apresente os valores de  $\bar{x}$  e de  $s$  arredondados às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame – 2013, 2.ª Fase



34. Na tabela seguinte, é apresentado o número de filhos de uma amostra de 200 sócios do Grupo Desportivo de Altivo (GDA).

Número de filhos	1	2	3	4	5
Frequência absoluta simples	66	46	38	38	12

O intervalo  $]0,34958; 0,530426[$  é um intervalo de confiança para a proporção de sócios do GDA com, pelo menos, 3 filhos (dados da tabela anterior).

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, seis casas decimais e considere o valor de  $z$  arredondado com três casas decimais.

Exame – 2013, 1.ª Fase

35. A direção da escola de Xisto pretende construir cacifos para os alunos do 10.º ano. Para concretizar esse projeto, procurou estudos sobre o valor médio das alturas dos alunos do 10.º ano e encontrou o seguinte resultado:

*«É possível afirmar, com uma confiança de 95%, que o intervalo entre 160 centímetros e 178 centímetros contém o valor médio das alturas dos alunos do 10.º ano. No estudo feito, foi tida em conta uma amostra de dimensão 40 e utilizou-se como desvio padrão amostral o valor 29 centímetros.»*

Com o objetivo de garantir uma maior confiança, a direção da escola de Xisto procurou encontrar um intervalo de confiança de 99% para o valor médio das alturas dos alunos do 10.º ano com base na mesma amostra.

Determine o intervalo de confiança pretendido. Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Apresente os valores dos extremos do intervalo com arredondamento às unidades.

Exame – 2012, 2.ª Fase

36. A Maria analisou algumas das características dos alunos de Francês de três escolas.

Os alunos do 11.º ano que, em 2012, frequentam a disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais na escola da Maria pretendem fazer uma investigação sobre as classificações dos alunos do ensino secundário na língua estrangeira, com vista a estimar a classificação média por aluno.

Para calcularem quantos alunos devem ser estudados, decidem que a amplitude do intervalo de confiança será, no máximo, de 2 valores e que este terá um nível de confiança de 95%

Dos dados recolhidos no ano de 2011, retirou-se a informação de que o desvio padrão populacional é de 3 valores.

Determine a dimensão mínima da amostra a utilizar pelos alunos do 11.º ano que, em 2012, frequentam a disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais na escola da Maria, considerando que a distribuição das notas em 2012 é aproximadamente normal e tem a mesma variabilidade que a distribuição das notas de 2011.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame – 2012, 1.ª Fase



37. Uma empresa de telecomunicações e multimédia pretende lançar um novo produto. Para isso, encomendou uma sondagem a um especialista no assunto.

Em 2001, apurou-se que 12% das habitações portuguesas tinham 2 televisores.

Era de esperar que em 2009 a percentagem de habitações portuguesas com 2 televisores fosse superior à registada em 2001.

Numa amostra aleatória de 1000 habitações, recolhida em 2009, concluiu-se que havia 450 habitações com 2 televisores.

Justifique se haverá razão para duvidar do aumento da percentagem de habitações portuguesas com 2 televisores, entre 2001 e 2009.

Fundamente a sua resposta a partir da construção de um intervalo de confiança de 90% para a proporção de habitações portuguesas com 2 televisores em 2009.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, sete casas decimais. Apresente os extremos do intervalo com arredondamento às milésimas.

Exame – 2011, 2.<sup>a</sup> Fase

38. Na gráfica SOS-Livros, realizou-se um estudo para conhecer a percentagem diária de livros produzidos com defeito. Para isso, recolheu-se, num dia selecionado ao acaso, uma amostra aleatória de 500 livros produzidos na gráfica SOS-Livros e contou-se o número de livros com defeito nessa amostra. Obteve-se o valor de 8.

Construa um intervalo de confiança de 95% para a proporção de livros produzidos com defeito, diariamente, na gráfica SOS-Livros.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, seis casas decimais. Apresente os extremos do intervalo arredondados com três casas decimais.

Exame – 2011, 1.<sup>a</sup> Fase





39. Uma das classificações para o sangue humano é feita em 4 grupos distintos: A, O, B e AB.

Independentemente do grupo, o sangue pode possuir, ou não, o fator *Rhesus*.

Se o sangue de um indivíduo possuir esse fator, diz-se *Rhesus* positivo ( $Rh^+$ ); se não possuir esse fator, diz-se *Rhesus* negativo ( $Rh^-$ ).

