Funções (10.º ano)

Função quadrática

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

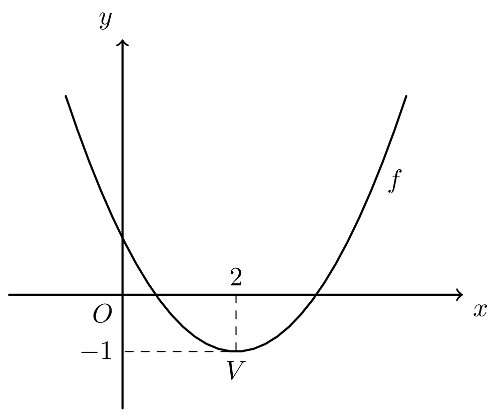
1. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte da parábola que é o gráfico de uma função f

   Sabe-se que:

   - a parábola intersecta o eixo Oy no ponto de coordenadas $(0{,}1)$
   - o ponto V, vértice da parábola, tem coordenadas $(2, -1)$

   A função f pode ser definida por uma expressão do tipo $f(x) = a(x-k)^2 + h$, onde a, h e k são números reais.

   Indique o valor de h e o valor de k, e determine o valor de a



Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012

2. Na figura ao lado, estão representadas, num referencial o.n. xOy, as retas r e t

   Os pontos A e B são, respetivamente, os pontos de intersecção das retas r e t com o eixo Ox

   O ponto C é o ponto de interseção das retas r e t

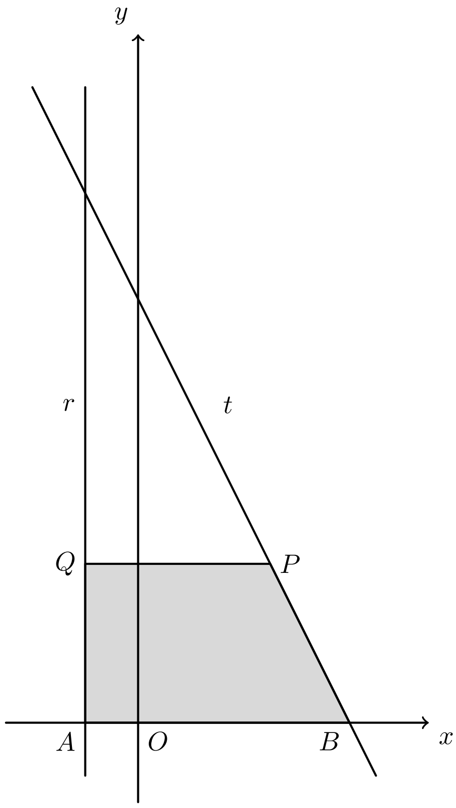
   Sabe-se que:

   - a reta r é definida pela equação $x = -1$
   - a reta t é definida pela equação $y = -2x + 8$

   Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento de reta $[BC]$, nunca coincidindo com o ponto B, nem com o ponto C, e que um ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta $[AC]$, acompanhando o movimento do ponto P, de forma que a ordenada do ponto Q seja sempre igual à ordenada do ponto P

   Seja x a abcissa do ponto P

   Resolva os dois itens seguintes, **usando exclusivamente métodos analíticos**.



   2.1. Mostre que a área do trapézio $[ABPQ]$ é dada, em função de x, por

   $$S(x) = -x^2 - 2x + 24, \ \big(x \in]-1{,}4[\big)$$

   2.2. Determine os valores de x para os quais a área do trapézio $[ABPQ]$ é superior a 21
   Apresente a sua resposta na forma de um intervalo de números reais.
   Nota – Tenha em conta que $S(x) = -x^2 - 2x + 24, \ \big(x \in]-1{,}4[\big)$

Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012

3. Na figura ao lado, está representada, em referencial o.n. xOy, a reta r, definida pela equação $y = 2x - 2$

Tal como a figura sugere, A e B são os pontos de coordenadas (1,0) e (6,0), respetivamente, e C é o ponto da reta r de abcissa 6

