



Geometria (10.º ano)
Pontos, retas e planos

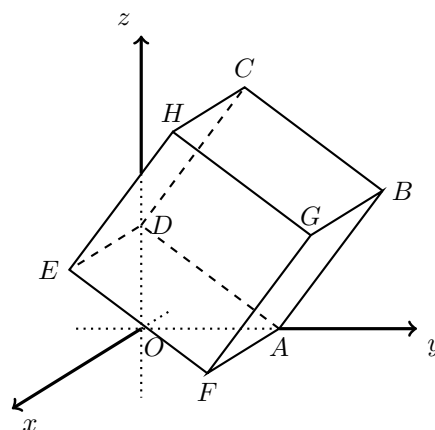
Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



1. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma cubo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o plano ABC é definido pela equação $x = 0$;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Oy , e $\overline{OA} = 4$;
- o ponto F pertence ao plano xOy ;
- a reta FC é definida pela equação vetorial $(x,y,z) = (-5,2,14) + k(-5, -1,7)$, $k \in \mathbb{R}$.



1.1. Qual das seguintes equações vetoriais define a reta que passa no ponto A e é paralela à reta FC ?

- (A) $(x,y,z) = (-5,1,7) + k(1, -5,0)$, $k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x,y,z) = (5,1, -7) + k(-1,5,0)$, $k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x,y,z) = (-10,2,14) + k(5,1, -7)$, $k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x,y,z) = (10,2, -14) + k(5,1, -7)$, $k \in \mathbb{R}$

1.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine a equação cartesiana reduzida da superfície esférica que contém todos os vértices do cubo $[ABCDEFGH]$.

2. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , a reta AB

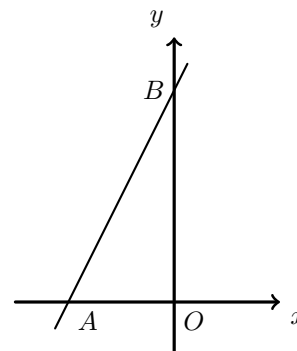
Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy
- a reta AB tem equação $y = 2x + 4$

Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$

Quais são as coordenadas do ponto M ?

- (A) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ (D) $D(-2, 4)$



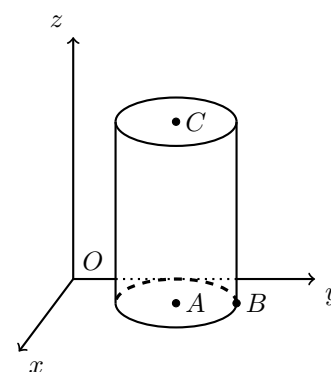
Exame – 2019, 2.^a Fase

3. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro de revolução de altura 3

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 2, 0)$ e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano xOy
- o ponto B tem coordenadas $(1, 3, 0)$ e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto C é o centro da base superior do cilindro.

Determine a área da secção produzida no cilindro pelo plano de equação $x = 1$



Exame – 2017, Ép. especial

4. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(-1, 3)$ e $B(2, 4)$

Qual das seguintes equações define uma reta paralela à reta AB ?

- (A) $y = -\frac{1}{3}x$ (B) $y = \frac{1}{3}x$ (C) $y = 3x$ (D) $y = -33x$

Exame – 2016, Época especial

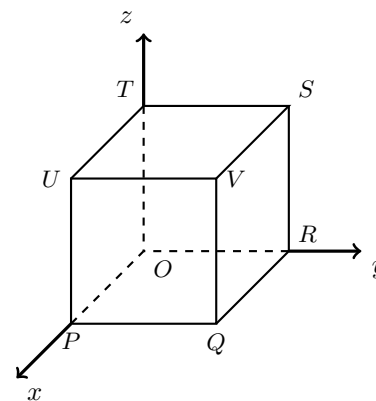
5. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[OPQRSTUV]$ de aresta 2

Os pontos, P , R e T pertencem aos semieixos positivos.

Numa das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto pertencente a uma das arestas do cubo.

Em qual?

