

M.A.C.S. (11.º ano)

Inferência estatística (intervalos de confiança)

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução



1. O número de turistas que foram questionados, ou seja, a dimensão da amostra, é $n = 105$.

Como o intervalo $]0,306; 0,494[$ é um intervalo de confiança a 95%, sabemos que o valor de z correspondente a este nível de confiança é 1,960.

Sabendo que o valor de \hat{p} , ou seja, proporção de turistas que ficariam no máximo três dias na ilha, é o ponto médio do intervalo de confiança para a proporção, temos que:

$$\hat{p} = \frac{0,306 + 0,494}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,4$$

Sabemos ainda que, designado por k o número de turistas que responderam que ficariam exatamente três dias na ilha, a proporção correspondente é $\frac{18+k}{105}$ (considerando os turistas que ficaram 2 ou 3 dias na ilha), pelo que, podemos calcular obter o valor de k através da equação:

$$\hat{p} = \frac{18+k}{105} \Leftrightarrow 0,4 = \frac{18+k}{105} \Leftrightarrow 0,4 \times 105 = 18+k \Leftrightarrow 42-18 = k \Leftrightarrow 24 = k$$

Exame – 2024, Ép. especial

2. O número de pessoas que reponderam sobre as suas preferências, ou seja, a dimensão da amostra, é:

$$n = 900$$

Calculando a proporção de pessoas que preferem o jogo C, temos:

$$\hat{p} = \frac{324}{900} = \frac{400}{625} = 0,36$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, temos que a amplitude é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção (\hat{p}) e de n , e resolvendo a equação, temos:

$$2z\sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{900}} = 0,06272 \Leftrightarrow z = \frac{0,06272}{2 \times \sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{900}}} \Rightarrow z \approx 1,96$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1,96$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é 95% .

Exame – 2024, 2.^a Fase

3. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 225$
- A média amostral: $\bar{x} = 4,5$
- O desvio padrão amostral: $s = 1,2$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores às décimas, temos:

$$\left] 4,5 - 2,576 \times \frac{1,2}{\sqrt{225}} ; 4,5 + 2,576 \times \frac{1,2}{\sqrt{225}} \right[\approx]4,29; 4,71[$$

Pela observação do intervalo de confiança, podemos concluir com um nível de confiança de 99% que o número médio de etapas é inferior a 4,71, ou seja, menor que 6, pelo que o Fred tinha razão para duvidar da afirmação.

Exame – 2024, 1.^a Fase



4. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores relativos à marca de classe de cada uma das classes do histograma, e noutra lista os valores correspondentes às respetivas frequências absolutas absolutas simples, temos:

Marca de classe	Freq. absoluta simples
15	28
25	36
35	77
45	89
55	26

Calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor da média e do desvio padrão da amostra, arredondados às décimas:

$$\bar{x} \approx 36,9 \text{ e } s \approx 11,4$$

Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, considerando ainda:

- A dimensão da amostra: $n = 256$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o tempo necessário para o embarque $\left(\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores às décimas, temos:

$$\left] 36,9 - 1,960 \times \frac{11,4}{\sqrt{256}} ; 36,9 + 1,960 \times \frac{11,4}{\sqrt{256}} \left[\approx]35,5 ; 38,3[$$

Exame – 2023, 2.ª Fase

5. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 90 + 420 + 210 + 180 = 900$
- A proporção amostral do número de visitantes que visitaram a Festa da Freguesia pela primeira vez:
 $\hat{p} = \frac{90}{900} = 0,1$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left] 0,1 - 1,645 \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{900}} ; 0,1 + 1,645 \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{900}} \left[\approx]0,08 ; 0,12[$$

Exame – 2023, 1.ª Fase



6. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 225$
- A proporção amostral de espectadores que adquiriram *online* o ingresso para o jogo: $\hat{p} = \frac{81}{225} = 0,36$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança, para estimar a proporção de espectadores que adquiriram *online* o ingresso para o jogo $\left(\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left] 0,36 - 2,576\sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{225}}; 0,36 + 2,576\sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{225}} \left[\approx]0,28; 0,44[$$

Exame – 2022, Ép. especial

7. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, considerando o valor n para a dimensão da amostra e os valores:

- A média amostral: \bar{x}
- O desvio padrão amostral: $s \approx 5,5$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left[\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right] \right)$, temos:

$$\left] \bar{x} - 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} \left[$$

E assim, a amplitude do intervalo, em função de n , é:

$$\bar{x} + 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} - \left(\bar{x} - 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} \right) = \bar{x} + 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} - \bar{x} + 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} = 2 \times 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} = \frac{18,095}{\sqrt{n}}$$

Como a amplitude do intervalo de confiança é 0,3619, temos que a dimensão da amostra correspondente é a solução da equação

$$\frac{18,095}{\sqrt{n}} = 0,3619$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = \frac{18,095}{\sqrt{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o valor de x que verifica a condição anterior, ou seja, a solução da equação, isto é, $x = 2500$

Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para verificar as condições do enunciado é:

$$n = 2500$$

X	Y1
2497	0,36211
2498	0,36204
2499	0,36197
2500	0,3619
2501	0,36182
2502	0,36176
2503	0,36168

Exame – 2022, 2.ª Fase



8. Calculando a proporção de clientes da Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito relativa a esta amostra, temos:

$$\hat{p} = \frac{400}{125 + 400 + 100} = \frac{400}{625} = 0,64$$

E o número de inquiridos, ou seja, a dimensão da amostra é:

$$n = 125 + 400 + 100 = 625$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \right)$, temos que a amplitude é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção (\hat{p}) e de n , e resolvendo a equação, temos:

$$2z\sqrt{\frac{0,64(1-0,64)}{625}} = 0,075264 \Leftrightarrow z = \frac{0,075264}{2 \times \sqrt{\frac{0,64(1-0,64)}{625}}} \Rightarrow z \approx 1,96$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1,96$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é 95% .

Exame – 2022, 1.ª Fase

9.

- 9.1. A margem de erro do intervalo do intervalo de confiança é metade da amplitude do intervalo, ou seja:

$$\frac{14,56 - 13,86}{2} = \frac{0,64}{2} = 0,32$$

Resposta: **Opção D**

- 9.2. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 100$
- A média amostral: $\bar{x} = 12$
- O desvio padrão amostral: $s = 2,1$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left[\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores às décimas, temos:

$$\left] 12 - 1,645 \times \frac{2,1}{\sqrt{100}} ; 12 + 1,645 \times \frac{2,1}{\sqrt{100}} \left[\approx]11,7; 12,3[$$

Exame – 2021, Ép. especial



10. Observando que 21 meses corresponde a 1 ano e 9 meses e que 9 meses representa $\frac{9}{12} = 0,75$ anos, temos que o desvio padrão da amostra, em anos é 1,75.

Como a amostra dos alunos que participaram no programa Erasmus+ em 2019 tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 324$
- A média amostral: $\bar{x} = 20,16$ anos
- O desvio padrão amostral: $s = 1,75$ horas
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o atraso médio

$\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[20,16 - 2,576 \times \frac{1,75}{\sqrt{324}} ; 20,16 + 2,576 \times \frac{1,75}{\sqrt{324}} \right] \approx]19,91; 20,41[$$

Exame – 2021, 2.^a Fase

11. Observando a tabela podemos verificar que dos 625 utilizadores da ParaPagarApp, o número dos que na última compra, usaram a aplicação, pagaram mais de 20 euros e, no máximo, pagaram 60 euros, é:

$$81 + 44 = 125$$

Assim, como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 625$
- A proporção amostral dos clientes que consideram as obras necessárias: $\hat{p} = \frac{125}{625} = 0,2$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[0,2 - 1,645 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{625}} ; 0,2 + 1,645 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{625}} \right] \approx]0,17; 0,23[$$

Exame – 2021, 1.^a Fase



12. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos números alugueres efetuados pela Paula, e noutra lista o número de semanas, e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média de idas ao cinema e o desvio padrão para a variável «número de alugueres das BEA efetuados pela Paula, em cada semana»:

N.º de alugueres	N.º de semanas
0	5
1	6
3	16
4	9

$$\bar{x} = 2,5 \text{ e } s \approx 1,4$$

Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 36$
- A média amostral: $\bar{x} = 2,5$
- O desvio padrão amostral: $s \approx 1,4$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores às décimas, temos:

$$\left] 2,5 - 1,645 \times \frac{1,4}{\sqrt{36}}; 2,5 + 1,645 \times \frac{1,4}{\sqrt{36}} \right[\approx]2,1; 2,9[$$

Exame – 2020, Ép. especial

13. Como a dimensão da amostra das pessoas que realizaram apenas um *Interrail* em 2019, tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 256$
- A média amostral: $\bar{x} = 5$ horas
- O desvio padrão amostral: $s = 3,9$ horas
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o atraso médio

$\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores com três casas decimais, temos:

$$\left] 5 - 2,576 \times \frac{3,9}{\sqrt{256}}; 5 + 2,576 \times \frac{3,9}{\sqrt{256}} \right[\approx]4,372; 5,628[$$

Assim, a margem de erro do intervalo, ou seja, metade da amplitude do intervalo de confiança, arredondada às centésimas, é:

$$\frac{\bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} - \left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)}{2} \approx \frac{5,628 - 4,372}{2} \approx 0,63$$

Exame – 2020, 2.ª Fase



14. Calculando a proporção de pessoas inquiridas que têm intenção de acampar na zona Z1, temos:

$$\hat{p} = \frac{125}{125 + 250 + 150 + 100} = \frac{125}{625} = 0,2$$

E o número de inquiridos é:

$$n = 125 + 250 + 150 + 100 = 625$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, temos que a amplitude é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção (\hat{p}) e de n , e resolvendo a equação, temos:

$$2z\sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{625}} = 0,05264 \Leftrightarrow z = \frac{0,05264}{2 \times \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{625}}} \Rightarrow z \approx 1,645$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1,645$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é de 90%

