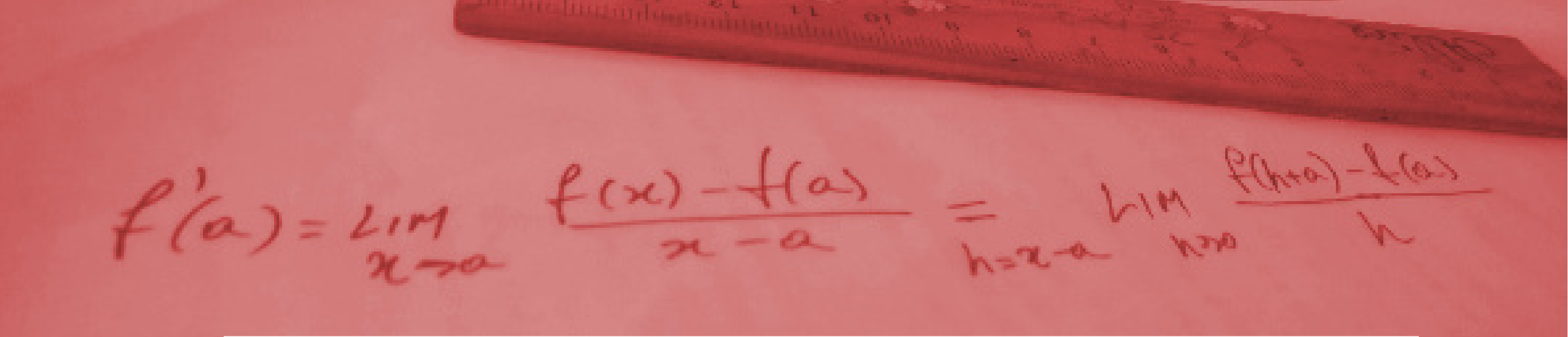


Funções (11.º ano)

Funções - Derivada

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, sabe-se que $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{f(x)-f(2)} = 4$

   Qual é o valor de $f'(2)$?

   (A) $-\dfrac{1}{2}$ **(B)** $-\dfrac{1}{4}$ **(C)** $\dfrac{1}{2}$ **(D)** $\dfrac{1}{4}$

Exame – 2017, 2ª fase

2. Seja $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ uma função tal que $f'(x) < 0$, para qualquer número real positivo x

   Considere, num referencial o.n. xOy,

   - um ponto P, de abcissa a, pertencente ao gráfico de f
   - a reta r, tangente ao gráfico de f no ponto P
   - o ponto Q, ponto de intersecção da reta r com o eixo Ox

   Sabe-se que $\overline{OP} = \overline{PQ}$

   Determine o valor de $f'(a) + \dfrac{f(a)}{a}$

Exame – 2017, 1ª fase

3. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$

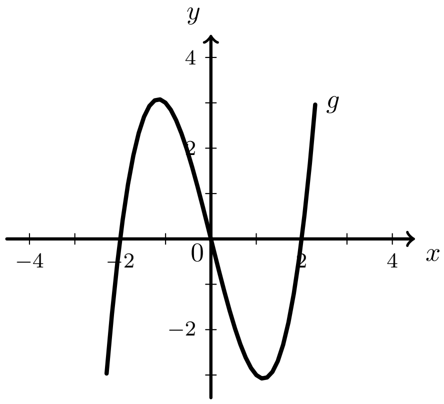
   Sabe-se que $f'(2) = 6$ (f' designa a derivada de f)

   Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x^2-2x}$?

   (A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6

Exame – 2015, Ép. especial

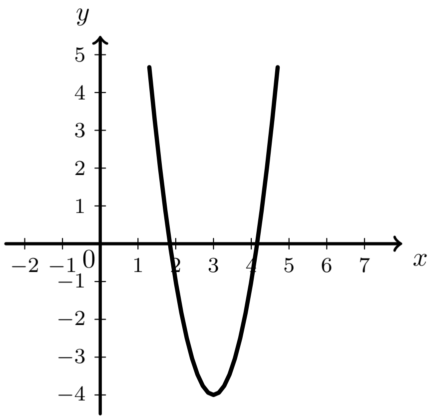
4. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico de uma função polinomial g, de grau 3

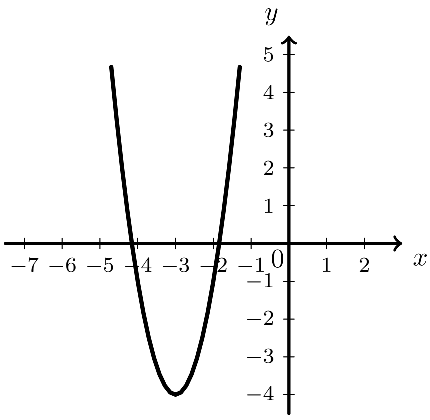
   Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}$, que verifica a condição $f(x) = g(x-3)$

   Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f', primeira derivada da função f?