- (A) $(1, 1, 2)$ (B) $(1, 2, 0)$
(C) $(0, 1, 1)$ (D) $(1, 1, 1)$

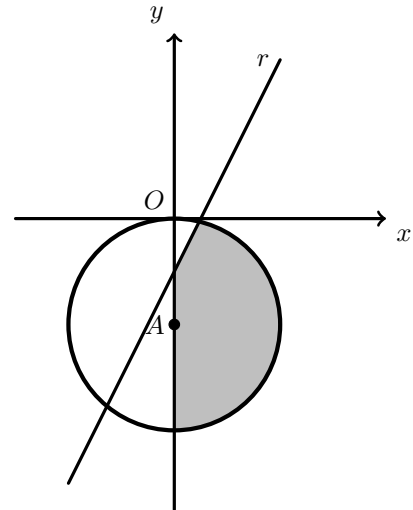


Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012



6. Considere, num referencial o.n. xOy :
- a reta r , definida pela equação $y = 2x - 1$
 - o ponto A de coordenadas $(0, -2)$

Escreva a equação reduzida da reta paralela à reta r que passa no ponto A

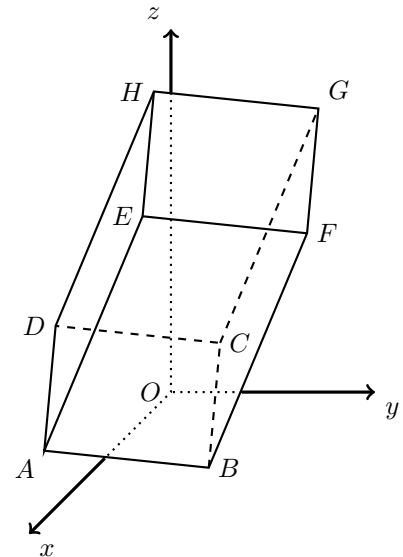


Teste Intermédio 10.º ano – 16.03.2012

7. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$

As coordenadas dos pontos A , B e G são $(11, -1, 2)$, $(8, 5, 0)$ e $(6, 9, 15)$, respectivamente.

Escreva uma condição que defina a reta que passa no ponto G e que é paralela ao eixo Oy



Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

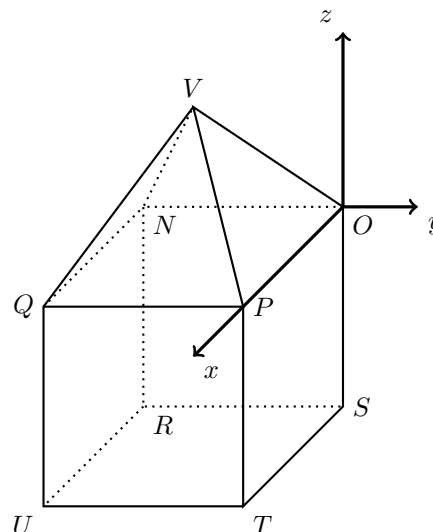


8. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[VNOPQRST]$, que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano xOy
- o ponto P pertence ao eixo Ox
- o ponto U tem coordenadas $(4, -4, -4)$

Escreva uma condição cartesiana que defina o plano perpendicular à reta QN e que passa no ponto V



Teste Intermédio 11.º ano – 27.01.2011

9. Considere, num referencial o.n. xOy , a reta r que intersesta o eixo Ox no ponto de abscissa 2 e que intersesta o eixo Oy no ponto de ordenada 8

Qual é a equação reduzida da reta r ?

- (A) $y = -4x + 8$ (B) $y = 4x + 8$ (C) $y = -2x + 4$ (D) $y = 2x + 4$

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010

10. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide.

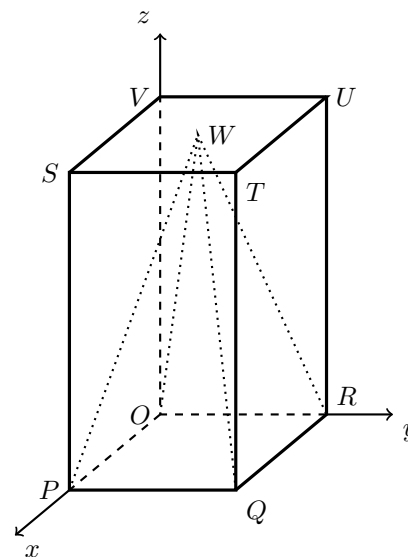
A base da pirâmide, $[OPQR]$, está contida no plano xOy e coincide com a base inferior do prisma.