Exame – 2020, 1.ª Fase

15. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 500$
- A proporção amostral dos clientes que consideram as obras necessárias: $\hat{p} = \frac{150}{500} = 0,3$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[0,3 - 1,645\sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{500}}; 0,3 + 1,645\sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{500}} \right] \approx]0,27; 0,33[$$

Exame – 2019, Ép. especial



16. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 200$
- A proporção amostral de colecionares presentes no encontro: $\hat{p} = \frac{45}{200} = 0,225$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores com quatro casas decimais, temos:

$$\left[0,225 - 1,645\sqrt{\frac{0,225(1-0,225)}{200}}; 0,225 + 1,645\sqrt{\frac{0,225(1-0,225)}{200}} \right] \approx]0,1764; 0,2736[$$

Assim, o intervalo de confiança a 90% para a proporção de colecionadores de jogos de tabuleiro presentes no encontro, em percentagem, arredondados às décimas, é:]17,6%; 27,4% [

Exame – 2019, 2.ª Fase

17. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, considerando o valor n para a dimensão da amostra e os valores:

- O desvio padrão amostral: $s \approx 10$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, temos:

$$\left[\bar{x} - 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \right]$$

E assim, a amplitude do intervalo, em função de n , é:

$$\bar{x} + 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} - \left(\bar{x} - 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \right) = \bar{x} + 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} - \bar{x} + 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} = 2 \times 1,645 \times \frac{10}{\sqrt{n}} = \frac{32,9}{\sqrt{n}}$$

Como a amplitude do intervalo de confiança é 0,658, temos que a dimensão da amostra correspondente é a solução da equação

$$\frac{32,9}{\sqrt{n}} = 0,658$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = \frac{32,9}{\sqrt{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o valor de x que verifica a condição anterior, ou seja, a solução da equação, isto é, $x = 2500$

Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para verificar as condições do enunciado é:

$$n = 2500$$

X	Y1
2497	0,65840
2498	0,65826
2499	0,65813
2500	0,658
2501	0,65768
2502	0,65774
2503	0,65761

Exame – 2019, 1.ª Fase



18.

18.1. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 324$
- A proporção amostral das pessoas satisfeitas, arredondado às centésimas: $\hat{p} = \frac{235}{342} \approx 0,73$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores com quatro casas decimais, temos:

$$\left[0,73 - 2,576\sqrt{\frac{0,73(1-0,73)}{324}}; 0,73 + 2,576\sqrt{\frac{0,73(1-0,73)}{324}} \right] \approx]0,6665; 0,7935[$$

Assim, o intervalo de confiança a 99% para a percentagem de pessoas satisfeitas, com os valores dos extremos do intervalo em percentagem, arredondados às unidades, é:] 67% ; 79% [

Desta forma, a equipa não pode afirmar que a festa não foi um êxito, porque 75% do total da população terá ficado satisfeita, uma vez que esta percentagem pertence ao intervalo de confiança construído para a proporção de pessoas satisfeitas.

18.2. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o desvio padrão populacional (σ), sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 324$
- A média amostral: $\bar{x} = 56$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$
- $\bar{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 55$, ou, em alternativa, $\bar{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 57$

Assim, temos:

$$56 + 1,960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{324}} = 57 \Leftrightarrow 1,960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{324}} = 57 - 56 \Leftrightarrow \sigma = \frac{1 \times \sqrt{324}}{1,960} \Rightarrow \sigma \approx 9,18$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2018, Ép. especial

19. Como o valor médio do intervalo de confiança é a média amostral, temos que o valor médio das receitas de bilheteira por sessão (\bar{x}), é:

$$\bar{x} = \frac{4449,691 + 5214,309}{2} = 4832$$

Considerando o extremo superior do intervalo de confiança, temos que: $\bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} = 5214,309$, e como a dimensão da amostra é $n = 50$ e ainda $z = 1,960$ (associado a um nível de confiança de 95%), logo o valor do desvio padrão amostral (s), com arredondamento às unidades, é:

$$4832 + 1,960 \times \frac{s}{\sqrt{50}} = 5214,309 \Leftrightarrow 1,960 \times \frac{s}{\sqrt{50}} = 5214,309 - 4832 \Leftrightarrow s = \frac{382,309 \times \sqrt{50}}{1,960} \Rightarrow s \approx 1379$$

Exame – 2018, 2.^a Fase



20.

20.1. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 100$
- A proporção amostral dos clientes que gastaram mais de 1000 euros: $\hat{p} = \frac{58}{100} = 0,58$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança, para a proporção dos clientes da agência que gastaram, nesse mês, mais de 1000 euros, $\left(\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[0,58 - 1,960\sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{100}}; 0,58 + 1,960\sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{100}} \right] \approx]0,48; 0,68[$$

20.2. De acordo com o Teorema do Limite Central uma amostra de dimensão superior a 30, é bem aproximada por uma distribuição normal com valor médio igual ao da população, e desvio padrão igual $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (sendo σ o desvio padrão da população e o n a dimensão da amostra).