A distribuição dos grupos sanguíneos, nas diferentes partes do mundo, é variável. A frequência destes grupos em Portugal, de acordo com um estudo recente, realizado numa população de dadores do Instituto Português do Sangue, é a que consta na tabela seguinte.

Fator \ Grupo	A	O	B	AB
	$Rh^+$	39%	35%	7%
$Rh^-$	7%	6%	2%	1%

Num hospital, efetuou-se um estudo idêntico ao que foi realizado pelo Instituto Português do Sangue. Sabe-se que, no hospital, foram identificados os grupos sanguíneos e o respetivo fator *Rhesus*, de uma amostra aleatória de 5000 dadores. Os resultados encontrados nesse hospital são, aproximadamente, iguais aos do Instituto Português do Sangue.

Construa um intervalo de confiança de 99% para a proporção de dadores com o grupo sanguíneo O, admitindo que a proporção de dadores com este tipo de sangue, na amostra dos 5000 dadores do hospital, é a mesma que se obteve no estudo do Instituto Português do Sangue.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais. Apresente os extremos do intervalo, com arredondamento às centésimas.

Exame – 2010, 2.<sup>a</sup> Fase

40. A empresa Silva-Filhos dedica-se à limpeza de estradas. A empresa está sediada no distrito de Viseu.

Considerando o conjunto das faturas da Silva-Filhos, o gerente da empresa afirma que o valor médio do valor de uma fatura da empresa é de € 800.

Para analisar a veracidade da afirmação, o contabilista da Silva-Filhos recolheu uma amostra aleatória de 500 faturas e verificou que a média da amostra é de € 830 e que o desvio padrão amostral é de € 220.

Haverá razão para duvidar da afirmação do gerente da Silva-Filhos?

Justifique a sua resposta, construindo um intervalo de confiança de 99% para o valor médio do valor de uma fatura da empresa Silva-Filhos.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais. Apresente os extremos do intervalo, com arredondamento às centésimas.

Exame – 2010, 1.<sup>a</sup> Fase



41. Na escola da Marta, o professor de MACS resolveu questionar os alunos de duas turmas distintas sobre o número de mensagens que cada aluno recebeu, num sábado, no telemóvel.

A partir de uma amostra aleatória de mensagens recebidas no telemóvel pelos alunos da escola da Marta, concluiu-se que, em 250 mensagens, 125 tinham uma extensão de 30 caracteres.

Construa um intervalo com uma confiança de 95% para estimar a proporção de mensagens com a extensão de 30 caracteres recebidas no telemóvel pelos alunos da escola da Marta.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais. Apresente os extremos do intervalo com arredondamento às centésimas.

Exame – 2009, 2.<sup>a</sup> Fase

42. As despesas de um agregado familiar com a alimentação dependem de muitos fatores. Do ponto de vista sociológico, pode ser estudada a relação entre as despesas mensais com a alimentação e o rendimento mensal. Para conhecer esta relação, recolheram-se, aleatoriamente, os dados relativos a doze agregados familiares.

Ao ter conhecimento do estudo, o António procurou estimar o valor médio das despesas com a alimentação de todos os agregados familiares de Monte da Azinha. Analisou uma amostra aleatória de 50 agregados familiares de Monte da Azinha, tendo obtido uma média amostral de €270 e um desvio padrão amostral de €100.

Construa um intervalo com uma confiança de 95% para estimar o valor médio das despesas com a alimentação dos agregados familiares de Monte da Azinha.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais. Apresente os extremos do intervalo, com arredondamento às centésimas.

Exame – 2009, 1.<sup>a</sup> Fase



43. Diversos estudos destacam a importância dos hábitos de leitura no desenvolvimento do nível de literacia (capacidade de processamento da informação escrita na vida quotidiana). No sentido de incentivar o gosto pela leitura, o Governo Português tem implementado vários projetos como, por exemplo, o Plano Nacional de Leitura.

Em Outubro de 2007, o Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação (GEPE), do Ministério da Educação, publicou um estudo intitulado «Os Estudantes e a Leitura», cuja intenção foi fornecer indicações sobre o desenvolvimento de apetências e capacidades de leitura dos estudantes portugueses dos ensinos básico e secundário.

Uma das questões incluídas no inquérito era:

«Qual das seguintes frases exprime melhor o teu gosto pela leitura?»

