M.A.C.S. (11.º ano)

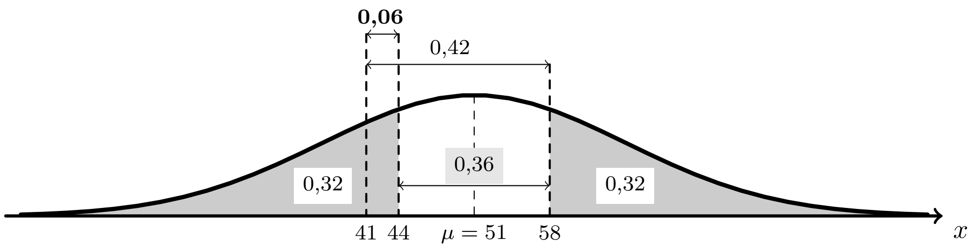
# Probabilidades (distribuição normal)

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução

1. Considerando a variável aleatória $X$ como a idade dos turistas a que preencheram os formulários da amostra, temos que $\mu = 51$.

   Assim, como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, e 44 e 51 são valores equidistantes do valor médio, temos que:

   - $P(X \geq 58) = P(X \leq 44) = 0{,}32$
   - $P(44 \leq X \leq 58) = 1 - P(X \leq 44) - P(X \geq 58) = 1 - 0{,}32 - 0{,}32 = 0{,}36$
   - $P(41 \leq X \leq 44) = P(41 \leq X \leq 44) - P(44 \leq X \leq 58) = 0{,}42 - 0{,}36 = 0{,}06$




   Logo, dos 500 turistas cujos formulários foram analisados, espera-se que tenham uma idade compreendida entre 41 e 44 anos, 6%, ou seja:

$$500 \times 0{,}06 = 30$$

Exame – 2023, 2.ª Fase

2. Considerando a variável aleatória $X$ que define o tempo que cada cliente aguarda até ser atendido na zona de restauração da Festa da Freguesia, como esta segue uma distribuição normal, com $\mu = 15$ minutos e $15 - 8 = 7$ tal como $15 + 8 = 23$, temos que 7 e 23 são valores equidistantes do valor médio.

   Como numa distribuição normal $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$, e neste caso, $P(\mu - 8 < X < \mu + 8) \approx 0{,}9545$, podemos calcular o valor do desvio padrão:

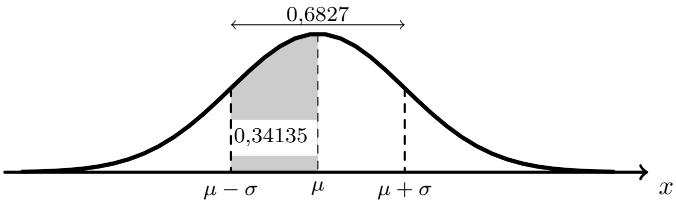
$$2\sigma = 8 \Leftrightarrow \sigma = \frac{8}{2} \Leftrightarrow \sigma = 4$$

   Assim, como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, a probabilidade de um cliente aguardar entre 11 e 15 minutos, é:

$$P(11 < X < 15) = P(12 - 4 < X < 15) =$$

$$= P(\mu - \sigma < X < \mu) = \frac{P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)}{2} \approx$$

$$\approx \frac{0{,}6827}{2} \approx 0{,}34135$$




   Logo, dos 1550 clientes que foram atendidos naquele dia, espera-se que o número dos que devem esperar entre 11 e 15 minutos, seja:

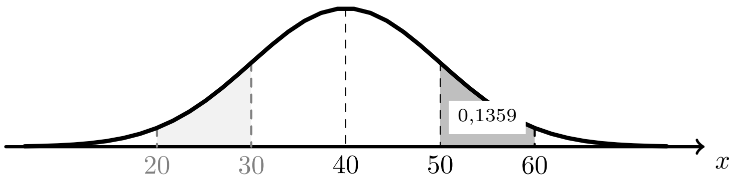
$$1550 \times 0{,}34135 \approx 529$$

Exame – 2023, 1.ª Fase

3. Considerando a variável aleatória $X$ que define o tempo diário, em minutos, durante o qual um ouvinte escolhido ao acaso, acompanha a emissão da rádio OnOfff, e que esta segue uma distribuição normal, com $\mu = 40$ minutos e $\sigma = 10$ minutos, temos que a probabilidade de num dia o ouvinte escolhido ao acaso, acompanhar a emissão da rádio OnOfff entre 50 minutos $(\mu + \sigma)$ e uma hora (60 minutos - $\mu + 2\sigma$), é $P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma)$.

   Assim, temos que:

   - $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(30 < X < 50) \approx 0{,}6827$
   - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(20 < X < 60) \approx 0{,}9545$
   - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) - P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(20 < X < 30) + P(50 < X < 60) \approx 0{,}9545 - 0{,}6827 \approx 0{,}2718$
   - $P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(50 < X < 60) \approx \frac{0{,}2718}{2} \approx 0{,}1359$




   (Alternativamente podemos usar o comando da calculadora gráfica para avaliar as probabilidades associadas à função de distribuição cumulativa da normal (NormalCdf ou NormCD), com um valor mínimo de 50 e valor máximo de 60, $\mu = 40$ e $\sigma = 10$ para obter o valor seguinte).