Assim temos que:

$$\frac{a}{\sqrt{100}} = 8 \Leftrightarrow a = 8 \times \sqrt{100} \Leftrightarrow a = 80$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2018, 1.ª Fase

21. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 800$
- A proporção amostral das pessoas recetivas à proposta apresentada, arredondada às centésimas: $\hat{p} = \frac{250}{800} = 0,3125$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores com cinco casas decimais, temos:

$$\left[0,3125 - 1,645\sqrt{\frac{0,3125(1-0,3125)}{800}}; 0,3125 + 1,645\sqrt{\frac{0,3125(1-0,3125)}{800}} \right] \approx]0,28554; 0,33946[$$

Logo, a amplitude do intervalo de confiança a 90%, para estimar a proporção de espectadores interessados em adquirir o passe de ingresso no CineJov, em percentagem, arredondados às unidades, é:

$$33,946 - 28,554 \approx 5\%$$

Exame – 2017, Ép. especial



22. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos números de idas aos cinemas, e noutra lista o número de jovens correspondentes, ou seja, para cada valor a soma dos rapazes e das raparigas:

N.º de idas ao cinema	N.º de jovens
0	32 + 10 = 42
1	46 + 17 = 63
2	63 + 42 = 105
3	106 + 34 = 140
4	60 + 25 = 85
5	43 + 22 = 65

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média de idas ao cinema e o desvio padrão para a amostra dos 500 alunos:

$$\bar{x} \approx 2,72 \text{ e } s \approx 1,44$$

Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 500$
- A média amostral: $\bar{x} \approx 2,72$
- O desvio padrão amostral: $s \approx 1,44$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores às décimas, temos:

$$\left[2,72 - 1,960 \times \frac{1,44}{\sqrt{500}}; 2,72 + 1,960 \times \frac{1,44}{\sqrt{500}} \right] \approx]2,6; 2,8[$$

Exame – 2017, 2.ª Fase

23. Calculando a proporção dos utilizadores do número de utilizadores da diversão aos sábados e domingos, nas duas primeiras semanas de agosto, e arredondando o resultado às centésimas, temos:

$$\hat{p} = \frac{328 + 312 + 344 + 288}{184 + 224 + 232 + 240 + 280 + 328 + 312 + 208 + 200 + 256 + 264 + 280 + 344 + 288} = \frac{1272}{3640} \approx 0,35$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, temos que a amplitude é:

$$\hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção (\hat{p}) e de n ($n = 3640$), e resolvendo a equação, temos:

$$2z \sqrt{\frac{0,35(1-0,35)}{3640}} = 0,0407301 \Leftrightarrow z \times 0,0079057 \approx \frac{0,0407301}{2} \Leftrightarrow z \approx \frac{0,0407301}{2 \times 0,0079057} \Leftrightarrow z \approx 2,576$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 2,576$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é de 99%

Exame – 2017, 1.ª Fase



24. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, considerando o valor n para a dimensão da amostra e os valores:

- A proporção amostral dos trabalhadores com, pelo menos, 75 quilogramas: $\hat{p} \approx 0,15$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, temos:

$$\left[0,15 - 2,576\sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{n}}; 0,15 + 2,576\sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{n}} \right]$$

E assim, a amplitude do intervalo, em função de n , é:

$$\begin{aligned} 0,15 + 2,576\sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{n}} - \left(0,15 - 2,576\sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{n}} \right) &= 2,576\sqrt{\frac{0,1275}{n}} + 2,576\sqrt{\frac{0,1275}{n}} = \\ &= 2 \times 2,576\sqrt{\frac{0,1275}{n}} = 5,152\sqrt{\frac{0,1275}{n}} \end{aligned}$$

Assim, a dimensão mínima da amostra, de modo que o intervalo de confiança, tenha uma amplitude inferior a 0,2, é o menor valor de n que satisfaz a condição seguinte:

$$5,152\sqrt{\frac{0,1275}{n}} < 0,2$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = 5,152\sqrt{\frac{0,1275}{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o menor valor de x que verifica a condição anterior, ou seja, que está associado a um valor numérico da função inferior a 0,2, é $x = 85$

Logo, podemos concluir que a dimensão mínima da amostra, para verificar as condições do enunciado é:

$$n = 85$$

X	Y1
80	0,20568
81	0,20440
82	0,20315
83	0,20193
84	0,20072
85	0,19954
86	0,19837

Exame – 2016, Ép. especial



25. Como a dimensão da amostra recolhida pela Eduarda tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 300$
- A média amostral: $\bar{x} = 3$ horas, ou seja $3 \times 60 = 180$ minutos
- O desvio padrão amostral: $s = 45$ minutos
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores com três casas decimais, temos:

$$\left[180 - 2,576 \times \frac{45}{\sqrt{300}} ; 180 + 2,576 \times \frac{45}{\sqrt{300}} \right] \approx]173,307; 186,693[$$

Assim, como 3 horas e 15 minutos correspondem a $3 \times 60 + 15 = 195$ minutos, podemos verificar que este valor não pertence ao intervalo de confiança para o valor médio do tempo de duração da maratona.