O ponto W , vértice da pirâmide, coincide com o centro da base superior, $[STUV]$, do prisma.

O ponto P tem coordenadas $(5,0,0)$.

Sabe-se que o volume da **pirâmide** é igual a 75

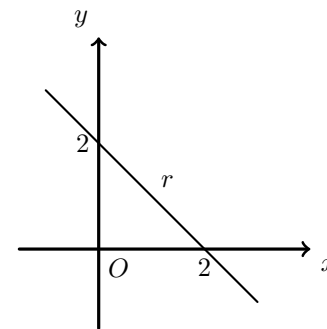
Determine as coordenadas do ponto W , vértice da pirâmide.



Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010



11. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , a reta r , que intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa 2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 2



Qual é a equação reduzida da reta r ?

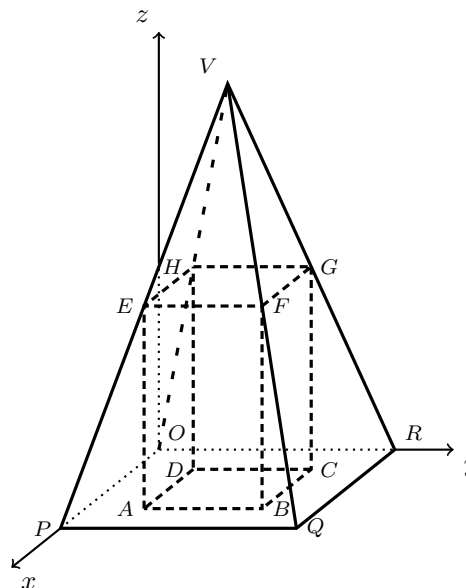
- (A) $y = 2x + 2$ (B) $y = -2x + 2$
 (C) $y = -x + 2$ (D) $y = x + 2$

Teste Intermédio 10.º ano – 29.01.2010

12. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide quadrangular regular $[VOPQR]$ e o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$

Sabe-se que:

- os vértices P e R da pirâmide pertencem aos eixos coordenados Ox e Oy , respetivamente;
- uma das bases do prisma está contida na base da pirâmide e cada vértice da outra base pertence a uma aresta da pirâmide.



Preencha cada um dos espaços seguintes, de modo a obter afirmações verdadeiras quanto à posição relativa das retas e/ou dos planos.

Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

As retas DQ e VF são

As retas EH e são não coplanares.

A reta PQ e o plano HGB são

A reta FQ e o plano ADH são

Os planos BQV e são perpendiculares.

Teste Intermédio 10.º ano – 29.01.2010

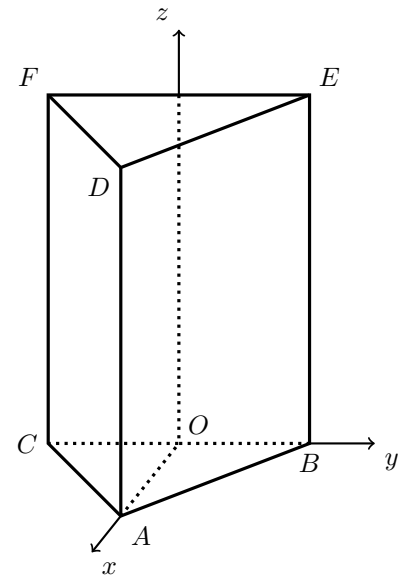


13. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular **não regular** $[ABCDEF]$

Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{DE} = \overline{DF}$)
- a base $[ABC]$ está contida no plano xOy
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases
- o ponto A tem coordenadas $(4,0,0)$
- o ponto E tem coordenadas $(0,3,8)$
- o ponto F é o simétrico do ponto E , relativamente ao plano xOz

Determine a área **lateral** do prisma.



Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2009

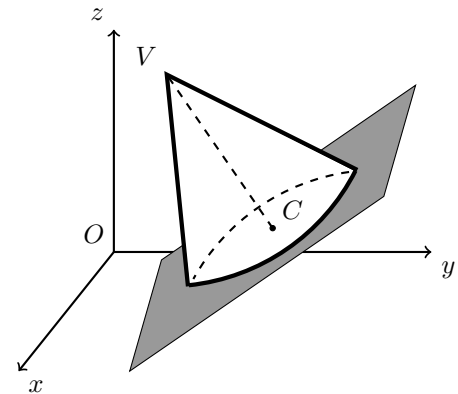
14. Na figura seguinte está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cone de revolução.

Sabe-se que:

- o vértice V do cone tem coordenadas $(1,2,6)$
- o ponto C é o centro da base do cone

Seja W o ponto simétrico do ponto V , em relação ao plano xOy .

Indique as coordenadas do ponto W e escreva uma condição que defina o segmento de reta $[VW]$



Teste Intermédio 11.º ano – 29.01.2009

15. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

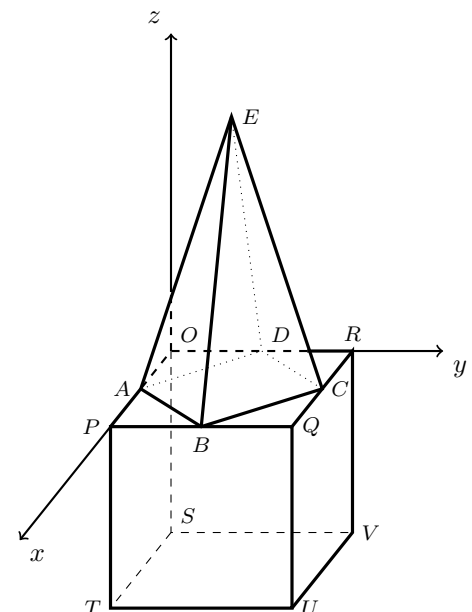
A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice P pertence ao eixo Ox e o vértice R pertence ao eixo Oy .

Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado $[OPQR]$.

O ponto Q tem coordenadas $(2,2,0)$.

O volume do sólido é igual a 10

Determine a cota do ponto E .



Teste Intermédio 10.º ano – 28.01.2009



16. Considere, em referencial o.n. xOy , a reta r que intersesta o eixo Ox no ponto de abscissa 2 e que intersesta o eixo Oy no ponto de ordenada 6.

Qual é a equação reduzida da reta r ?

- (A) $y = -3x + 6$ (B) $y = 3x + 6$ (C) $y = -2x + 3$ (D) $y = 2x + 3$

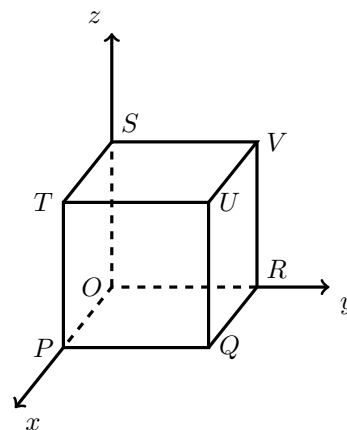
Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008

17. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[OPQRSTUV]$

A aresta $[OP]$ está contida no semieixo positivo Ox , a aresta $[OR]$ está contida no semieixo positivo Oy e a aresta $[OS]$ está contida no semieixo positivo Oz .

O ponto U tem coordenadas $(2,2,2)$

Defina, por meio de uma condição, a aresta $[UQ]$



Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008

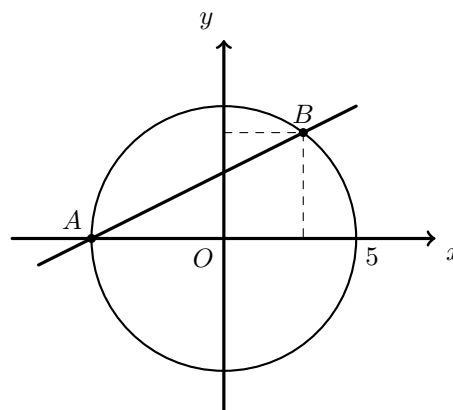
18. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. xOy , uma reta AB e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5

Os pontos A e B pertencem à circunferência.