   Logo, a probabilidade solicitada, na forma de dízima, arredondado às milésimas, é:

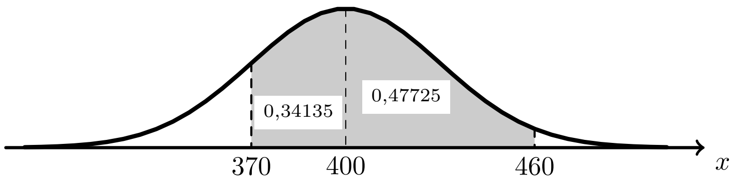
$$P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(40 + 10 < X < 40 + 2 \times 10) \approx 0{,}136$$

Exame – 2021, Ép. especial

4. Como a variável aleatória $X$ que define a distância, em metros, que esses associados têm de percorrer da sua casa até ao ecoponto mais próximo segue uma distribuição normal, com $\mu = 400$ metros e $\sigma = 30$ metros, temos que a probabilidade de esse associado, para ir da sua casa ao ecoponto, ter de percorrer uma distância entre 370 $(400 - 30)$ metros e 460 $(400 + 2 \times 30)$ metros, é $P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma)$.

   Assim, temos que:

   - $P\left(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma\right) = P\left(370 < X < 430\right) \approx 0{,}6827$
   - $P\left(\mu - \sigma < X < \sigma\right) = P\left(370 < X < 400\right) \approx \dfrac{0{,}6827}{2} \approx 0{,}34135$
   - $P\left(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma\right) = P\left(340 < X < 460\right) \approx 0{,}9545$
   - $P\left(\mu < X < \mu + 2\sigma\right) = P\left(400 < X < 460\right) \approx \dfrac{0{,}9545}{2} \approx 0{,}47725$




   (Alternativamente podemos usar o comando da calculadora gráfica para avaliar as probabilidades associadas à função de distribuição cumulativa da normal (NormalCdf ou NormCD), com um valor mínimo de 370 e valor máximo de 4600, $\mu = 400$ e $\sigma = 30$ para obter o valor seguinte).

   Logo, a probabilidade solicitada, é:

$$P\left(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma\right) = P\left(400 - 30 < X < 400 + 2 \times 30\right) \approx 0{,}47725 + 0{,}34135 \approx 0{,}8186$$

Exame – 2020, Ép. especial

5. Usando o comando da calculadora gráfica para avaliar as probabilidades associadas à função de distribuição cumulativa da normal (NormalCdf ou NormCD), com um valor mínimo de 0 e valor máximo de 43, em cada uma das opções, temos:

   - Para $\mu = 36; \sigma = 3$, $P(0 < X < 43) \approx 0{,}99$
   - Para $\mu = 39; \sigma = 3$, $P(0 < X < 43) \approx 0{,}91$
   - Para $\mu = 36; \sigma = 7$, $P(0 < X < 43) \approx 0{,}84$
   - Para $\mu = 39; \sigma = 7$, $P(0 < X < 43) \approx 0{,}72$

   Ou seja, no contexto da situação descrita, designando por $X$ a variável ≪duração, em minutos, da viagem de comboio entre as estações E1 e E2≫, com valor médio 39 e desvio padrão 7, então, temos que $P(X < 43) \approx 0{,}72$

   Resposta: **Opção D**

Exame – 2020, 2.ª Fase

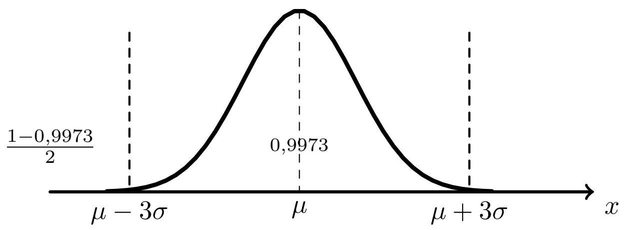
6. Como o consumo de bebidas segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 1,5 litros e desvio padrão 0,4 litros, temos que o valor de 0,3 litros de bebida corresponde a $1{,}5 - 3 \times 0{,}4$ litros, ou seja, $\mu - 3\sigma$

   Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973 \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 3\sigma) = P(X > \mu + 3\sigma)$$

   Logo, considerando a variável aleatória $X$: Consumo de bebida das pessoas presentes no festival, temos que a probabilidade de uma pessoa ter consumido menos de 0,3 litros de bebida, é:

$$P(X < \mu - 3\sigma) \approx \frac{1 - 0{,}9973}{2} \approx 0{,}00135$$




   Como o número de pessoas que estiveram presentes durante os vários dias do festival foi 60 000, o número esperado de pessoas que tenham consumido no máximo 0,3 litros de bebida, é:

$$0{,}00135 \times 60\,000 = 81$$

Exame – 2020, 1.ª Fase

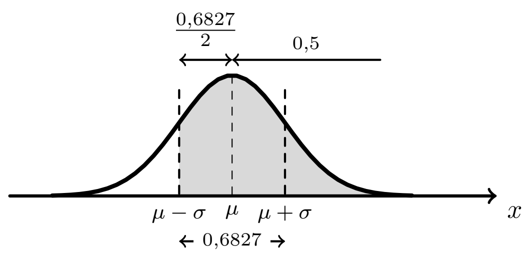
7. Considerando a variável $X$: Tempo de estacionamento dos automóveis nos parques do CCF, temos que $\mu = 2{,}5$ horas e $\sigma = 30$ min $= 0{,}5$ horas.