Assim podemos afirmar com 99% de confiança que o tempo médio da duração foi inferior a 3 horas e 15 minutos, ou seja, que a Eduarda tinha razão para duvidar da afirmação do bloguista.

Exame – 2016, 2.^a Fase

26. Como a amostra (pessoas presentes na tenda Chill) tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 840 + 680 = 1520$
- A proporção amostral de mulheres, arredondada com cinco casas decimais: $\hat{p} = \frac{250}{800} = 0,44737$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores com cinco casas decimais, temos:

$$\left[0,44737 - 1,645 \sqrt{\frac{0,44737(1 - 0,44737)}{1520}} ; 0,44737 + 1,645 \sqrt{\frac{0,44737(1 - 0,44737)}{1520}} \right] \approx]0,42639; 0,46835[$$

Logo, o intervalo de confiança a 90%, para a proporção de mulheres presentes, por dia, na tenda Chill, no decurso do festival com os valores dos extremos do intervalo em percentagem, arredondados às unidades, é] 43%; 47% [

Exame – 2016, 1.^a Fase



27. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 220$
- A proporção amostral das viagens com um tempo de voo menor ou igual a 45 minutos: $\hat{p} = \frac{11}{220} = 0,05$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança, para estimar a proporção de viagens com um tempo de voo menor ou igual a 45 minutos, nas ligações Lisboa-Faro

$\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left[0,05 - 1,960\sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{220}}; 0,05 + 1,960\sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{220}} \right] \approx]0,021; 0,079[$$

Exame – 2015, Ép. especial

28. Como a dimensão da amostra dos contratos da PTM tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 40$
- A média amostral: $\bar{x} = 6$ horas
- O desvio padrão amostral: $s = 0,5$ horas
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o atraso médio

$\left(\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores com três casas decimais, temos:

$$\left[6 - 1,960 \times \frac{0,5}{\sqrt{40}}; 6 + 1,960 \times \frac{0,5}{\sqrt{40}} \right] \approx]5,845; 6,155[$$

Assim, a margem de erro do intervalo, ou seja, metade da amplitude do intervalo de confiança, arredondada às milésimas, é:

$$\frac{\bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} - \left(\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}} \right)}{2} \approx \frac{6,155 - 5,845}{2} \approx 0,155$$

Exame – 2015, 2.ª Fase

29. Como a dimensão da amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 200$
- A média amostral: $\bar{x} = 30,2$ horas
- O desvio padrão amostral: $s = 3,4$ horas
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o número médio de horas que

os encartados dedicam à preparação do exame de condução $\left(\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores dos extremos às décimas, temos:

$$\left[30,2 - 1,960 \times \frac{3,4}{\sqrt{200}}; 30,2 + 1,960 \times \frac{3,4}{\sqrt{200}} \right] \approx]29,7; 30,7[$$

Exame – 2015, 1.ª Fase



30. Pretendemos determinar a dimensão da amostra (admitindo que é superior a 30) para um intervalo de confiança, do qual conhecemos:

- A proporção de pacotes de açúcar, de uma caixa de 6 quilogramas que têm 8 ou mais gramas (52%): $\hat{p} = 0,52$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$
- A amplitude do intervalo: 0,20

Assim, como a amplitude do intervalo de confiança $\left(\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \right)$, é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Substituindo os valores conhecidos podemos determinar o valor de n :

$$2(1,960)\sqrt{\frac{0,52(1-0,52)}{n}} = 0,20 \Leftrightarrow 3,92 \times \sqrt{\frac{0,2496}{n}} = 0,20$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = 3,92 \times \sqrt{\frac{0,2496}{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o valor de x a que corresponde o valor mais próximo de 0,20, ou seja, $x = 96$

Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para que a amplitude do intervalo seja aproximadamente 0,20 é:

$$n = 96$$

X	Y1
92	0,2042
93	0,2031
94	0,2020
95	0,2009
96	0,1998
97	0,1986
98	0,1978

Exame – 2014, 2.ª Fase

31. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os dados relativos à amostra de 40 dias, ou seja, os valores

$$0,1,2,2,2,1,3,2,1,1,3,4,1,3,3,0,1,5,4,2,0,4,1,3,4,4,2,4,5,3,3,1,2,4,8,5,0,1,8,4$$

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista obtemos os valores da média e do desvio padrão da amostra:

- $\bar{x} = 2,675$ cafés por dia
- $s \approx 1,9267$ cafés por dia

Como a dimensão da amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo ainda:

- A dimensão da amostra: $n = 40$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança o número médio de cafés bebidos, em cada dia, pelo Manuel $\left(\left[\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores dos extremos às milésimas, temos:

$$\left] 2,675 - 1,960 \times \frac{1,9267}{\sqrt{40}} ; 2,675 + 1,960 \times \frac{1,9267}{\sqrt{40}} \left[\approx]2,078; 3,272[$$

Exame – 2014, 1.ª Fase



32. Como a dimensão da amostra recolhida pelo diretor tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 210$
- A média amostral: $\bar{x} = 1,80$ euros
- O desvio padrão amostral: $s = 1,10$ euros
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores com três casas decimais, temos:

$$\left[1,8 - 2,576 \times \frac{1,1}{\sqrt{210}}; 1,8 + 2,576 \times \frac{1,1}{\sqrt{210}} \right] \approx]1,60; 2,00[$$

Assim, podemos afirmar que não há razão para duvidar do funcionário do bufete, uma vez o valor apontado por ele para o valor médio dos pedidos (1,90 euros) pertence ao intervalo de confiança determinado, ou seja, está compreendido entre 1,60 euros e 2 euros.