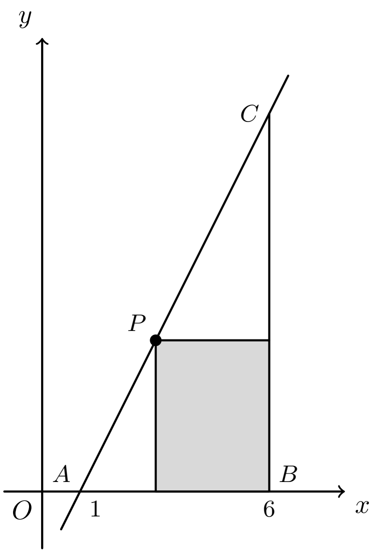
Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento de reta $[AC]$, nunca coincidindo com o ponto A, nem com o ponto C

A cada posição do ponto P corresponde um retângulo em que uma das diagonais é o segmento $[BP]$ e em que um dos lados está contido no eixo Ox

Seja x a abcissa do ponto P $\left(x \in]1,6[\right)$

Resolva os dois itens seguintes, **usando exclusivamente métodos analíticos**.

Nota – A calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.



3.1. Mostre que a área do retângulo é dada, em função de x , por

$$S(x) = -2x^2 + 14x - 12$$

3.2. Determine os valores de x para os quais a área do rectângulo é inferior a 8
Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

4. Sejam a, b e c três números reais.

Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$

Sabe-se que:

- $a > 0$
- a função f tem um único zero, que é o número real 5

Qual é o contradomínio de f ?

(A) $]-\infty,0]$ **(B)** $[0,+\infty[$ **(C)** $]-\infty,5]$ **(D)** $[5,+\infty[$

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010

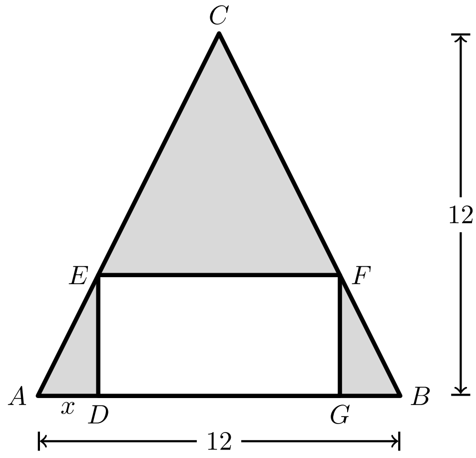
5. A figura ao lado representa o projecto de um canteiro com a forma de um triângulo isósceles $\left(\overline{AC} = \overline{BC}\right)$.

Nesse triângulo, a base $[AB]$ e a altura relativa a esta base medem ambas 12 metros.

O canteiro vai ter uma zona retangular, destinada à plantação de flores, e uma zona relvada, representada a sombreado na figura.

O lado $[DG]$ do rectângulo está contido em $[AB]$ e os vértices E e F pertencem, a $[AC]$ e a $[BC]$, respectivamente.

Seja x a distância, em metros, do ponto A ao ponto D, $x \in]0,6[$



Resolva os três itens seguintes **usando exclusivamente métodos analíticos**.
Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

5.1. Mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de x, por

$$S(x) = 4x^2 - 24x + 72$$

5.2. Determine o valor de x para o qual a área da zona relvada é mínima e calcule essa área.

5.3. Determine o conjunto dos valores de x para os quais a área da zona relvada é superior a 40 m^2
Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