- *Sou viciado na leitura.*
- *Gosto muito de ler.*
- *Gosto de ler de vez em quando.*
- *Gosto pouco de ler.*
- *Não gosto nada de ler.»*

No inquérito referido – e de acordo com os elementos apresentados no estudo citado – dos 4738 estudantes inquiridos, 25 não responderam à questão mencionada (*Qual das seguintes frases exprime melhor o teu gosto pela leitura?*). Dos estudantes que responderam a esta questão, 221 optaram por «Sou viciado na leitura.»

Com base nos dados relativos à amostra dos estudantes que responderam à questão, construa um intervalo com uma confiança de 95% para a proporção de estudantes do ensino secundário, do Continente, que se identificam como sendo apaixonados pela leitura («Sou viciado na leitura.»).

Nos cálculos intermédios, caso proceda a arredondamentos, utilize quatro casas decimais. Relativamente aos valores dos extremos do intervalo, apresente-os arredondados às milésimas.

Exame – 2008, 2.ª Fase



44. No âmbito da disciplina de MACS, os alunos de uma turma da Escola Secundária APRENDERMAIS desenvolveram um trabalho de projeto que incluía um estudo sobre a intenção dos jovens da sua região, que frequentavam o ensino secundário, de prosseguirem os estudos, após terminarem esse nível de ensino.

Para a recolha dos dados, elaboraram um inquérito e selecionaram uma amostra aleatória, constituída por 300 jovens, representativa da população em estudo.

No trabalho, incluíram a tabela que se apresenta em seguida:

- a tabela apresenta os dados recolhidos quanto ao objetivo do estudo (conhecer a intenção dos jovens da região, que frequentavam o ensino secundário, de prosseguirem os estudos, após terminarem este nível de ensino).

Sexo	Intenção de prosseguimento de estudos	Deseja	Não deseja	Total
	Feminino		130	34
Masculino		90	46	136
	<b>Total</b>	<b>220</b>	<b>80</b>	<b>300</b>

Com base nos dados apresentados na tabela, construa um intervalo com uma confiança de 99% para a proporção de jovens que, estando a frequentar o ensino secundário numa escola dessa região, desejam prosseguir estudos após terminarem este nível de ensino.

Nos cálculos intermédios, caso proceda a arredondamentos, utilize quatro casas decimais.

Relativamente aos valores dos extremos do intervalo, apresente-os arredondados às milésimas.

Exame – 2008, 1.ª Fase

45. A secção de controlo de qualidade de uma fábrica de parafusos escolhe, aleatoriamente, uma amostra de 100 parafusos produzidos por uma determinada máquina e regista o comprimento dos parafusos selecionados.

Considerando que o valor aproximado da média é 5,5 cm e que a variância é  $0,043 \text{ cm}^2$ , obtenha um intervalo com uma confiança de 95% para o comprimento médio dos parafusos produzidos pela máquina.

Nos cálculos intermédios, utilize, pelo menos, três casas decimais; relativamente aos extremos do intervalo, apresente-os arredondados às centésimas.

Exame – 2007, 2.ª Fase



46. Num dos muitos sites em que se joga xadrez online, na Internet, a entrada de um jogador é condicionada pelo gestor do site, com probabilidade fixa igual a 0,8, em cada tentativa de entrada na sala de jogo.
- 46.1. Para confirmar a probabilidade de um jogador entrar na sala à primeira tentativa, um utilizador do site fez um inquérito, por amostragem, onde perguntava aos frequentadores **presentes** na sala se tinham conseguido entrar à primeira tentativa. Um dos inquiridos, especialista em estatística, referiu que a conceção da amostragem estava errada.

Escreva uma pequena composição em que analise o parecer do especialista, esclarecendo de que forma esta restrição do universo dos inquiridos pode alterar o resultado do inquérito.

**O texto deve incluir:**

- uma alusão à restrição do universo dos inquiridos aos frequentadores que tenham conseguido aceder ao site;
  - uma alusão à escolha de um outro universo, incidindo sobre todos os jogadores que tentassem aceder ao site, independentemente de terem conseguido entrar ou não;
  - uma conjectura de como a escolha do primeiro universo pode afetar o valor estimado de 0,8 como probabilidade de entrar no site à primeira tentativa.
- 46.2. Com base no parecer do especialista de estatística, foi decidido estender o inquérito ao universo de todas as pessoas que tentaram aceder ao site. Em conformidade, numa amostra com 50 inquiridos, o número de respostas «Sim» à pergunta «Conseguiu entrar à primeira tentativa?» foi 39.

