Funções (10.º ano)

Gráficos e outras noções elementares

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. De entre as opções apresentadas, a única que representa o gráfico de uma função com um mínimo em $x = 0$ é a opção (C), porque nas restantes opções existem valores de a, pertencentes ao domínio da função, tais que $f(a) > f(0)$

   Resposta: **Opção C**

Exame – 2022, 2.ª fase

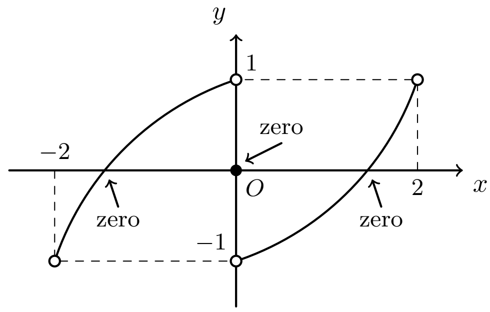
2. Como o raio da base da calote esférica é igual a $\frac{3}{5}$ do raio da Terra, ou seja, $r = \frac{3R}{5}$, então a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite é:

$$50\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{\frac{3R}{5}}{R}\right)^2}\right) = 50\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{3R}{5R}\right)^2}\right) = 50\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}\right) = 10\%$$

   Resposta: **Opção C**

Exame – 2020, 2.ª fase

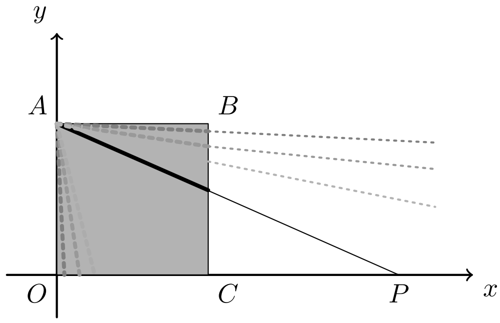
3. Observando o gráfico apresentado, podemos verificar que:
   - Tem três zeros.
   - Como o contradomínio da função é $]-1,1[$ então f não tem máximos nem mínimos.
   - A função não é par, porque, por exemplo, $f(-1) > 0$ e $f(1) < 0$, logo, $f(-1) \neq f(1)$



   Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012

4. Observando a figura podemos verificar que para valores de x próximos de zero, ou seja, quando a posição do ponto P é próxima da origem, o comprimento do segmento é ligeiramente superior ao comprimento $\overline{OA}$, ou seja, diferente de zero, pelo que os gráficos das opções (A) e (C) não são o gráfico da função f.



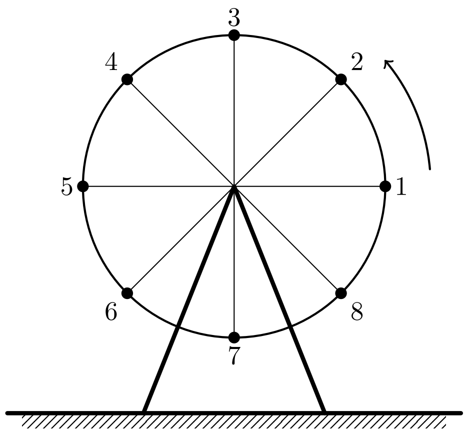
De forma análoga, podemos verificar que para valores de x arbitrariamente grandes, ou seja, quando o ponto P está arbitrariamente afastado da origem, o comprimento do segmento é também ligeiramente superior ao comprimento $\overline{AB}$, ou seja, diferente de zero, pelo que os gráficos das opções (B) e (C) não são o gráfico da função f.

Assim, de entre os gráficos apresentados, o único que pode ser o gráfico da função f, é o gráfico da opção (D).

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12º ano – 13.03.2012

5. Observando a figura podemos observar que a partir do instante inicial até aos 15 segundos (correspondentes a um quarto de volta e também a $\frac{1}{4}$ de minuto), ou seja, para $0 \leq t \leq 15$, a distância ao solo aumenta, porque a cadeira sobe, pelo que a opção (A) não pode ser parte da representação gráfica da função d.



Entre os 15 segundos e os 45, ou seja, para $15 \leq t \leq 45$, a função é crescente, porque corresponde a um período em que a cadeira desce e por isso a distância ao solo diminui, pelo que a opção (D) também não pode ser parte da representação gráfica da função d.

Finalmente podemos onbervar que aos 45 seguntos ($t = 45$) a função atinge o valor mínimo, mas que essa distância não é nula, pelo que $d(45) > 0$, ou seja a opção (C) também não pode ser parte da representação gráfica da função d.

Assim, de entre os gráficos apresentados, o único que pode ser o gráfico da função d, é o gráfico da opção (B).