   Um período de tempo de 2 horas corresponde a $\mu - \sigma$, isto é, $2{,}5 - 0{,}5$ horas, pelo que a probabilidade de um automóvel estacionado durante um período de tempo superior a 2 horas, é:

$$P(X > 2) = P(X > \mu-\sigma) = P(\mu-\sigma < X < \mu)+P(X > \mu)$$

   Como a distribução normal é simétrica relativamente ao valor médio, temos que $P(X > \mu) = 0{,}5$ e ainda que $P(\mu - \sigma < X < \mu) = \dfrac{P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)}{2}$, logo:

$$P(X > 2) \approx \frac{0{,}6827}{2} + 0{,}5 \approx 0{,}84135$$




   Assim, dos 20 000 clientes que estacionam o seu automóvel nos parques de estacionamento do CCF, é esperado que uma proporção de 0,84135 tenham estacionado o automóvel por um período superior a 2 horas, ou seja:

$$20\,000 \times 0{,}84135 = 16827 \text{ clientes}$$

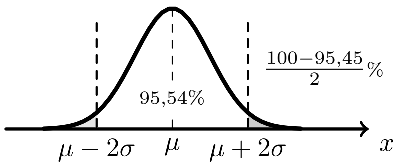
Exame – 2019, 2.ª Fase

8. Temos que a idade de um sócio ser 45 anos, ou seja, $35 + 2 \times 5$ anos, corresponde $\mu + 2\sigma$

   Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95{,}45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

   Logo, considerando a variável aleatória $X$: Idade do sócio, temos que a probabilidade de um sócio ter idade superior a 45 anos, na forma de percentagem, com arredondamento às décimas, é:




$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95{,}45}{2} \approx 2{,}3\%$$

   Resposta: **Opção B**

Exame – 2019, 2.ª Fase

9. De acordo com a tabela, e considerando a variável aleatória $X$:≪tempo gasto por cada aluno no percurso de casa à escola≫, temos que:

$$P(X < 30) = 65\%$$

   Como a variável aleatória é bem modela por uma distribuição normal, podemos assumir que $P(X < \mu) \approx 50\%$, pelo que $\mu < 30$ (o que não é compatível com as opções (C) e (D)).

   Da mesma forma, podemos assumir que $P(X < \mu + \sigma) \approx 50 + \frac{68}{2} \approx 84\%$, pelo que $\mu + \sigma > 30$. Assim, temos que $\mu < 30 < \mu + \sigma$, e, de entre as opções apresentadas, a única compatível com esta conclusão é a opção (B).

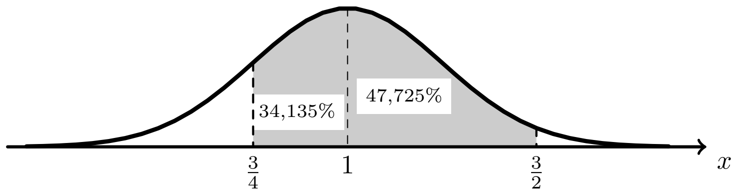
   Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, 2.ª Fase

10.

10.1. Como o índice de cada estabelecimento comercial é uma variável aleatória $X$, que segue uma distribuição normal, com $\mu = 1$ e $\sigma = 0{,}25 = \frac{1}{4}$, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P\left(1 - \frac{1}{4} < X < 1 + \frac{1}{4}\right) = P\left(\frac{3}{4} < X < \frac{5}{4}\right) \approx 68{,}27\%$
- $P(\mu - \sigma < X < \mu) = P\left(\frac{3}{4} < X < 1\right) \approx \frac{68{,}27}{2} \approx 34{,}135\%$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P\left(1 - \frac{1}{2} < X < 1 + \frac{1}{2}\right) = P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right) \approx 95{,}45\%$
- $P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = P\left(1 < X < \frac{3}{2}\right) \approx \frac{95{,}45}{2} \approx 47{,}725\%$




Logo, temos que a probabilidade, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, do índice de um estabelecimento pertencer ao intervalo $\left]\frac{3}{4}; \frac{3}{2}\right[$, é:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma) = P\left(\frac{3}{4} < X < \frac{3}{2}\right) \approx 34{,}135 + 47{,}725 \approx 81{,}86\%$$

10.2. Como a probabilidade de um estabelecimento apresentar um índice pertencente ao intervalo $\left]1; \frac{3}{2}\right[$ é:

$$P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = P\left(1 < X < \frac{3}{2}\right) \approx \frac{95{,}45}{2} \approx 47{,}725\%$$

Logo a probabilidade do estabelecimento apresentar um índice que não pertence ao intervalo é:

$$1 - P(\mu < X < \mu + 2\sigma) \approx 100 - 47{,}725 \approx 52{,}275\%$$

Assim a probabilidade de apenas dois dos três estabelecimentos apresentarem índices pertencentes ao intervalo $\left]1; \frac{3}{2}\right[$, é:

$$\overbrace{0{,}47725 \times 0{,}47725 \times 0{,}52275}^{\text{apenas o 1.º e 2.º}} + \overbrace{0{,}47725 \times 0{,}52275 \times 0{,}47725}^{\text{apenas o 1.º e o 3.º}} + \overbrace{0{,}52275 \times 0{,}47725 \times 0{,}47725}^{\text{apenas o 2.º e o 3.º}} =$$

$$= 3 \times 0{,}47725 \times 0{,}47725 \times 0{,}52275 \approx 0{,}35720$$

Ou seja, a probabilidade, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas é 35,72%.