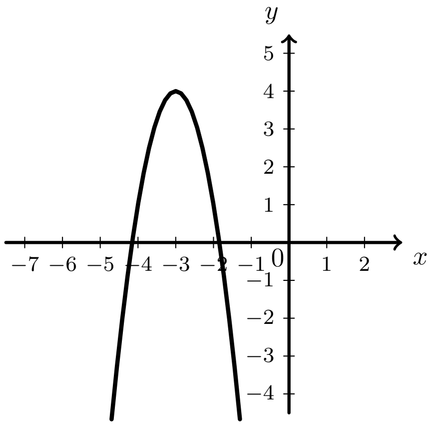
(A)



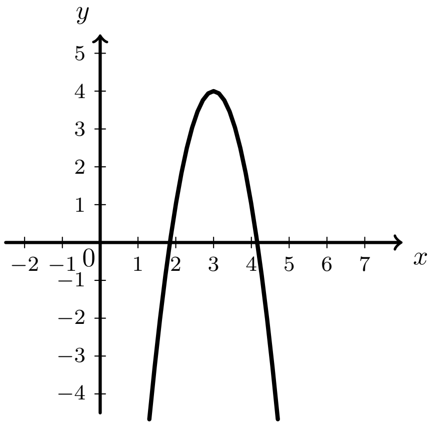
(B)



(C)



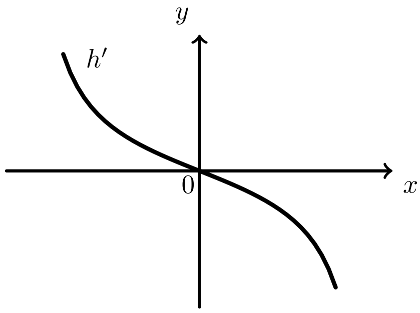
(D)



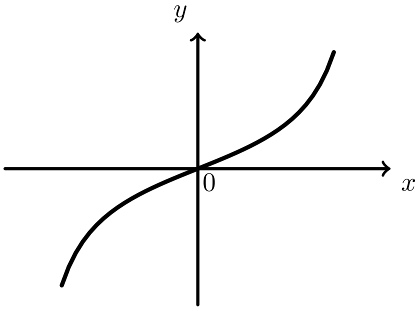
Exame – 2013, 2ª fase

5. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico de uma função h', primeira derivada de h

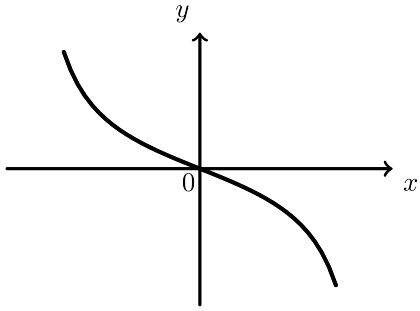
   Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h?



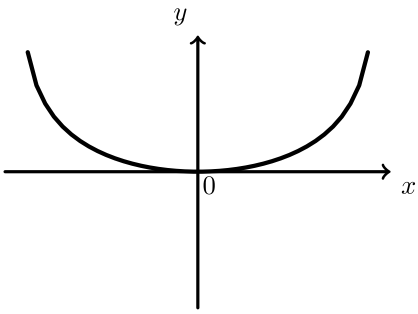
(A)



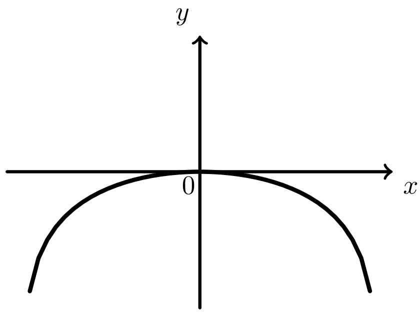
(B)



(C)



(D)



Exame – 2011, Prova especial

6. Sejam f e g duas funções deriváveis em $\mathbb{R}$
   Sabe-se que:

   - $f(1) = f'(1) = 1$
   - $g(x) = (2x - 1) \times f(x)$, para todo o valor real de x

   Qual é a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 1?

   (A) $y = 3x - 2$ **(B)** $y = 3x + 4$ **(C)** $y = 2x - 1$ **(D)** $y = -3x + 2$

Exame – 2011, Prova especial

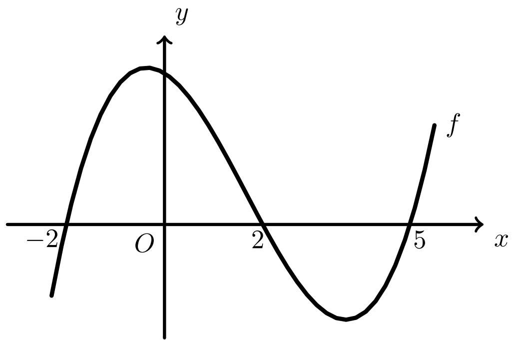
7. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f, de grau 3, de domínio $\mathbb{R}$
Sabe-se que:

- -2, 2 e 5 são zeros de f
- f' representa a função derivada de f

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $f'(0) \times f'(6) = 0$ **(B)** $f'(-3) \times f'(6) < 0$

(C) $f'(-3) \times f'(0) > 0$ **(D)** $f'(0) \times f'(6) < 0$



Exame – 2011, 1ª fase

8. Seja f uma função real de variável real.
Sabe-se que:

- $f'(2) = 9$
- a reta tangente ao gráfico de f, no ponto de abcissa 2, intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada -15

Qual é o valor de $f(2)$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

Teste Intermédio 11º ano – 24.05.2011

9. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$

Estude, utilizando métodos exclusivamente analíticos, a função f quanto à monotonia e quanto aos extremos relativos.