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

6. Como a piscina tem a forma de um paralelepípedo rectângulo e tem dez metros de comprimento e seis metros de largura, a área da base é:

$$A_{\text{Base}} = 10 \times 6 = 60 \text{ m}^2$$

Como a piscina esteve a encher ininterruptamente entre as 9 as 14 horas desse dia, ou seja, durante $14 - 9 = 5$ horas, a altura, em metros, da água na piscina, é dada por:

$$h(5) = 0{,}3 \times 5 = 1{,}5 \text{ m}$$

Desta forma o volume de água que havia na piscina às 14 horas era:

$$V = A_{\text{Base}} \times h(5) = 60 \times 1{,}5 = 90 \text{ m}^3$$

Como cada metro cúbico tem 1000 decímetros cúbicos ($1\,m^3 = 1000dm^3$, e cada decímetro cúbico corresponde a um litro, temos que, a quantidade de água que estava na piscina, às 14 horas, era:

$$90 \times 1000 = 90\,000 \text{ litros}$$

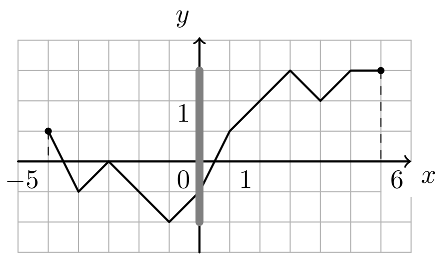
Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

7.

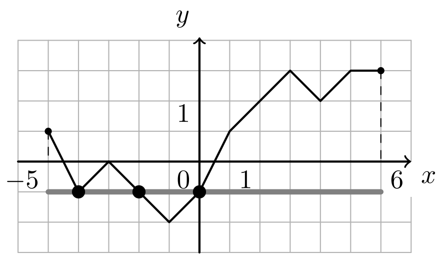
7.1. Relativamente ao contradomínio, podemos observar o eixo das ordenadas para identificar os valores que são objeto de pelo menos uma imagem, ou seja:

$$D'_f = [-2{,}3]$$



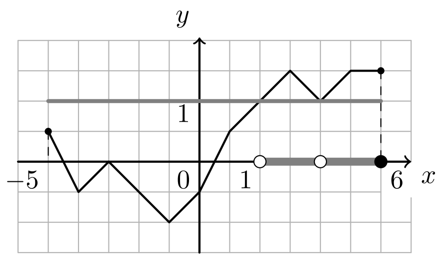
7.2. Os valores reais cujas imagens são iguais a -1, são as abcissas dos pontos de interseção do gráfico de f, com a reta $y = -1$, ou seja, as soluções da equação $f(x) = -1$:

$$\{-4, -2{,}0\}$$



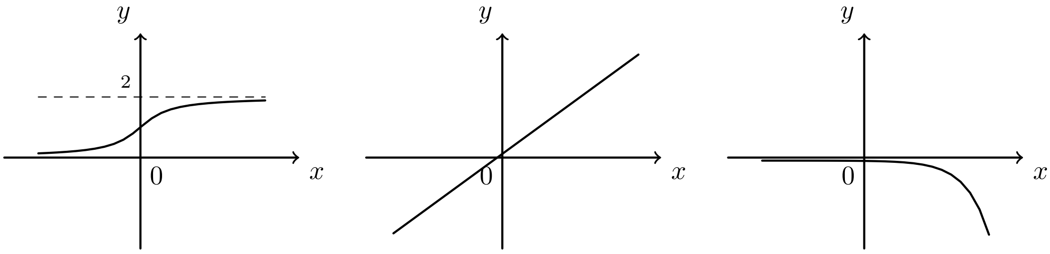
7.3. O conjunto solução da condição $f(x) > 2$, é o conjunto das abcissas dos pontos do gráfico de f, cuja ordenada é estritamente maior que 2, ou seja:

$$]2{,}4[\cup]4{,}6] =]2{,}6] \setminus \{4\}$$



Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

8. Podemos observar exemplos de representações gráficas de funções contínuas de domínio $\mathbb{R}$, e cujos contradomínios são, respetivamente, $]0,2[$, $\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}^-$:



Estes três exemplos são suficientes para garantir que, de entre as opções apresentadas a única que não pode ser o contradomínio da função g é $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12º ano – 19.05.2010
Exame – 2002, 1ª fase - 1ª chamada

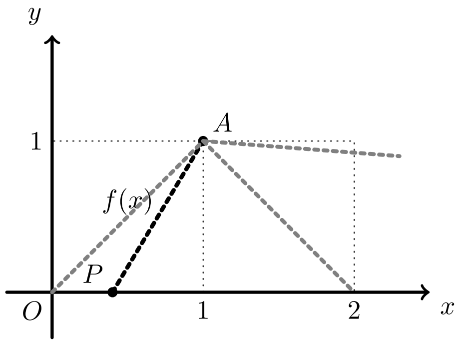
9. A opção (A) é a única em que podem estar representadas graficamente as funções f e g, porque representam duas deslocações de distâncias iguais, com velocidades diferentes (declives da reta) e, consequentemente, tempos despendidos na deslocação também diferentes.