Exame – 2013, Ép. especial

33. Como o valor médio do intervalo de confiança é a média amostral, temos que o valor médio de habitantes por ponto de acesso (\bar{x}), é:

$$\bar{x} = \frac{546 + 554}{2} = 550$$

Considerando o extremo superior do intervalo de confiança, temos que: $\bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} = 554$, e como a dimensão da amostra é $n = 200$ e ainda $z = 1,645$ (associado a um nível de confiança de 90%), logo o valor do desvio padrão amostral (s), com arredondamento às unidades, é:

$$550 + 1,645 \times \frac{s}{\sqrt{200}} = 554 \Leftrightarrow 1,645 \times \frac{s}{\sqrt{200}} = 554 - 550 \Leftrightarrow s = \frac{4 \times \sqrt{200}}{1,645} \Rightarrow s \approx 34$$

Exame – 2013, 2.ª Fase

34. Determinando a proporção amostral dos sócios que têm pelos 3 filhos, ou seja, a proporção de sócios que têm 3, 4 ou 5 filhos, temos:

$$\hat{p} = \frac{38 + 38 + 12}{200} = 0,44$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, nomeadamente o limite superior (0,530426), temos que:

$$\hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,530426$$

Assim, substituindo os valores da proporção (\hat{p}) e de n ($n = 200$), e resolvendo a equação, temos que:

$$\begin{aligned} 0,44 + z \times \sqrt{\frac{0,44(1-0,44)}{200}} &= 0,530426 \Leftrightarrow z \times 0,035100 \approx 0,530426 - 0,44 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow z &\approx \frac{0,090426}{0,035100} \Leftrightarrow z \approx 2,576239 \end{aligned}$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 2,576$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é de 99%

Exame – 2013, 1.ª Fase



35. Como o valor médio do intervalo de confiança é a média amostral, temos que o valor médio das alturas dos alunos da amostra (\bar{x}), é:

$$\bar{x} = \frac{160 + 178}{2} = 169 \text{ cm}$$

Assim, como a dimensão da amostra recolhida pela direção tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 40$
- A média amostral: $\bar{x} = 169 \text{ cm}$
- O desvio padrão amostral: $s = 29 \text{ cm}$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \right)$, e arredondando os valores dos extremos às unidades, temos:

$$\left] 169 - 2,576 \times \frac{29}{\sqrt{40}} ; 169 + 2,576 \times \frac{29}{\sqrt{40}} \left[\approx]157; 181[$$

Exame – 2012, 2.ª Fase

36. Pretendemos determinar a dimensão da amostra (admitindo que é superior a 30) para um intervalo de confiança , do qual conhecemos:

- O desvio padrão populacional: $s = 3$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$
- A amplitude do intervalo: 2

Assim, como a amplitude do intervalo de confiança $\left(\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \right)$, é:

$$\bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} - \left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}} \right) = \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} - \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} = 2z \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Substituindo os valores conhecidos podemos determinar o valor de n :

$$2(1,960) \frac{3}{\sqrt{n}} = 2 \Leftrightarrow \frac{11,76}{\sqrt{n}} = 2$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = \frac{11,76}{\sqrt{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o menor valor de x a que corresponde um valor inferior ou igual a 2, ou seja, $x = 35$

Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para que a amplitude do intervalo seja, no máximo, 2 é:

$$n = 35$$

X	Y1
30	2,1471
31	2,1122
32	2,0789
33	2,0472
34	2,0168
35	1,9878
36	1,9600

Exame – 2012, 1.ª Fase



37. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 1000$
- A proporção amostral de habitações com 2 televisores: $\hat{p} = \frac{450}{1000} = 0,45$
- O valor de z para um nível de confiança de 90%: $z = 1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left[0,45 - 1,645\sqrt{\frac{0,45(1-0,45)}{1000}}; 0,45 + 1,645\sqrt{\frac{0,45(1-0,45)}{1000}} \right] \approx]0,424; 0,476[$$

Assim, podemos concluir que, em 2009, o número de habitações em 2009 será superior a 42,4%, com probabilidade de 90%, ou seja, uma proporção maior que 12%, registada em 2001, pelo que não haverá razão para duvidar do aumento da percentagem de habitações portuguesas com 2 televisores, entre 2001 e 2009.