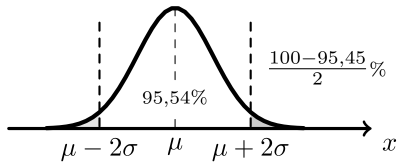
Exame – 2015, Ép. especial

11. Considerando a variável $X$: Gastos diários de cada veículo em portagens, temos que:

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95{,}45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

E assim, vem que:

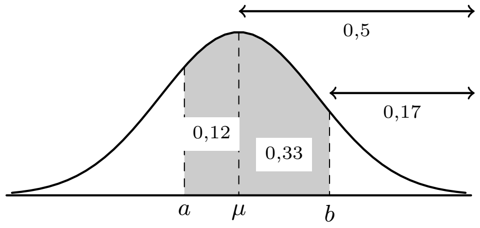
$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95{,}45}{2} \approx 2{,}275\%$$




Ou seja, a probabilidade de, nesse dia, o gasto em portagens ser superior a $\mu + 2\sigma$ euros, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é 2,28%

Exame – 2015, 2.ª Fase

12. Como a variável aleatória $X$ segue uma distribuição normal de valor médio igual a $\mu$, então $P(X > \mu) = 0{,}5$, e como $P(X > b) = 0{,}17$, temos que:




$$P(\mu < X < b) = 0{,}5 - 0{,}17 = 0{,}33$$

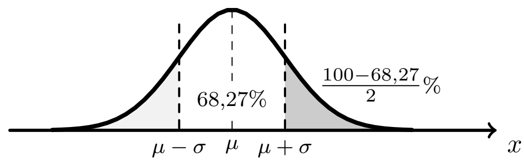
E assim, como $P(a < X < \mu) = 0{,}12$, vem que:

$$P(a < X < b) = P(a < X < \mu) + P(\mu < X < b) = 0{,}12 + 0{,}33 = 0{,}45$$

Exame – 2014, 2.ª Fase

13. Como 42% da capacidade do depósito são $2000 \times 0{,}42 = 840$ litros, podemos verificar que o alarme dispara sempre que a quantidade de GPL no depósito é inferior a $800 + 40 = \mu + \sigma$

Assim, a probabilidade de o alarme, numa semana escolhida ao acaso, não ser acionado o alarme, corresponde à probabilidade da quantidade de combustível ser superior a 840 litros, ou seja, considerando a variável aleatória $X$: quantidade de GPL no depósito, temos:




$$P(X > 840) = P(X > \mu + \sigma) \approx \frac{100 - 68{,}27}{2} \approx 15{,}87\%$$

Exame – 2014, 1.ª Fase

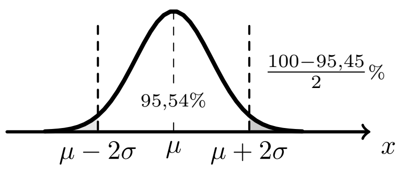
14.

14.1. O André chega atrasado se chegar depois das 8 h 30 min, ou seja a uma duração da viagem superior a 29 minutos, ou seja, $21 + 2 \times 4$ minutos, a que corresponde $\mu + 2\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95{,}45\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória $X$: Duração da viagem, temos que a probabilidade de o André chegar atrasado, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é:



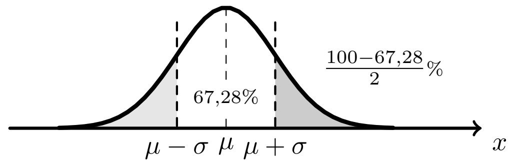

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{100 - 95{,}45}{2} \approx 2{,}28\%$$

14.2. A probabilidade de haver um engarrafamento, ou seja, de que a viagem dure mais de 25 minutos corresponde a uma duração superior a $\mu+\sigma$, ou seja $21+4$ min e sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu-\sigma < X < \mu+\sigma) \approx 68{,}27\% \quad \text{e} \quad P(X < \mu-\sigma) = P(X > \mu+\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória $X$ anteriormente definida, temos que a probabilidade de haver um engarrafamento, é:

$$P(X > \mu+\sigma) \approx \frac{100-68{,}27}{2} \approx 15{,}865\%$$




Assim, a probabilidade de o pai do André fazer o percurso alternativo é 15,865% e a de não fazer é $100-15{,}865 = 84{,}135\%$. Logo o valor aproximado para a probabilidade de, em três dias, exatamente dois dias reunirem as condições em que o pai do André faz o percurso alternativo, é:

$$\overbrace{0{,}15865\times 0{,}15865\times 0{,}84135}^{\text{No 1.º e 2.º dias}} + \overbrace{0{,}15865\times 0{,}84135\times 0{,}15865}^{\text{No 1.º e 3.º dias}} + \overbrace{0{,}84135\times 0{,}15865\times 0{,}15865}^{\text{No 2.º e 3.º dias}} =$$

$$= 3\times 0{,}84135\times 0{,}15865\times 0{,}15865 \approx 0{,}06353$$

Ou seja, a probabilidade solicitada, na forma de percentagem, com arredondamento às unidades é 6%

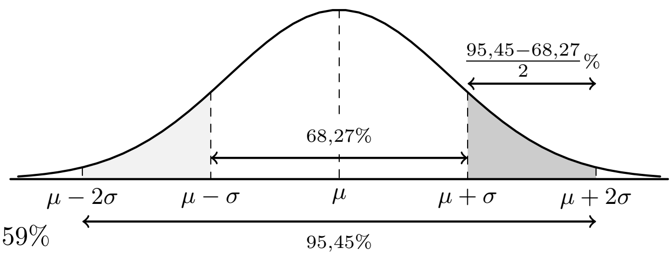
Exame – 2013, 2.ª Fase

15. Considerando a variável $X$: Classificação de um aluno no exame da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, temos, de acordo com o enunciado, que:

$$P(14{,}1 < X < 18{,}2) = P(10+4{,}1 < X < 10+2\times 4{,}1) = P(\mu+\sigma < X < \mu+2\sigma)$$

Logo, a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, ter uma classificação no exame da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais entre os 14,1 valores e os 18,2 valores, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas é:

$$P(\mu+\sigma < X < \mu+2\sigma) \approx \frac{95{,}45-68{,}27}{2} \approx 13{,}59\%$$




Exame – 2012, 2.ª Fase

16. Observando a mancha de histograma de cada opção podemos verificar que os respetivos valores médios são:

- Opção I: $\mu \approx 16$
- Opção II: $\mu \approx 10$
- Opção III: $\mu \approx 8$

Assim, como a classificação média dos alunos da escola B na disciplina de Francês é cerca de duas vezes superior à classificação média dos alunos da escola A na disciplina de Francês, a escola B corresponde à opção I ($\mu \approx 16$) e a escola A corresponde à opção III ($\mu \approx 8$).
E assim, a escola restante (C) será a opção restante (II).