Relativamente à opção (B), os gráficos descrevem duas deslocações em que o tempo despendido é igual, mas a distância percorrida pela Gabriela é menor do que a percorrida pela Fernanda, contrariando a situação descrita, porque ambas percorreram o mesmo trajeto.

A opção (C) não pode descrever a relação entre a distância percorrida pela Fernanda, porque a distância aumenta com o tempo, ao contrário do que é observado no gráfico da função f, que é decrescente.

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010

10. Observando a figura podemos verificar que para $x = 0$, ou seja, quando o ponto P coincide com a origem, o segmento $[PA]$ é a diagonal de um quadrado de lado 1, ou seja, tem comprimento $\sqrt{2}$, isto é, a imagem de zero é $\sqrt{2}$, pelo que o gráfico 1 não pode representar a função, porque de acordo com este gráfico $f(0) = 1$



Da mesma forma, podemos observar que para $x = 2$ o segmento $[PA]$ também é a diagonal de um quadrado de lado 1, ou seja, tem comprimento $\sqrt{2}$, isto é, a imagem de 2 é igual à imagem de 2, pelo que o gráfico 3 também não pode representar a função, porque de acordo com este gráfico $f(0) \neq f(2)$

Finalmente, observando que como a abcissa do ponto P pode ser arbitrariamente grande, a distância do ponto P ao ponto A também poderá ser arbitrariamente grande, pelo que o gráfico 2 também não pode representar a função, porque este gráfico sugere que a distância $\overline{PA}$ não ultrapassa um valor fixo.

Assim, de entre as opções apresentadas o único gráfico que pode representar a função f é o gráfico 4.

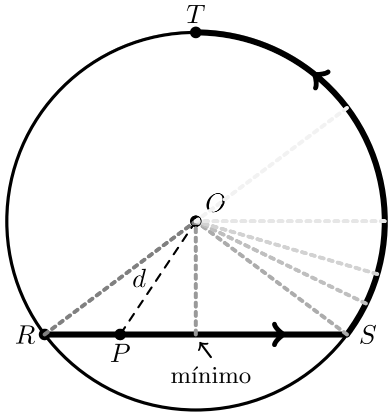
Exame – 2009, Ép. especial

11. Observando a figura podemos verificar que o percurso do ponto P inicia-se com o decréscimo da distância, depois um aumento e, numa terceira fase, mantém-se constante porque o ponto se move sobre a circunferência, e por isso a uma distância constante do cento (pelo que podemos rejeitar a opção (A)).

    Podemos ainda verificar que a distância miníma não é nula (pelo que podemos rejeitar a opção (B)), e que na transição entre a segunda e a terceira fase do percurso a distância é igual ao início do trajecto(pelo que podemos rejeitar a opção (D).

    Assim, o único gráfico que pode relacionar correctamente as variáveis t e d é o gráfico da opção (C).

    Resposta: **Opção C**

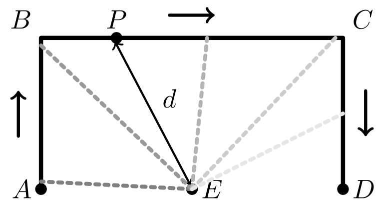


Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2009

12. Observando a figura podemos verificar que o percurso do ponto P pode ser dividido em quatro fases.

    Na primeira fase, entre os pontos A r B, a distância aumenta, pelo que podemos rejeitar as opções A e C.

    Na segunda fase, entre os pontos B e o ponto médio de $[BC]$, a distância diminui, pelo que podemos rejeitar a opção B.



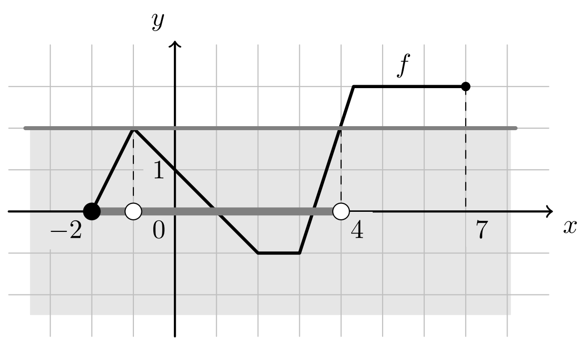
    Depois volta a aumentar até atingir o ponto C, e volta a diminuir até chegar ao ponto D, pelo que de entre as opções apresentadas o único gráfico que pode pode relacionar correctamente as variáveis t e d é o gráfico da opção D.

    Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 10.º ano – 28.01.2009

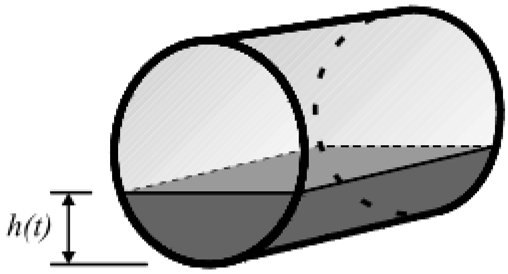
13. O conjunto solução da condição $f(x) < 2$, é o conjunto das abcissas dos pontos do gráfico de f, cuja ordenada é estritamente menor que 2, ou seja:

$$[-2, -1[\cup]-1,4[=[-2,4[\setminus\{-1\}$$



Teste Intermédio 10.º ano – 28.01.2009

14. Como o combustível é introduzido no depósito, e não é retirado, a altura aumenta com o tempo, pelo que a função é estritamente crescente, e assim o gráfico da opção C, não pode representar a função h



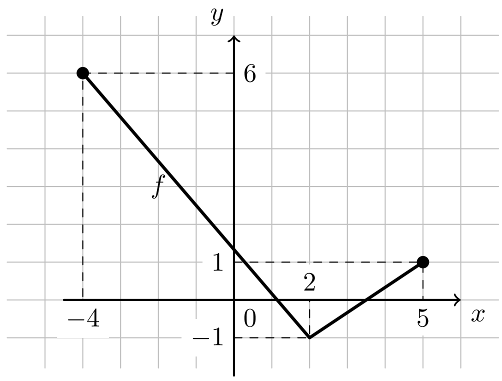
Como o combustível é introduzido a uma taxa constante, mas o depósito está assente sobre uma geratriz do cilindro, a variação da altura não é constante, ou seja, ao longo do tempo haverão períodos com variações da altura maiores e outros menores, pelo que o gráfico da opção D também não representa a função h

Observando a figura podemos verificar que a altura do combustível deverá variar mais rapidamente na fase inicial, e diminuir a velocidade progressivamente enquanto se aproxima do centro das bases do cilindro e depois acelerar progressivamente até atingir o topo, o que não é observado no gráfico da opção A, em que a zona central corresponde a uma aceleração.

Assim, podemos verificar que, de entre as opções apresentadas, o único gráfico que corresponde à descrição anterior é o da opção B, e que por isso, é o único que pode representar a função h

Exame – 2004, 1.ª fase

15. Traçando o gráfico de uma função nas condições definidas, podemos observar que o eixo das abcissas é intersectado em dois pontos, pelo que a equação $f(x) = 0$ tem exatamente duas soluções.



Resposta: **Opção C**

Exame – 2003, 2.ª fase

16. Observando cada uma das opções, podemos verificar que:
   - O gráfico da opção A representa uma função, cujo contradomínio não é $]-\infty,0]$, porque existem objetos cuja imagem é positiva.
   - O gráfico da opção B representa uma função que não é par (porque o gráfico não é simétrico relativamente ao eixo das ordenadas).
   - O gráfico da opção C representa uma função, cujo contradomínio não é $]-\infty,0]$, porque existem objetos cuja imagem é positiva.

   Assim, de entre as opções apresentadas o gráfico da opção D é o único que pode representar uma função função par, de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $]-\infty,0]$

   Resposta: **Opção D**

Exame – 2003, 1.ª fase - 2.ª chamada

17. Como o tanque tem a forma de um paralelepípedo retângulo, com $7\,m$ de comprimento, $5\,m$ de largura e $4\,m$ de altura, o respetivo volume é:

$$V = 7 \times 5 \times 4 = 140\,m^3$$

Como a torneira torneira verte água para o tanque, à taxa de $2\,m^3$ por hora, e o tanque está vazio, irá demorar 70 horas $\left(\dfrac{140}{2}\right)$ até ficar cheio, pelo que podemos excluir as opção C e D porque o domínio não respeita esta restrição.

Como a altura da água no tanque é zero quando o tanque está vazio, temos que $h(0) = 0$, pelo que, de entre as opções A e B, a única que verifica esta condição é a opção B. Podemos ainda verificar que a função da opção A é decrescente, o que não é compatível com a situação descrita porque a altura da água no tanque aumenta com o tempo, ou seja é representado por uma função crescente.

Resposta: **Opção B**

Exame – 2000, 1.ª fase - 1.ª chamada