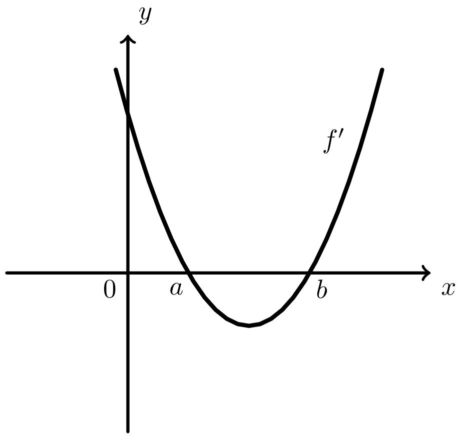
Na sua resposta deve apresentar:

- o(s) intervalo(s) em que a função é crescente;
- o(s) intervalo(s) em que a função é decrescente;
- os extremos relativos, caso existam.

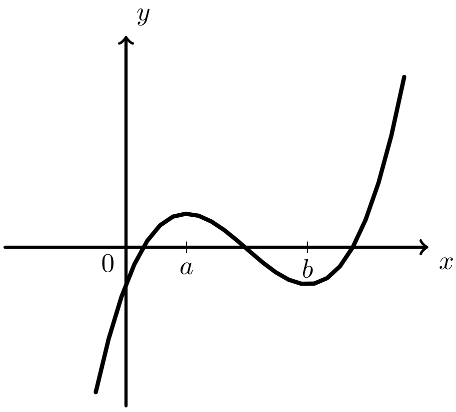
Teste Intermédio 11º ano – 24.05.2011

10. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função derivada, f', de uma função f

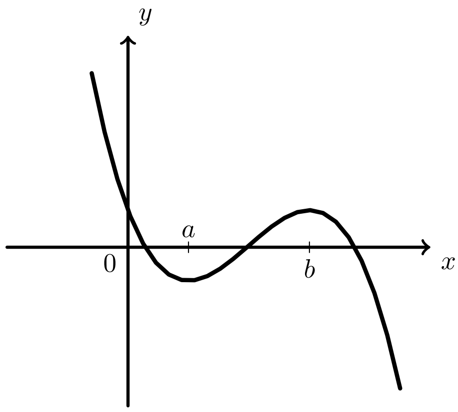
Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?



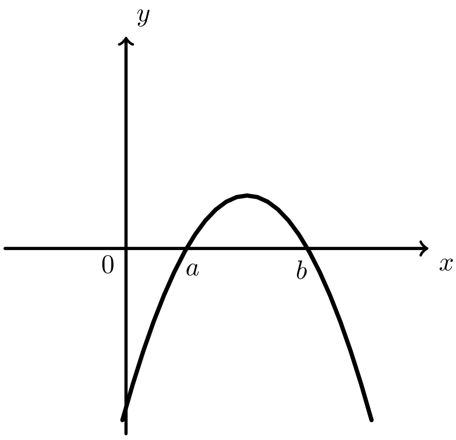
(A)



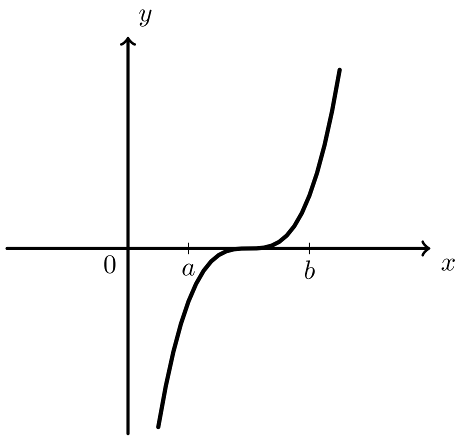
(B)



(C)



(D)



Exame – 2010, Ép. especial

11. Considere:

- a função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = 3 + \dfrac{6}{x}$
- a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 3$

Resolva os dois itens seguintes **usando exclusivamente métodos analíticos**.
Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

11.1. Seja P o ponto do gráfico da função f que tem abcissa igual a 2
Seja r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto P

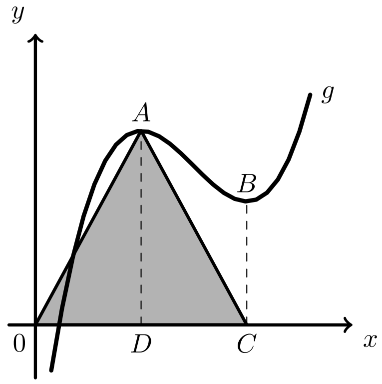
Determine a equação reduzida da reta r

11.2. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função g

Os pontos A e B pertencem ao gráfico da função g, sendo as suas ordenadas, respetivamente, o máximo relativo e o mínimo relativo desta função.