O ponto A também pertence ao eixo das abscissas.

Admitindo que o declive da reta é igual $\frac{1}{2}$, resolva as duas alíneas seguintes:

- 18.1. Mostre que uma equação da reta AB é $x - 2y + 5 = 0$
 18.2. Mostre que o ponto B tem coordenadas $(3,4)$



Teste Intermédio 11.º ano – 24.01.2008



19. Na figura ao lado estão representados, em referencial o. n. $Oxyz$, um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, com a mesma altura.

A base do prisma, que coincide com a base da pirâmide, está contida no plano xOy .

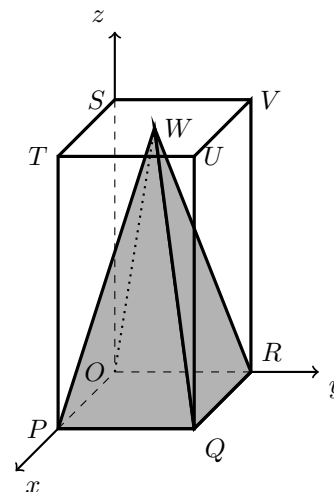
O vértice P pertence ao eixo Ox .

O vértice R pertence ao eixo Oy .

O vértice S pertence ao eixo Oz .

O vértice U tem coordenadas $(2,2,4)$.

Escreva uma condição que define a reta TU



Exame – 2001, Época especial (cód. 135)

20. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta r , perpendicular ao plano yOz

Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) A reta r é perpendicular ao plano xOy

(B) A reta r está contida no plano xOy

(C) A reta r é perpendicular ao eixo Ox

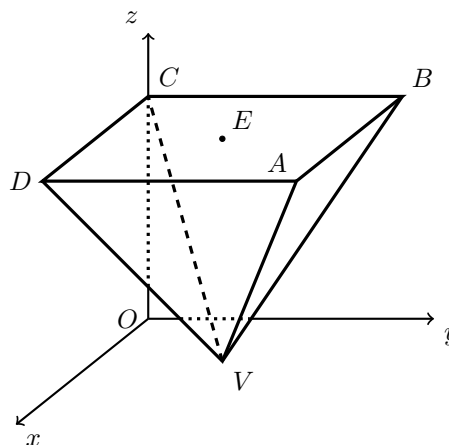
(D) A reta r é paralela ao eixo Ox

Exame – 2000, Prova 2 para Militares (cód. 135)
Exame – 2000, Prova de reserva (cód. 135)

21. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide é paralela ao plano xOy
- O ponto A tem coordenadas $(8,8,7)$
- O ponto B pertence ao plano yOz
- O ponto C pertence ao eixo Oz
- O ponto D pertence ao plano xOz
- O ponto E é o centro da base da pirâmide
- O vértice V da pirâmide pertence ao plano xOy

Determine o perímetro de uma face lateral da pirâmide.



Exame – 2000, Época Especial (setembro) (cód. 135)
Exame – 1999, Prova de reserva (cód. 135)

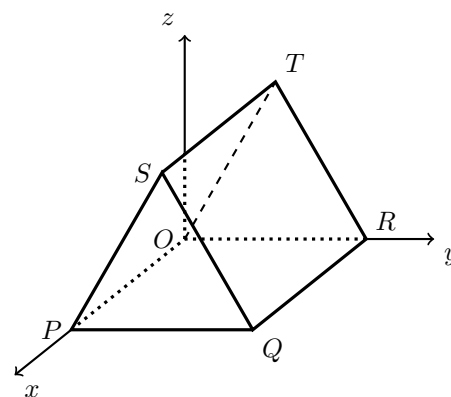


22. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular regular.