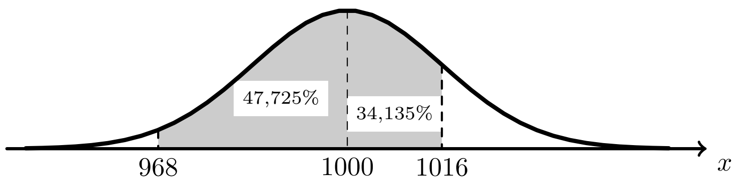
Podemos verificar que esta associação é compatível com a informação de que as classificações dos alunos da escola C (Opção II: $\mu \approx 10$) na disciplina de Francês são dois valores superiores às classificações dos alunos da escola A (Opção III: $\mu \approx 8$) na disciplina de Francês.

Exame – 2012, 1.ª Fase

17. Como a variável aleatória $X$ segue, aproximadamente, uma distribuição normal com $\mu = 1000$ quilogramas e $\sigma = 16$ quilogramas, temos que a probabilidade de a saca escolhida apresentar uma massa compreendida entre 968 $(1000 - 2 \times 16)$ quilogramas e 1016 $(1000 + 16)$ quilogramas é: $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma)$.

    Assim, temos que:

    - $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(984 < X < 1016) \approx 68{,}27\%$
    - $P(\mu < X < \mu + \sigma) = P(1000 < X < 1016) \approx \dfrac{68{,}27}{2} \approx 34{,}135\%$
    - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(968 < X < 1032) \approx 95{,}45\%$
    - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu) = P(968 < X < 1000) \approx \dfrac{95{,}45}{2} \approx 47{,}725\%$




    Logo, temos que a probabilidade de a saca escolhida apresentar uma massa compreendida entre 968 quilogramas e 1016 quilogramas, na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, é:

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma) = P(1000 - 2 \times 16 < X < 1000 + 16) \approx 47{,}725 + 34{,}135 \approx 81{,}86\%$$

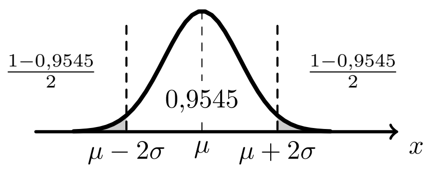
Exame – 2012, 1.ª Fase

**ITENS SELECIONADOS DE EXAMES E TESTES INTERMÉDIOS DE MATEMÁTICA A**

18. Como $\mu = 5$ e $sigma = \dfrac{1}{2}$, então $P(X > 6) = P(X > 5 + 2 \times \dfrac{1}{2}) = P(X > \mu + 2\sigma)$

    Assim, temos que $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$ e como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X > 6) = P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{1 - 0{,}9545}{2} \approx 0{,}023$$




    Resposta: **Opção C**

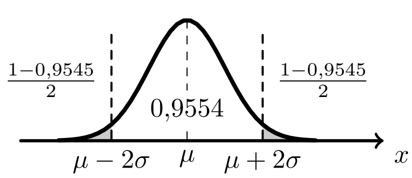
Exame – 2019, 1.ª Fase

19. Como $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$, logo como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X < \mu - 2\sigma) \approx \frac{1 - 0{,}9545}{2}$$

    E assim, vem que:

$$P(X > \mu - 2\sigma) = 1 - P(X < \mu - 2\sigma) \approx 1 - \frac{1 - 0{,}9545}{2} \approx 0{,}977$$



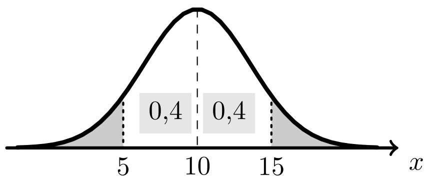

    Resposta: **Opção C**

Exame – 2018, 2.ª Fase

20. Como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio (10), temos que:

$$P(\mu < X < \mu + k) = P(\mu - k < X < \mu)$$

e assim:




- $P(5 < X < 10) = P(10 < X < 15) = 0{,}4$
- $P(5 < X < 15) = P(5 < X < 10) + P(10 < X < 15) = = 0{,}4 + 0{,}4 = 0{,}8$
- $P(X < 5 \vee X > 15) = 1 - P(5 < X < 15) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

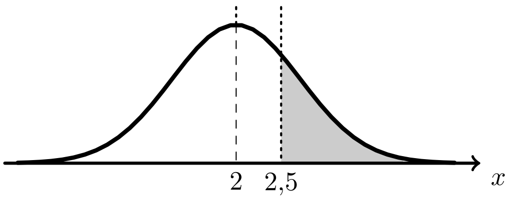
Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, Ép. especial

21. Atendendo a que a variável aleatória $X$ segue uma distribuição normal, com $\mu = 2$ e $\sigma = 0{,}5$, temos que:

- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(1{,}5 < X < 2{,}5) \approx 0{,}6827$
- $P(X > \mu + \sigma) = P(X > 2{,}5) =$

$$= \frac{1 - P(1{,}5 < X < 2{,}5)}{2} \approx \frac{1 - 0{,}6827}{2} \approx 0{,}16$$