Os pontos C e D pertencem ao eixo Ox.
A abcissa do ponto C é igual à do ponto B e a abcissa do ponto D é igual à do ponto A

Determine a área do triângulo $[OAC]$

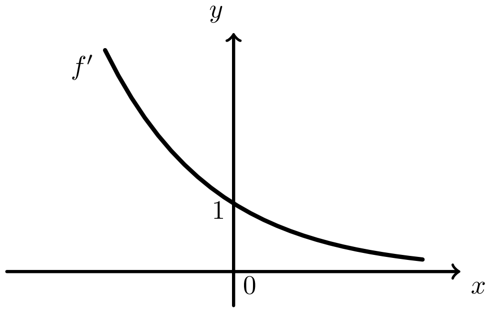


Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2010

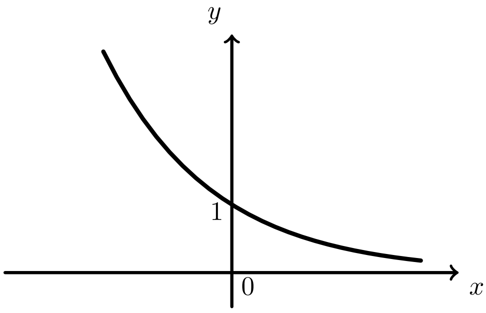
12. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f', derivada de f, ambas de domínio $\mathbb{R}$, em que o eixo Ox é uma assíntota do gráfico de f'

Seja a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = f(x) + x$

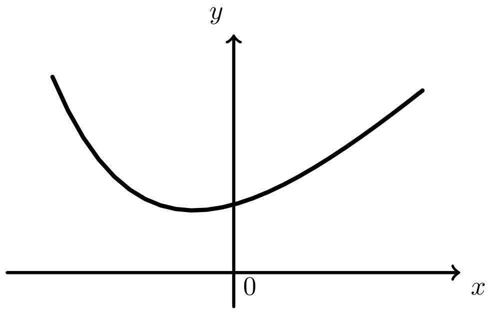
Qual das figuras seguintes pode representar parte do gráfico da função g', derivada de g?



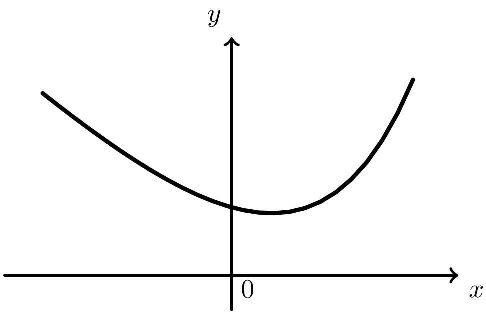
(A)



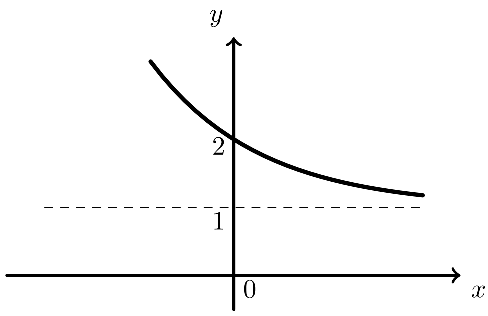
(B)



(C)

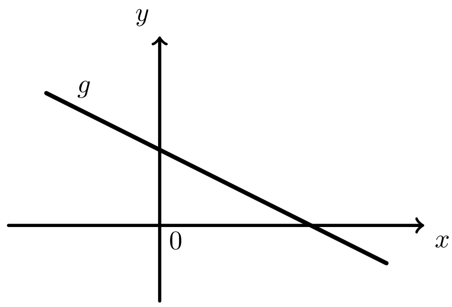


(D)



Exame – 2009, 2ª fase

13. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 1$
Seja g a função cujo gráfico é a reta representada na figura ao lado.
Seja $h = f + g$
Seja h' a função derivada da função h O gráfico da função h' é uma reta. Sejam m e b, respetivamente, o declive e a ordenada na origem desta reta.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) $m > 0$ e $b > 0$ **(B)** $m > 0$ e $b < 0$

(C) $m < 0$ e $b > 0$ **(D)** $m < 0$ e $b < 0$

Teste Intermédio 12º ano – 27.05.2009

14. O gráfico de uma função f é uma parábola com a concavidade voltada para baixo cujo vértice é o ponto (3,2). Seja f' a função derivada da função f.

Qual dos valores seguintes é negativo ?