Com base nestes resultados, construa um intervalo com uma confiança de 95% para a proporção de pessoas que, efetivamente, conseguiram entrar à primeira tentativa.

Nos cálculos intermédios, utilize quatro casas decimais. Relativamente aos extremos do intervalo, apresente-os arredondados às milésimas.

Exame – 2007, 1.<sup>a</sup> Fase

47. No dia 14 de Dezembro de 1997, realizaram-se eleições autárquicas em Portugal.

Num concelho, alguns dias antes das eleições, um jornal publicou uma sondagem, prevendo, para os dois partidos mais fortes desse concelho, aqui designados por X e Y, uma percentagem de votos de 39% e de 41%, respetivamente. Nas especificações técnicas, era referido que, em ambos os casos, a margem de erro era de 6%, e o nível de confiança de 95%.

- 47.1. Admita que se diz que existe «*empate técnico*» quando a diferença entre as estimativas pontuais (para a percentagem de votos) é, em valor absoluto, inferior à margem de erro. Indique, justificando, se, de acordo com a referida sondagem, os dois partidos estavam, ou não, em situação de «*empate técnico*».
- 47.2. Realizadas as eleições, verificou-se que o partido X saiu vencedor. Os leitores do jornal que publicou a referida sondagem reclamaram, dizendo que «não se pode acreditar em sondagens». O facto de o partido X ter saído vencedor, ao contrário dessa previsão, é motivo para se concluir que a sondagem estava mal feita? Justifique a sua resposta.
- 47.3. Um outro jornal publicou também, alguns dias antes das eleições, uma outra sondagem, na qual se previa, para o partido X, a mesma percentagem, mas com uma margem de erro de 3%, para o mesmo nível de confiança. Alguém afirmou que, para esta sondagem ter conseguido uma margem de erro igual a metade da primeira, mantendo o nível de confiança, tinha sido necessário inquirir o dobro das pessoas. Tendo em conta a fórmula que permite obter um intervalo de confiança para uma proporção e a sua relação com a margem de erro, indique, justificando, se esta afirmação é verdadeira, ou se é falsa.

Exame – 2006, 2.<sup>a</sup> Fase



48. Com o objetivo de estudar o grau de informação dos cidadãos da União Europeia (UE) sobre as políticas e instituições da UE, uma empresa de sondagens realizou um inquérito no Outono de 1999. A dimensão da amostra foi de 15 800 pessoas, escolhidas aleatoriamente entre os cidadãos da UE com 15 ou mais anos.

Perguntava-se aos inquiridos em que medida se sentiam informados sobre a UE, sendo a resposta dada mediante a seleção de um número de 1 (não sabe nada) a 10 (sabe muito).

No quadro seguinte, apresentam-se os resultados desse inquérito.

Para cada nível, indica-se a percentagem de inquiridos que se auto-avaliaram nesse nível.

Escala	Percentagem
1	10
2	12
3	16
4	17
5	19
6	12
7	8
8	4
9	1
10	1

- 48.1. Obtenha um intervalo, com uma confiança de 99%, para a proporção de cidadãos da UE, com 15 ou mais anos, que consideram não saber nada (nível 1) sobre as políticas e instituições da UE.

Apresente os valores dos extremos do intervalo na forma de dízima, arredondados às milésimas.

- 48.2. Qualquer intervalo de confiança para uma proporção tem uma certa margem de erro.

Elabore uma composição na qual defina margem de erro de um intervalo de confiança e relacione a fórmula que dá o intervalo de confiança (em função da proporção amostral, da dimensão da amostra e do nível de confiança) com a seguinte questão: o que acontece à margem de erro, quando, mantendo a confiança, se aumenta a dimensão da amostra?

A sua composição deve incluir:

- a definição de margem de erro de um intervalo de confiança;
- uma simulação da variação da margem de erro de um intervalo de confiança, em função da dimensão da amostra, percorrendo as seguintes etapas:
  - considere, por exemplo,  $\hat{p} = 0,5$  e  $n = 100$  e obtenha um intervalo, com um nível de confiança de 95%, para a proporção  $p$ ;
  - atribua diferentes valores a  $n$  e obtenha os respetivos intervalos de confiança;
  - descreva o que acontece a margem de erro do intervalo quando se aumenta a dimensão da amostra.

Exame – 2006, 1.<sup>a</sup> Fase