Resposta: **Opção D**

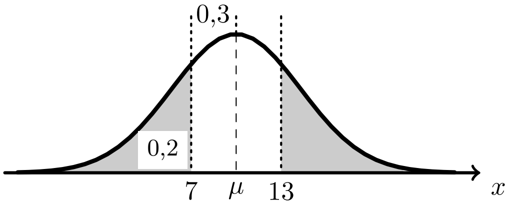
Exame – 2016, Ép. especial

22. Atendendo às características da distribuição normal, temos que:

- $P(X < 10) = 0{,}5$
- $P(X < 7) = P(X < 10) - P(7 < X < 10) =$
  $= 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2$

Logo como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio e como 7 e 13 são valores equidistantes da média ($10 - 7 = 3$ e $13 - 10 = 3$), temos que:

$$P(X > 13) = P(X < 7) = 0{,}2$$

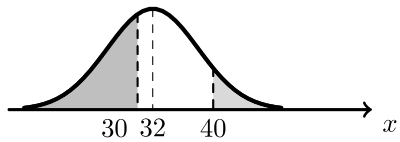



Resposta: **Opção B**

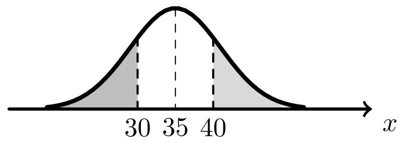
Exame – 2016, 1.ª Fase

23. Analisando as hipóteses de respostas, temos:

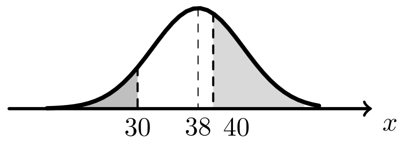
- Se $\mu = 32$, $P(X < 30) > P(X > 40)$ porque, como 30 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X > 30)$ é maior.



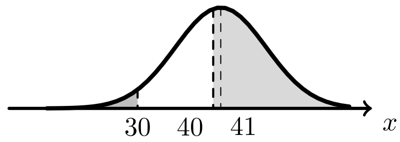

- Se $\mu = 35$, $P(X < 30) = P(X > 40)$ porque os dois valores são equidistantes da média e a distribuição é simétrica.




- Se $\mu = 38$, $P(X < 30) < P(X > 40)$ porque, como 40 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X > 40)$ é maior.



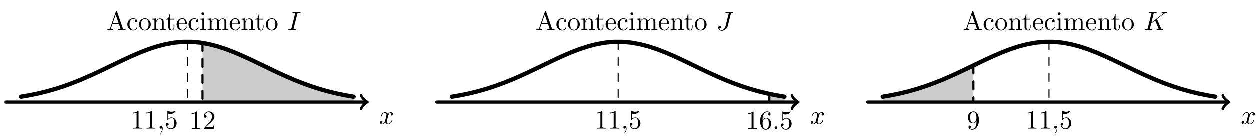

- Se $\mu = 41$, $P(X < 30) < P(X > 40)$ porque, $P(X > 40) > 0{,}5$ e $P(X < 30) < 0{,}5$




Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12.º ano – 29.11.2013

24. Esboçando a representação da representação geométrica das probabilidades dos três acontecimentos, vem:




Assim podemos afirmar que o acontecimento $I$ é o mais provável e o acontecimento $J$, o menos provável, pelo que:

$$P(J) < P(K) < P(I)$$

Resposta: **Opção A**

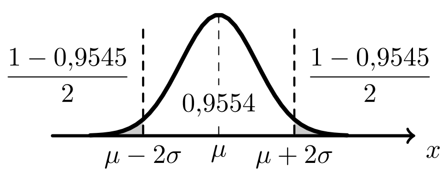
Exame – 2013, Ép. especial

25. Como $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$, logo como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{1 - 0{,}9545}{2} = 0{,}02275$$

Assim, $\mu + 2\sigma = 23$, e como $\mu = 11$, vem:

$$11 + 2\sigma = 23 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma = \frac{23 - 11}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \sigma = \frac{12}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \sigma = 6$$




Resposta: **Opção C**

Exame – 2013, 1.ª Fase

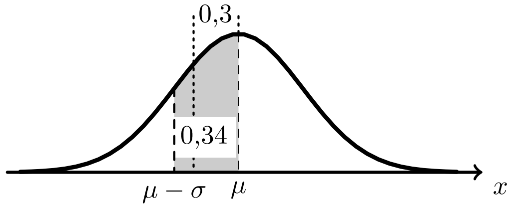
26. Como a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, temos que:

    Como $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$, então $P(\mu - \sigma < X < \mu) \approx 0{,}34135$

    Assim, como $P(4{,}7 < X < 5) = 0{,}3$, e $0{,}3 < 0{,}34135$ temos que:

    $$4{,}7 > 5 - \sigma \quad \Leftrightarrow \quad \sigma > 5 - 4{,}7 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma > 0{,}3$$

    Logo a única opção compatível com esta restrição é o valor 0,4




    Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

27. Como a variável $X$ segue uma distribuição normal com $\mu = 6$, temos que:

    - $P(B) = P(X > 6) = P(X > \mu) = 0{,}5$

    - $P(X < 7) = 1 - P(X > 7) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$ e $P(X < 6) = P(X > 6) = 0{,}5$