Exame – 2011, 2.^a Fase

38. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 500$
- A proporção amostral dos livros produzidos com defeito: $\hat{p} = \frac{8}{500} = 0,016$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança de 95% $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, para a proporção de livros produzidos com defeito, diariamente, na gráfica SOS-Livros, e arredondando os valores com três casas decimais, temos:

$$\left[0,016 - 1,960\sqrt{\frac{0,016(1-0,016)}{500}}; 0,016 + 1,960\sqrt{\frac{0,016(1-0,016)}{500}} \right] \approx]0,005; 0,027[$$

Exame – 2011, 1.^a Fase

39. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 5000$
- A proporção amostral de dadores de sangue com o grupo sanguíneo O: $\hat{p} = 0,35 + 0,06 = 0,41$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, para a proporção de dadores com o grupo sanguíneo O, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[0,41 - 2,576\sqrt{\frac{0,41(1-0,41)}{5000}}; 0,41 + 2,576\sqrt{\frac{0,41(1-0,41)}{5000}} \right] \approx]0,39; 0,43[$$

Exame – 2010, 2.^a Fase



40. Como a dimensão da amostra das faturas recolhida pelo contabilista tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 500$
- A média amostral: $\bar{x} = 830 \text{ €}$
- O desvio padrão amostral: $s = 220 \text{ €}$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[830 - 2,576 \times \frac{220}{\sqrt{500}}; 830 + 2,576 \times \frac{220}{\sqrt{500}} \right] \approx]804,66; 855,34[$$

Assim, como existem razões para duvidar da afirmação do gerente, porque com probabilidade de 99%, o valor médio das faturas da empresa é superior a 804 €, ou seja, um valor acima do estimado pelo gerente (800 €).

Exame – 2010, 1.ª Fase

41. Como a amostra das mensagens tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 250$
- A proporção amostral das mensagens com 30 caracteres: $\hat{p} = \frac{125}{250} = 0,5$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, para estimar a proporção de mensagens com a extensão de 30 caracteres recebidas no telemóvel pelos alunos da escola da Marta, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[0,5 - 1,960 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{250}}; 0,5 + 1,960 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{250}} \right] \approx]0,44; 0,56[$$

Exame – 2009, 2.ª Fase

42. Como a dimensão da amostra dos agregados familiares de Monte da Azinha tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 50$
- A média amostral: $\bar{x} = 270 \text{ €}$
- O desvio padrão amostral: $s = 100 \text{ €}$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para estimar o valor médio das despesas com a alimentação dos agregados familiares $\left(\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[270 - 1,960 \times \frac{100}{\sqrt{50}}; 270 + 1,960 \times \frac{100}{\sqrt{50}} \right] \approx]242,28; 297,72[$$

Exame – 2009, 1.ª Fase



43. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 4738 - 25 = 4713$
- A proporção amostral dos estudantes do ensino secundário que se identificam como sendo apaixonados pela leitura: $\hat{p} = \frac{221}{4713} \approx 0,0469$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança, para a proporção de estudantes do ensino secundário, do Continente, que se identificam como sendo apaixonados pela leitura

$\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left[0,0469 - 1,960\sqrt{\frac{0,0469(1-0,0469)}{4713}}; 0,0469 + 1,960\sqrt{\frac{0,0469(1-0,0469)}{4713}} \right] \approx]0,041; 0,053[$$

Exame – 2008, 2.ª Fase

44. Como a amostra dos inquiridos tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 300$
- A proporção amostral dos inquiridos que desejam prosseguir estudos: $\hat{p} = \frac{220}{300} \approx 0,7333$
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, para a proporção de jovens dessa região que desejam prosseguir estudos e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left[0,7333 - 2,576\sqrt{\frac{0,7333(1-0,7333)}{300}}; 0,7333 + 2,576\sqrt{\frac{0,7333(1-0,7333)}{300}} \right] \approx]0,668; 0,799[$$

Exame – 2008, 1.ª Fase

45. Como o quadrado do desvio padrão é a variância, podemos determinar o valor do desvio padrão amostral, calculando a raiz quadrada da variância e como a dimensão da amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 100$
- A média amostral: $\bar{x} = 5,5$ cm
- O desvio padrão amostral: $s = \sqrt{0,043} \approx 0,207$ cm
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança para o comprimento médio dos parafusos produzidos pela máquina $\left(\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$, e arredondando os valores dos extremos às centésimas, temos:

$$\left[5,5 - 1,960 \times \frac{0,207}{\sqrt{100}}; 5,5 + 1,960 \times \frac{0,207}{\sqrt{100}} \right] \approx]5,46; 5,54[$$

Exame – 2007, 2.ª Fase



46.

46.1. A especialista tem razão.

Como o inquérito foi feito aos frequentadores que estavam na sala, deixou de fora todos aqueles que não conseguiram entrar após uma, ou mais tentativas, e desistiram.

Se a amostra incluísse todos os jogadores que tentaram aceder ao site, incluindo os que desistiram após uma ou mais tentativas sem sucesso, a percentagem de entradas na primeira tentativa seria menor, porque estes jogadores - que ficaram excluídos da amostra - teriam todos reportado uma tentativa mal sucedida de entrar à primeira tentativa, o que significaria um valor menor para a probabilidade referida daquele que foi encontrado com a amostra escolhida.