(A) $f'(1)$ **(B)** $f'(2)$ **(C)** $f'(3)$ **(D)** $f'(4)$

Teste Intermédio 11º ano – 07.05.2009

15. Na figura ao lado está representado um referencial o.n. $Oxyz$

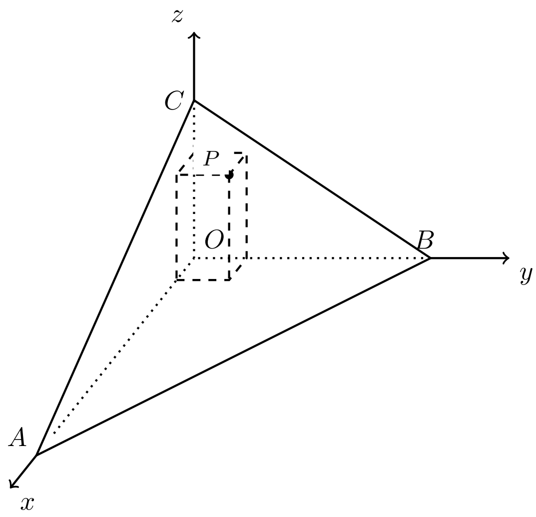
Cada um dos pontos A, B e C pertence a um eixo coordenado.

O ponto P pertence ao plano ABC.

O ponto P desloca-se no plano ABC, de tal modo que é sempre vértice de um prisma **quadrangular regular**, em que os restantes vértices pertencem aos planos coordenados.

O plano é definido pela equação $x + 2y + 3z = 9$

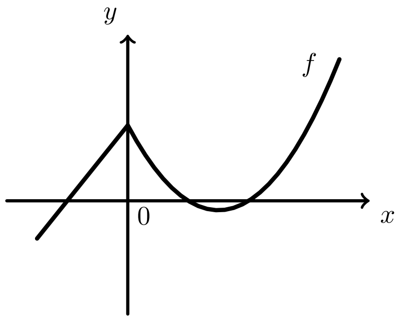
Considerando a como a abcissa do ponto P $(a \in]0,3[)$, o volume do prisma é dado, em função de a, por $V(a) = 3a^2 - a^3$



Estude a função V quanto à monotonia, **sem recorrer à calculadora**, e conclua qual é o valor de a para o qual o volume do prisma é máximo.

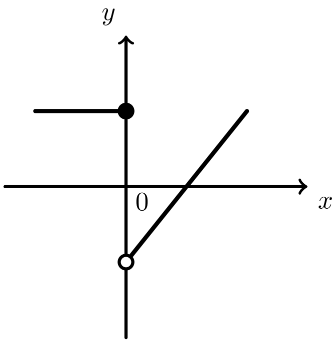
Teste Intermédio 11º ano – 07.05.2009

16. A figura ao lado representa parte do gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R}$.

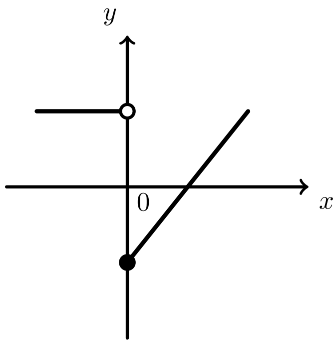


Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica de f', derivada de f?

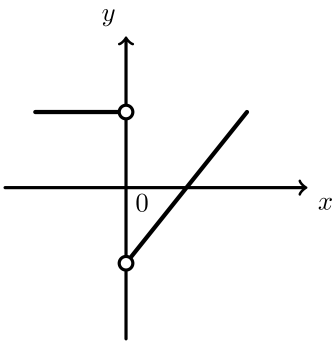
(A)



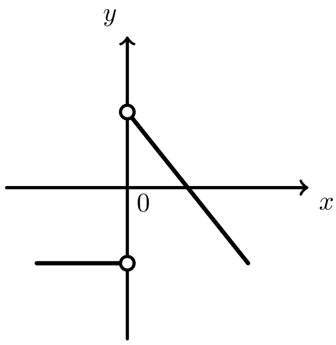
(B)



(C)

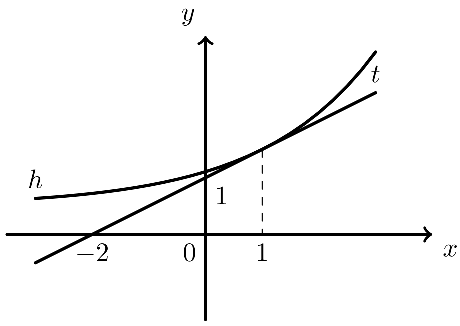


(D)



Exame – 2008, 1ª fase

17. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. xOy:
   - parte do gráfico de uma função h
   - uma reta t, tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa 1



Tal como a figura sugere, a reta t interseta o eixo Ox no ponto de abcissa -2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 1

Indique o valor de $h'(1)$, derivada da função h no ponto 1

(A) -2 **(B)** $-\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** 2

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008

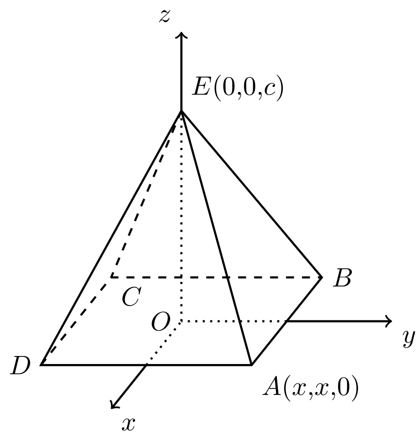
18. Na figura seguinte está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular.