      Logo $P(A \cap B) = P(6 < X < 7) = P(X < 7) - P(X < 6) = 0{,}9 - 0{,}5 = 0{,}4$

    Assim, recorrendo à fórmula da probabilidade condiciona, temos que:

    $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}4}{0{,}5} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{5}{10}} = \frac{4}{5}$$

    Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12.º ano – 13.03.2012

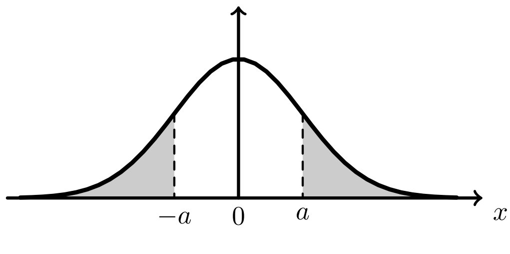
28. Como $a \in \mathbb{R}^+$, e a variável $X$ segue uma distribuição normal, com $\mu = 0$, sabemos que a distribuição é simétrica relativamente à reta $x = 0$.
    Assim, como $P(X \geq 0) = P(X \leq 0) = 0{,}5$, temos que:

    - Como $a > 0$, então $P(X \geq a) < 0{,}5$, logo $P(X \leq -a) < 0{,}5$
    - $P(X \leq a) = 1 - P(X \geq a)$, pelo que, $P(X \leq a) > 0{,}5$ e também $P(X \geq -a) > 0{,}5$

    Desta forma podemos afirmar que:

    - $P(X \leq a) + P(X \geq -a) > 0$
    - $P(X \leq a) + P(X \geq -a) < 1$
    - $P(X \leq a) > P(X \geq a)$

    Como a distribuição é simétrica e $a$ e $-a$ são valores equidistantes do valor médio, temos que $P(X \leq a) = P(X \geq -a)$




    Resposta: **Opção B**

Exame – 2011, 2.ª Fase

29. Como a variável $X$ segue uma distribuição normal, com $\mu = 80$, temos que:
$P(X < 80) = 0{,}5$, logo, como $P(76 < X < 80) = 0{,}4$, temos que

$$P(76 < X < 80) = P(X < 80) - P(X < 76) \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}4 = 0{,}5 - P(X < 76) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad P(X < 76) = 0{,}5 - 0{,}4 \quad \Leftrightarrow \quad P(X < 76) = 0{,}1$$

Como a distibuição é simétrica relativamente ao valor médio, temos que $P(X < 76) = P(X > a)$ e $\mu - 76 = 80 - 76 = 4$, logo,

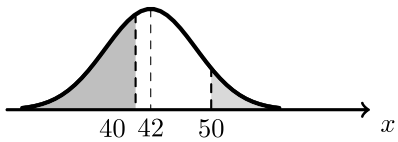
$$a = \mu + 4 \quad \Leftrightarrow \quad a = 80 + 4 \quad \Leftrightarrow \quad a = 84$$

Resposta: **Opção C**

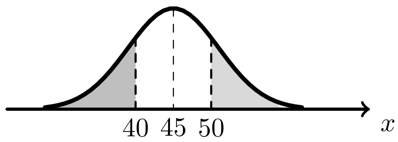
Teste Intermédio 12.º ano – 19.01.2011

30. Analisando as hipóteses de respostas, temos:

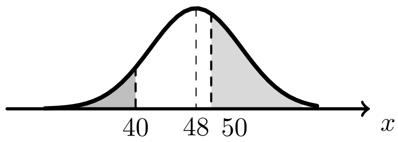
- Se $\mu = 42$, $P(X > 50) < P(X < 40)$ porque, como 40 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X < 40)$ é maior.



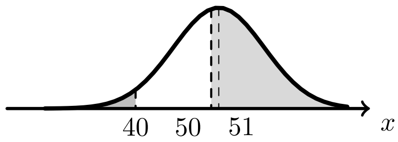

- Se $\mu = 45$, $P(X < 50) = P(X > 40)$ porque os dois valores são equidistantes da média e a distribuição é simétrica.




- Se $\mu = 48$, $P(X < 50) > P(X > 40)$ porque, como 50 está mais próximo do valor médio, e nenhuma das probabilidades excede 0,5, a probabilidade correspondente a $P(X > 50)$ é maior.




- Se $\mu = 51$, $P(X < 50) > P(X > 40)$ porque, $P(X > 50) > 0{,}5$ e $P(X < 40) < 0{,}5$




Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12.º ano – 04.12.2009

31. Como a variável $X$ segue uma distribuição normal, com $\mu = 5$, temos que:
$P(X \geq 5) = 0{,}5$, logo, como $P(5 \leq X \leq 6) = 0{,}4$, temos que

$$P(5 \leq X \leq 6) = P(X \geq 5) - P(X \geq 6) \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}4 = 0{,}5 - P(X \geq 6) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad P(X \geq 6) = 0{,}5 - 0{,}4 \quad \Leftrightarrow \quad P(X \geq 6) = 0{,}1$$

Como a distribuição é simétrica relativamente ao valor médio, temos que $P(X \geq 6) = P(X \leq 4)$ logo $P(X \leq 4) = 0{,}1$, e desta forma,

- Como $P(X \leq 4) = 0{,}1$ então $P(X \geq 4) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$, pelo que
$P(X \geq 2) \geq P(X \geq 4) \quad \Leftrightarrow \quad P(X \geq 2) \geq 0{,}9$
- $P(4 \leq X \leq 5) = P(5 \leq X \leq 6) = 0{,}4$
- $P(4 \leq X \leq 6) = P(4 \leq X \leq 5) + P(5 \leq X \leq 6) = 0{,}4 + 0{,}4 = 0{,}8$
- $P(X \leq 4) = P(X \geq 6)$ logo $P(X \leq 4) = 0{,}1$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2009, Ép. especial