46.2. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 50$
- A proporção amostral dos inquiridos que desejam prosseguir estudos: $\hat{p} = \frac{39}{50} = 0,78$
- O valor de z para um nível de confiança de 95%: $z = 1,960$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$, para a proporção de pessoas que, efetivamente, conseguiram entrar à primeira tentativa e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left] 0,78 - 1,960\sqrt{\frac{0,78(1-0,78)}{50}}; 0,78 + 1,960\sqrt{\frac{0,78(1-0,78)}{50}} \right[\approx]0,665; 0,895[$$

Exame – 2007, 1.ª Fase

47.

47.1. Como a diferença entre as estimativas pontuais para a votação dos dois partidos é $41 - 39 = 2\%$, e, por isso inferior à margem de erro (6%), podemos afirmar que, de acordo com a sondagem, os dois partidos estavam em «*empate técnico*».

47.2. Como a margem de erro da sondagem era de 6% e o nível de confiança de 95%, a sondagem previu que com 95% de probabilidade a votação no partido X estaria compreendida entre $39 - 6 = 33\%$ e $39 + 6 = 45\%$.

Da mesma forma a sondagem previu com a mesma probabilidade que a votação no partido Y estaria compreendida entre $41 - 6 = 35\%$ e $41 + 6 = 47\%$.

Assim, o facto do partido X ter saído vencedor é compatível com a previsão da sondagem, porque a previsão da votação nos dois partidos não implicam que o partido X tivesse obtido um valor inferior à votação do partido Y (por exemplo, de acordo com a sondagem, o partido X poderia ter obtido uma votação até 45% e o partido Y uma votação de 35%).

Desta forma não existem motivos para se concluir que a sondagem estava mal feita.



47.3. A margem de erro do intervalo, ou seja, metade da amplitude do intervalo de confiança, é dado por:

$$\frac{\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)}{2} = \frac{\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}{2} =$$

$$= \frac{2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}{2} = z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Como a proporção da amostra, ou seja a estimativa pontual, no caso do partido X é $\hat{p} = 0,39$ e o valor de z para um nível de confiança de 95% é $z = 1,960$, temos que a margem de erro, em função da dimensão da amostra, será de 0,06 (6%), se:

$$1,960\sqrt{\frac{0,39(1-0,39)}{n}} = 0,06$$

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $y = 1,960\sqrt{\frac{0,39(1-0,39)}{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o menor valor de x a que corresponde um valor aproximado de 0,03, ou seja, $x = 35$

Logo, podemos concluir que a dimensão da amostra, para que a margem de erro seja aproximadamente 0,06 é um valor próximo de:

$$n = 254$$

X	Y1
252	0,06022
253	0,06010
254	0,05998
255	0,05987
256	0,05975
257	0,05963
258	0,05952

Ainda recorrendo à tabela, podemos verificar que o valor da margem de erro que correspondente à duplicação da dimensão da amostra, ou seja, $n = 2 \times 254 = 508$, será aproximadamente 4%, pelo que não é verdade que a duplicação da dimensão da amostra implique a redução da margem de erro para metade, ou seja, a afirmação é falsa.

Exame – 2006, 2.^a Fase

48.

48.1. Como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, sabendo:

- A dimensão da amostra: $n = 15\,800$
- A proporção amostral de cidadãos que se avaliaram no nível 1: $\hat{p} = 0,10$ (correspondente a 10%)
- O valor de z para um nível de confiança de 99%: $z = 2,576$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança $\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$, para a proporção de cidadãos da UE, com 15 ou mais anos, que consideram não saber nada (nível 1) sobre as políticas e instituições da UE, e arredondando os valores às milésimas, temos:

$$\left[0,1 - 2,576\sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{15\,800}} ; 0,1 + 2,576\sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{15\,800}} \right] \approx]0,094; 0,106[$$



48.2. A margem de erro do intervalo é metade da amplitude do intervalo de confiança.

Assim, considerando $\hat{p} = 0,5$ e $n = 100$ o intervalo, com um nível de confiança de 95% a que corresponde o valor $z = 1,960$, o intervalo de confiança para a proporção p , é:

$$\left] 0,5 - 1,960\sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{100}} ; 0,5 + 1,960\sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{100}} \left[=]0,402; 0,598[$$

Desta forma, para este intervalo, a margem de erro é: $\frac{0,598 - 0,402}{2} = 0,098$

Mantendo os mesmos valores para \hat{p} e z , e variando a dimensão da amostra, obtemos os seguintes intervalos de confiança e as respetivas margens de erro:

Dimensão da amostra n	Intervalo de confiança $\hat{p} = 0,5$ e $z = 1,960$	Margem de erro
100]0,402; 0,598[0,098
500]0,456; 0,544[0,044
1000]0,469; 0,531[0,031
10 000]0,490; 0,510[0,01

Desta forma, podemos observar que, mantendo a confiança a margem de erro diminui com o aumento da dimensão da amostra.

Exame – 2006, 1.^a Fase