Admita que o vértice E se desloca no semieixo positivo Oz, entre a origem e o ponto de cota 6, nunca coincidindo com qualquer um destes dois pontos.

Com o movimento do vértice E, os outros quatro vértices da pirâmide deslocam-se no plano xOy, de tal forma que:

- a pirâmide permanece sempre regular
- o vértice A tem sempre abcissa igual à ordenada
- sendo x a abcissa de A e sendo c a cota de E, tem-se sempre

$$x + c = 6$$



O volume da pirâmide, em função de x, $(x \in]0,6[)$ é:

$$V(x) = 8x^2 - \frac{4}{3}x^3$$

Utilizando a função derivada de V e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função V quanto à monotonia, conclua qual é o valor de x para o qual é máximo o volume da pirâmide e determine esse volume máximo.

Teste Intermédio 11º ano – 06.05.2008

19. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 1 - x^2$

Seja t a reta tangente ao gráfico f de no ponto de abcissa $\frac{1}{2}$

Qual é a inclinação da reta t ?

(A) 30° **(B)** 45° **(C)** 135° **(D)** 150°

Teste Intermédio 11º ano – 10.05.2007

20. Durante os ensaios de um motor, a velocidade de rotação do seu eixo variou, ao longo dos primeiros oito minutos da experiência, de acordo com a função

$$v(t) = t^3 - 15t^2 + 63t$$

onde t designa o tempo (medido em minutos), contado a partir do início da experiência, e $v(t)$ designa a velocidade de rotação do eixo do motor (medida em **centenas** de rotações por minuto).

Sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, determine qual foi a velocidade máxima atingida, nos primeiros oito minutos da experiência. Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto.

Teste Intermédio 11º ano – 10.05.2007

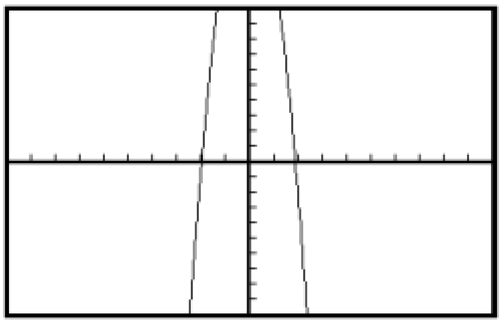
21. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- f tem derivada finita em todos os pontos de $\mathbb{R}$
- $f(0) = -1$
- f é estritamente crescente em $\mathbb{R}^-$ e é estritamente decrescente em $\mathbb{R}^+$

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = [f(x)]^2$.
Prove que 1 é o mínimo da função g.

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

22. De uma certa função h, **contínua** em $\mathbb{R}$, obteve-se com a calculadora, na janela de visualização *standard* $[-10{,}10] \times [-10{,}10]$, o gráfico apresentado na figura ao lado.
A função h é crescente em $[-3{,}0]$ e é decrescente em $[0{,}3]$.
Qual das afirmações seguintes **pode** ser verdadeira?



(A) $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = +\infty$

(B) A função h é ímpar

(C) $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = 10$

(D) $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) > 0$

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

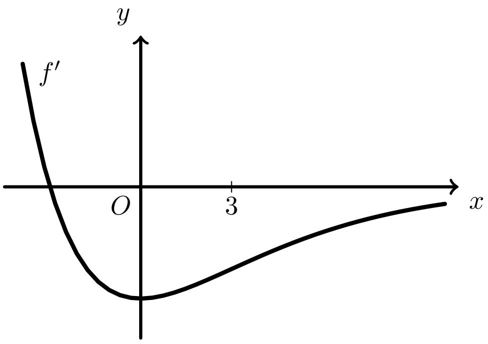
23. Seja f a função definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\[2ex] \dfrac{3x+2}{2x+2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à monotonia em $\mathbb{R}^+$.

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

24. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio.

Na figura ao lado encontra-se parte do gráfico de f', função derivada de f
Sabe-se ainda que $f(0) = 2$



Qual pode ser o valor de $f(3)$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 5 **(D)** 7

Exame – 2004, 2ª Fase (cód. 435)

25. Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}$, cuja expressão analítica é um polinómio do quarto grau, que tem uma raiz dupla x_0. Prove que o eixo Ox é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa x_0.

