Números Complexos (12.º ano)

Operações e simplificação de expressões

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, o losango $[ABCD]$, com $\overline{AB} = 5$.

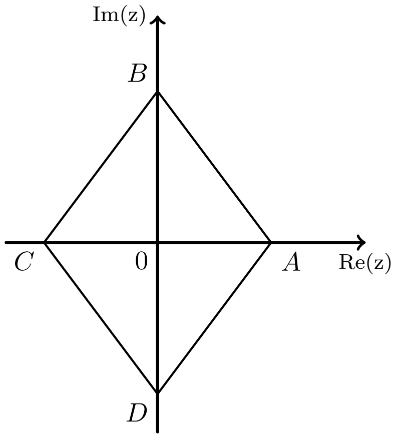
   Os pontos A, B, C e D são os afixos dos números complexos z_1, z_2, z_3 e z_4, respetivamente.

   Sabe-se que:

   - z_1 e z_3 são números reais e $|z_1 - z_3| = 6$;
   - z_2 e z_4 são imaginários puros .

   Qual dos seguintes números complexos é igual a $z_2 \times z_4$?

   (A) 25 **(B)** 16 **(C)** -16 **(D)** -25



Exame – 2024, Ép. especial

2. Considere o ponto A, afixo no plano complexo do número $z = -2i$.

   Qual dos seguintes números complexos tem como afixo o transformado do ponto A por uma rotação de centro na origem e de ângulo orientado de amplitude $\frac{\pi}{3}$ radianos?

   (A) $\sqrt{3} - i$ **(B)** $-\sqrt{3} + i$ **(C)** $1 - \sqrt{3}i$ **(D)** $-1 + \sqrt{3}i$

Exame – 2024, 2.ª Fase

3. Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{7}$.

   Qual dos seguintes valores é um argumento de $2iz$?

   (A) $\frac{5\pi}{14}$ **(B)** $\frac{9\pi}{14}$ **(C)** $\frac{6\pi}{7}$ **(D)** $\frac{8\pi}{7}$

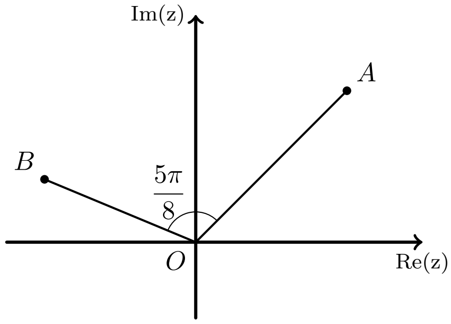
Exame – 2023, Ép. especial

4. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, os pontos A e B.

O ponto O é a origem do referencial.

O ponto A é o afixo de um número complexo z tal que $\mathrm{Im}\,(z) = \mathrm{Re}\,(z)$ e $\mathrm{Re}\,(z) > 0$.
O ponto B é o afixo de um número complexo w tal que o ângulo convexo AOB tem amplitude $\frac{5\pi}{8}$ radianos.

Qual dos valores seguintes é um argumento de $w \times z$?



(A) $\frac{3\pi}{8}$ **(B)** $\frac{5\pi}{8}$ **(C)** $\frac{9\pi}{8}$ **(D)** $\frac{11\pi}{8}$

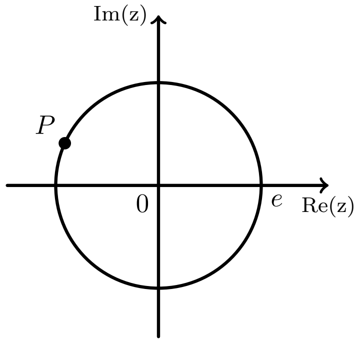
Exame – 2023, 1.ª Fase

5. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere o número complexo $z = ee^{ie}$.

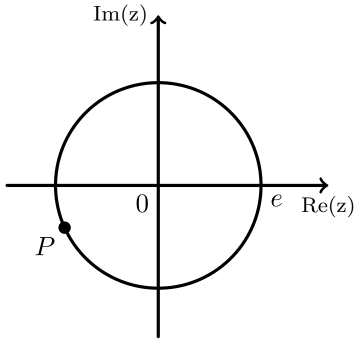
Seja P o afixo de z no plano complexo.

Em qual das opções seguintes pode estar representado, no plano complexo, o ponto P ?