Sabe-se que:

- O vértice O coincide com a origem do referencial
- O vértice P pertence ao semieixo positivo Ox
- O vértice R pertence ao semieixo positivo Oy
- O segmento $[QR]$ tem comprimento 6

Sabendo que a área lateral do prisma é 72, determine as coordenadas do ponto S



Exame – 2000, 1.^a fase - 2.^a chamada (cód. 135)

23. Num referencial o.n. $Oxyz$, a condição $\begin{cases} x = 0 \\ z = 3 \end{cases}$ define

(A) o conjunto vazio (B) um ponto (C) uma reta (D) um plano

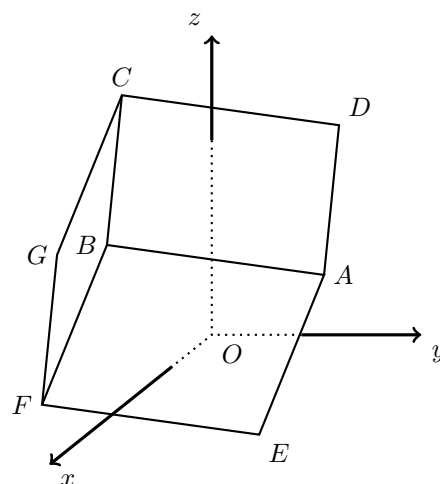
Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)

24. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$.

Sabe-se que:

- $[ABCD]$ é uma face do cubo
- $[EFGH]$ é a face oposta à face $[ABCD]$ (o ponto H não está representado na figura)
- $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ e $[DH]$ são quatro arestas do cubo
- O ponto A tem coordenadas $(3,5,3)$
- O ponto D tem coordenadas $(-3,3,6)$
- O ponto E tem coordenadas $(1,2,-3)$

Determine o volume do cubo.



Exame – 1999, Época Especial (cód. 135)

25. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta paralela, ao eixo Oy ?

(A) $x = 1 \wedge y = 2 \wedge z = 3$ (B) $x = 2 \wedge z = 1$ (C) $x = y = z$ (D) $y = 1$

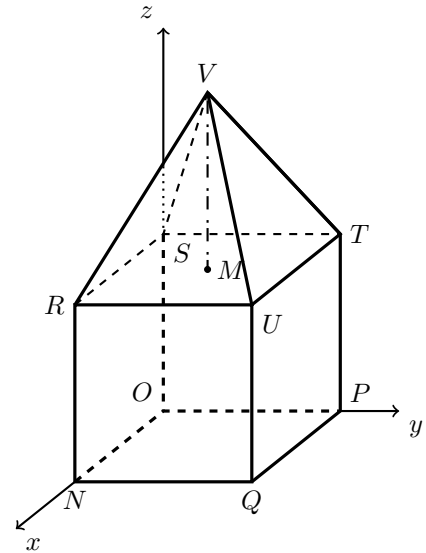
Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)



26. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo
- O vértice O coincide com a origem do referencial
- O vértice N pertence ao semieixo positivo Ox
- O vértice P pertence ao semieixo positivo Oy
- O vértice S pertence ao semieixo positivo Oz
- A altura da pirâmide, \overline{VM} , é igual ao comprimento da aresta do cubo
- O vértice V tem coordenadas $(3,3,12)$

Justifique que $\overline{UQ} = 6$ e que $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$

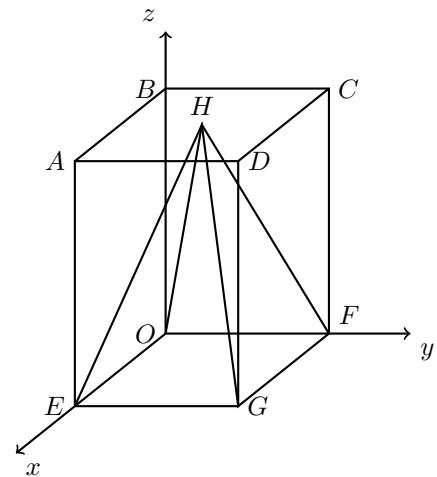


Exame – 1998, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 135)

27. Na figura ao lado estão representados em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base $[OFGE]$ coincide com a do prisma e está assente no plano xOy . O vértice da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.

O ponto G tem coordenadas $(4,4,0)$

Sabendo que, na unidade considerada, o volume do prisma é igual a 96, mostre que o ponto H tem coordenadas $(2,2,6)$.



Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