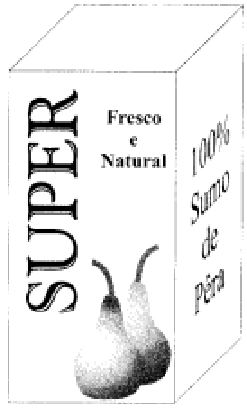
Sugestão: tenha em conta que, se x_0 é uma raiz dupla do polinómio que define a função g, então tem-se $g(x) = (x - x_0)^2(ax^2 + bx + c)$

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

26. Prove que, para qualquer função quadrática, existe um e um só ponto do gráfico onde a reta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Exame – 2003, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 435)

27. Uma nova empresa de refrigerantes pretende lançar embalagens de sumo de fruta, com capacidade de **dois litros**. Por questões de *marketing*, as embalagens deverão ter a forma de um **prisma quadrangular regular**.



A área total da embalagem é dada por

$$A(x) = \frac{2x^3 + 8}{x}$$

(x é o comprimento da aresta da base, em dm)

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que existe um valor de x para o qual a área total da embalagem é mínima e determine-o.

Exame – 2002, 2ª fase (cód. 435)

28. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do domínio, e **crescente**.
Sejam a e b dois quaisquer números reais. Considere as retas r e s, tangentes ao gráfico de f nos pontos de abcissas a e b, respetivamente.
Prove que as retas r e s não podem ser perpendiculares.

Exame – 2002, 2ª fase (cód. 435)

29. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$.
Sabe-se que a sua **derivada**, f', é tal que $f'(x) = x - 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$
Relativamente à **função**, f qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) f é crescente em $\mathbb{R}$

(B) f é decrescente em $\mathbb{R}$

(C) f tem um mínimo para $x = 2$

(D) f em um máximo para $x = 2$

Exame – 2001, Ép. especial (cód. 435)

30. Seja f uma função tal que a sua derivada, no ponto 3, é 4.

Indique o valor de $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$

(A) $\frac{2}{3}$ **(B)** $\frac{3}{2}$ **(C)** 4 **(D)** 0

Exame – 2001, 2ª fase (cód. 435)

31. A reta de equação $y = x$ é tangente ao gráfico de uma certa função f, no ponto de abcissa 0.

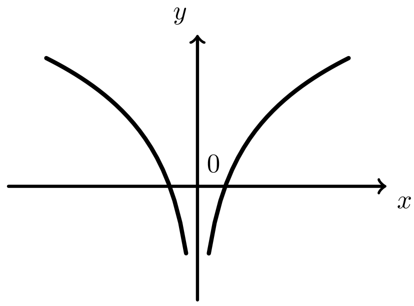
Qual das seguintes expressões pode definir a função f?

(A) $x^2 + x$ **(B)** $x^2 + 2x$ **(C)** $x^2 + 2x + 1$ **(D)** $x^2 + x + 1$

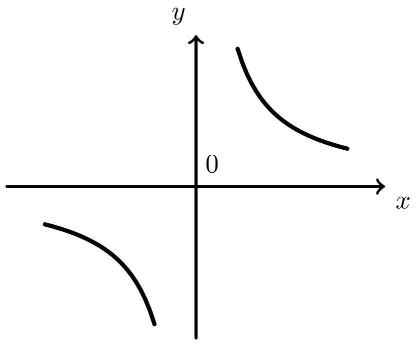
Exame – 2001, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 435)

32. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função g, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

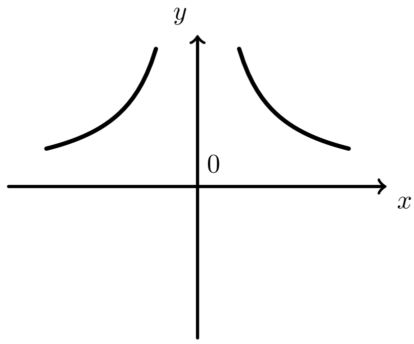
Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função g', **derivada** de g?



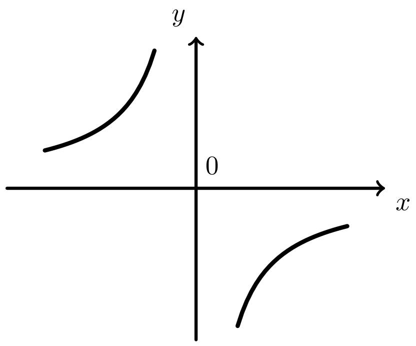
(A)



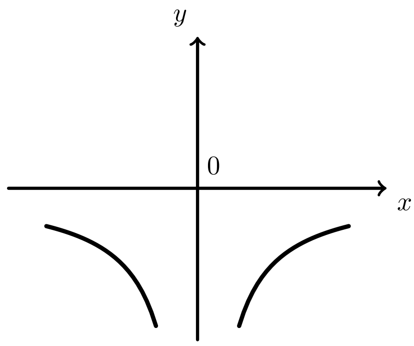
(B)



(C)



(D)



Exame – 2000, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 435)

33. Considere uma função h de domínio $\mathbb{R}^+$.
A reta de equação $y = -2$ é assíntota do gráfico de h.
Seja h' a função derivada de h.
Indique qual dos seguintes pode ser o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} h'(x)$