32. Como a variável aleatória $X$ segue uma distribuição normal, com $\mu = 9$, temos que:
$P(9 - 3\sigma < X < 9 + 3\sigma) = 99{,}73\%$

Como $P(8{,}7 < X < 9{,}3) = 99{,}73\%$, temos que $9 - 3\sigma = 8{,}7$ e $9 + 3\sigma = 9{,}3$

Assim, vem que: $9 - 3\sigma = 8{,}7 \quad \Leftrightarrow \quad 9 - 8{,}7 = 3\sigma \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}3 = 3\sigma \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}1 = \sigma$

(Ou, em alternativa: $9 + 3\sigma = 9{,}3 \quad \Leftrightarrow \quad 3\sigma = 9{,}3 - 9 \quad \Leftrightarrow \quad 3\sigma = 0{,}3 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma = 0{,}1$)

Resposta: **Opção A**

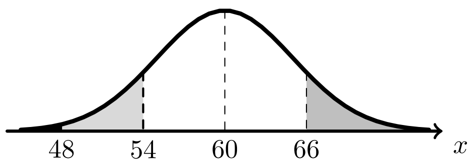
Teste Intermédio 12.º ano – 10.12.2008

33. Como a variável aleatória $X$ segue uma distribuição normal, temos que,
$P(X < \mu - k) = P(X > \mu + k)$ , $k \in \mathbb{R}^+$, e como $\mu = 60$ e $\sigma = 5$, vem:

- $P(X > 66) = P(X > 60 + 6) = P(X < 60 - 6) = P(X < 54)$
- Como $48 < 54 < \mu$, temos que
  $P(X < 48) < P(X < 54)$

Assim, como $P(A) = P(X < 54)$, e $P(B) = P(X < 48)$, temos

$$P(B) < P(A)$$




Resposta: **Opção C**

Exame – 2008, 1.ª Fase

34. Como a variável aleatória $X$ segue uma distribuição normal, e $\mu = 2$ temos que:

- $P(X > 1) = P(1 < X < 2) + P(X > 2) > 50\%$
- $P(X > 1{,}5) = P(1{,}5 < X < 2) + P(X > 2) > 50\%$
- $P(X > 2) = 50\%$
- $P(X > 2{,}5) = P(X > 2) - P(2 < X < 2{,}5) < 50\%$

Logo, de entre os valores de $a$ apresentados nas opções, 2,5 é o único compatível com $P(X > a) = 15\%$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12º ano – 17.01.2008

35. Como a variável aleatória $X$ segue uma distribuição normal, e $\mu = 140$,
temos que $P(X \leq 140) = P(X \geq 140) = 50\%$, logo

- $P(140 \leq X \leq 170) = P(X \geq 140) - P(X \geq 170)$, logo $P(140 \leq X \leq 170) < 50\%$
- $P(120 \leq X \leq 140) = P(X \leq 140) - P(X \leq 120)$, logo $P(120 \leq X \leq 140) < 50\%$
- $P(130 \leq X \leq 150) = 1 - P(X \leq 130) - P(X \geq 150)$
- $P(150 \leq X \leq 180) = P(X \geq 150) - P(X \geq 180)$, logo $P(150 \leq X \leq 180) < 50\%$

Assim, de entre os pares de valores de $a$ e de $b$ apresentados nas opções, $a = 130$ e $b = 150$ é o único par compatível com $P(a \leq X \leq b) = 60\%$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2006

36. Como a variável $X$ segue uma distribuição normal de valor médio 40, temos que: $P(X > 45) = P(X < 35)$. Assim:

- Como $P(X > 45) = 0{,}2$ temos que $P(X < 35) = 0{,}2$
- Como $P(X < 40) = 0{,}5$

Logo, $P(35 < X < 40) = P(X < 40) - P(X < 35) = 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}3$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005

37. Como as duas distribuições são simétricas relativamente à mesma reta, e a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, temos que os valores médios das duas distribuições são iguais, ou seja, $a = c$

Como a distribuição $N(a,b)$ apresenta observações próximas do valor médio com maior probabilidade associada, verificamos que as observações estão mais concentradas, ou seja a dispersão é comparativamente menor.
Da mesma forma, como a distribuição $N(c,d)$ apresenta observações mais afastadas do valor médio com maior probabilidade associada, podemos afirmar que as observações estão mais dispersas, ou seja, com dispersão comparativamente maior.
Logo, $d > b \quad \Leftrightarrow \quad b < d$

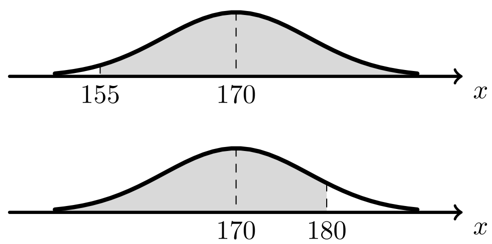
Resposta: **Opção B**

Exame – 2002, 1.ª Fase – 2.ª chamada

38. Considerando $X$ a variável aleatória, com valor médio $\mu = 170$, temos que:

- $P(X > 180) < 0{,}5$
- $P(X < 180) > 0{,}5$
- $P(X > 155) > 0{,}5$
- $P(X < 155) < 0{,}5$

Como $|\mu - 155| > |\mu - 180|$, ou seja, o valor 155 está mais afastado do valor médio, temos que $P(X > 155) > P(X < 180)$.




Resposta: **Opção C**

Prova modelo – 2001