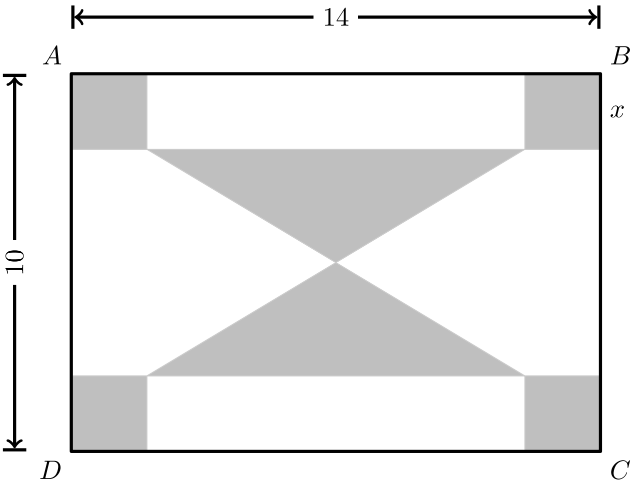
Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010

6. Na figura ao lado está representado um retângulo $[ABCD]$

Este retângulo é o esboço de uma placa decorativa de 14 cm de comprimento por 10 cm de largura e que será constituída por uma parte em metal (representada a cinzento) e por uma parte em madeira (representada a branco).

A parte em metal é formada por dois triângulos iguais e por quatro quadrados também iguais.

Cada triângulo tem um vértice no centro do retângulo $[ABCD]$



Seja x o lado de cada quadrado, medido em cm ($x \in]0,5[$)

Sem recorrer à calculadora, resolva os três itens seguintes.

6.1. Mostre que a área, em cm^2, da parte em metal da placa decorativa é dada, em função de x, por

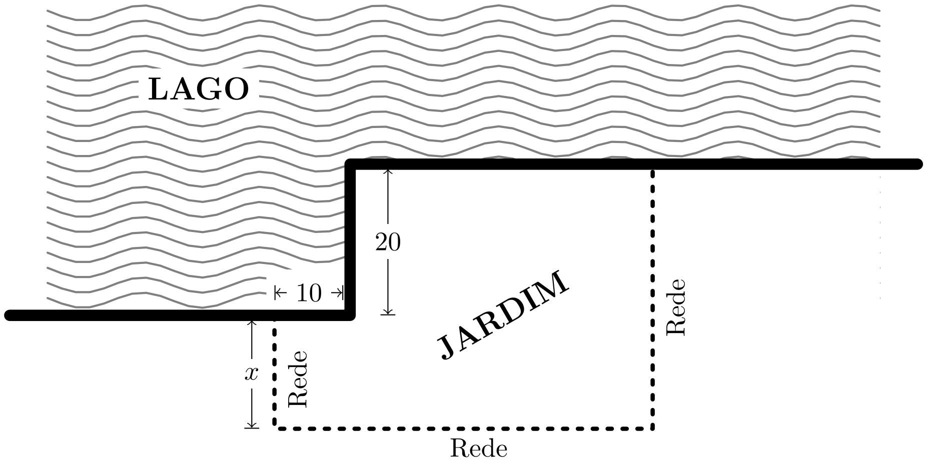
$$A(x) = 6x^2 - 24x + 70$$

6.2. Determine o valor de x para o qual a área da parte em metal é mínima e calcule essa área.

6.3. Determine o valor de x para o qual a área da parte em metal é igual à área da parte em madeira.

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2009

7. Pretende-se construir um jardim junto a um lago, conforme a figura ilustra.
   Três lados do jardim confinam com o lago e os outros três ficam definidos por uma rede.
   Pretende-se que lados consecutivos do jardim sejam sempre perpendiculares.



As dimensões indicadas na figura estão expressas em metros.
Tal como a figura mostra, x é a medida, em metros, de um dos lados do jardim.
Vão ser utilizados, na sua totalidade, 100 metros de rede.

7.1. Mostre que a área, em m^2, do jardim, é dada, em função de x, por

$$a(x) = -2x^2 + 40x + 1400$$

7.2. **Sem recorrer à calculadora**, determine o valor de x para o qual é máxima a área do jardim e determine essa área máxima.

Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008