(A) 0 **(B)** -2 **(C)** $+\infty$ **(D)** $-\infty$

Exame – 1999, Prova para militares (cód. 135)

34. Na figura ao lado estão representadas:

- parte do gráfico da função g, de domínio $\mathbb{R}$ definida por

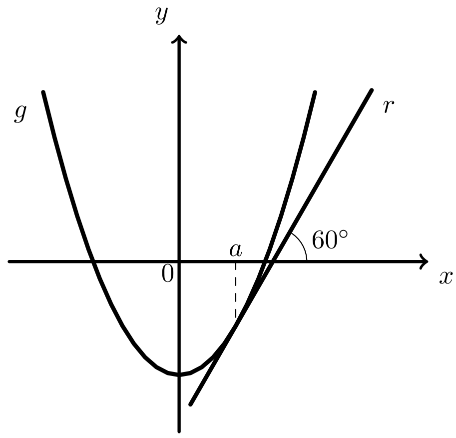
$$g(x) = \sqrt{3}x^2 - 1$$

- uma reta r, tangente ao gráfico de g, no ponto de abcissa a

A inclinação da reta r é 60º.

Indique o valor de a

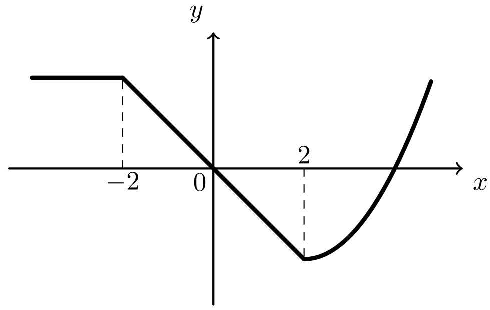
(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$



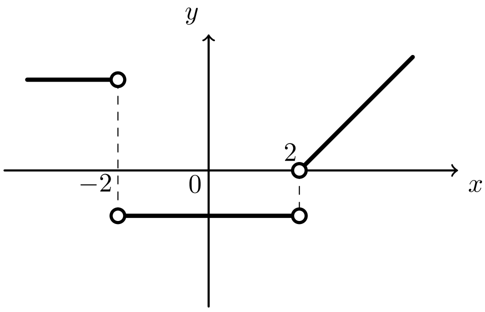
Exame – 1999, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)

35. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$.

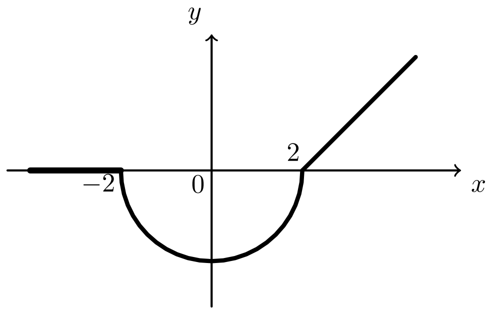
Em qual das opções seguintes pode estar a representação gráfica da função h', função derivada de h?



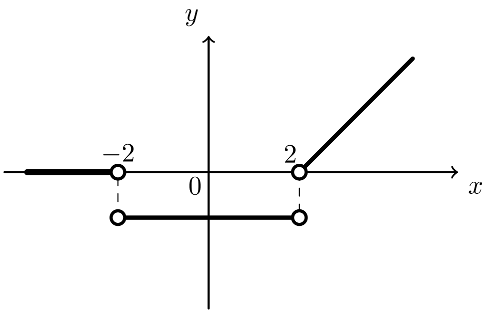
(A)



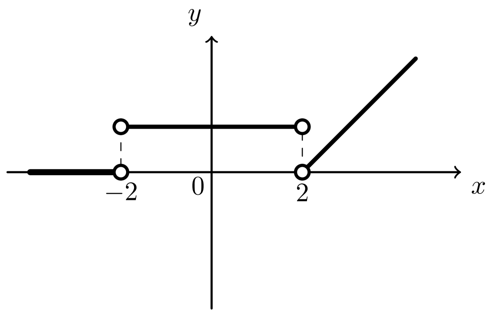
(B)



(C)



(D)



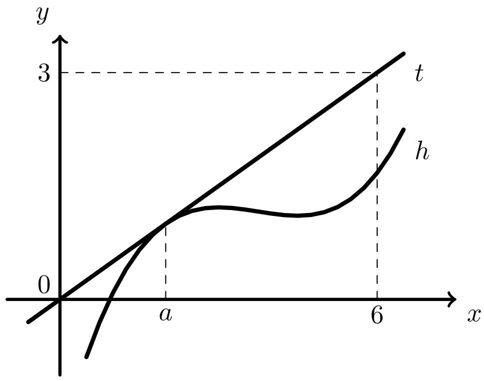
Exame – 1998, Prova modelo (cód. 135)

36. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$, e de uma reta t, tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa a.

A reta t passa pela origem do referencial e pelo ponto de coordenadas (6,3).

Qual é o valor de $h'(a)$?

(A) $-\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{1}{6}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$



Exame – 1997, 1ª fase - 1ª chamada (cód. 135)