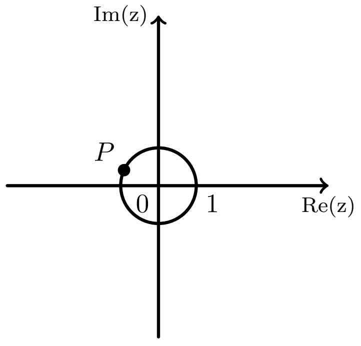
(A)



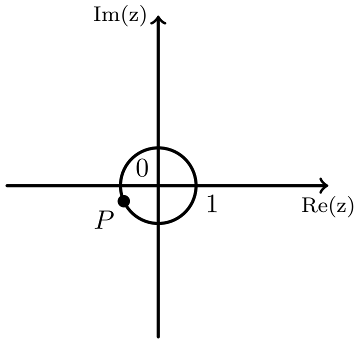
(B)



(C)



(D)



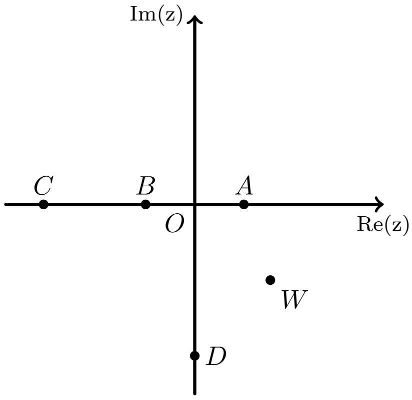
Exame – 2022, Ép. especial

6. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, os afixos de cinco números complexos.

   O ponto A pertence ao semieixo real positivo, os pontos B e C pertencem ao semieixo real negativo, e o ponto D pertence ao semieixo imaginário negativo.

   O ponto W é o afixo de um número complexo w tal que $\mathrm{Im}\,(w) = -\,\mathrm{Re}\,(w)$ e $\mathrm{Re}\,(w) > 1$.

   Qual dos pontos seguintes pode ser o afixo do número complexo $-iw^2$?



   (A) Ponto A **(B)** Ponto B **(C)** Ponto C **(D)** Ponto D

Exame – 2022, 1.ª Fase

7. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere os números complexos z_1 e z_2 e tais que, para $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, $z_1 = e^{i\theta}$ e $z_2 = 2e^{i(\theta+\pi)}$

   A qual dos quadrantes do plano complexo pertence o afixo do número complexo $z_1 + z_2$?

   (A) Primeiro **(B)** Segundo **(C)** Terceiro **(D)** Quarto

Exame – 2021, Ép. especial

8. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 2e^{i\frac{3\pi}{5}}$

   Seja w o número complexo tal que $z \times w = i$

   Qual dos valores seguintes é um argumento do número complexo w ?

   (A) $\dfrac{19\pi}{10}$ **(B)** $\dfrac{2\pi}{5}$ **(C)** $-\dfrac{2\pi}{5}$ **(D)** $-\dfrac{19\pi}{10}$

Exame – 2021, 2.ª Fase

9. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = -3 + 2i$, $z_2 = 1 + 2i$ e $z_3 = 2 - i$

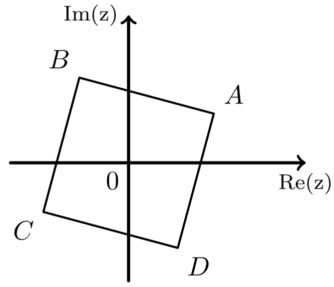
   Seja w o número complexo tal que $w = \dfrac{z_1 \times z_2}{z_3}$

   Mostre, sem recorrer à calculadora, que a proposição seguinte é verdadeira.

$$|w| = \sqrt{13} \ \wedge \ \mathrm{Arg}\,(w) \in \left]-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}\right[$$

Exame – 2021, 1.ª Fase

10. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, o quadrado $[ABCD]$, cujo centro coincide com a origem.



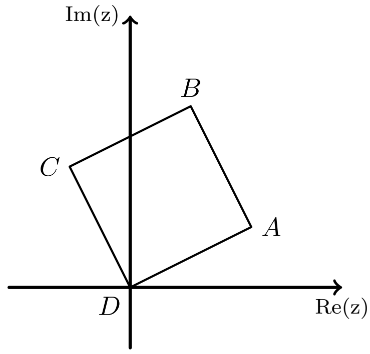
Os pontos A, B, C e D são os afixos imagens geométricas) dos números complexos z_1, z_2, z_3 e z_4, respetivamente.

A que é igual $z_1 + z_2 + z_3 + z_4$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3

Exame – 2019, Ép. especial

11. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, o quadrado $[ABCD]$



Sabe-se que o ponto A é o afixo (imagem geométrica) de um número complexo z e que o ponto D é o afixo (imagem geométrica) do complexo nulo.

Qual é o número complexo cujo afixo (imagem geométrica) é o ponto B ?

(A) $z(1+i)$ **(B)** iz **(C)** $i^3 z$ **(D)** $z(2+i)$

Exame – 2019, 2.ª Fase

12. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z = -1 + 2i$

Seja θ o menor argumento positivo do número complexo $\overline{z}$ (conjugado de z).

A qual dos intervalos seguintes pertence θ ?

(A) $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$ **(B)** $\left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$ **(C)** $\left]\pi, \frac{5\pi}{4}\right[$ **(D)** $\left]\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right[$

Exame – 2019, 1.ª Fase

13. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a expressão $i^0 + i^1 + i^2 + ... i^{2018}$ é igual a

(A) i **(B)** $-i$ **(C)** $-1+i$ **(D)** $1+i$

Exame – 2018, Ép. especial

14. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = \dfrac{(2-i)^2 + 1 + i}{1-2i} + 3i^{15}$

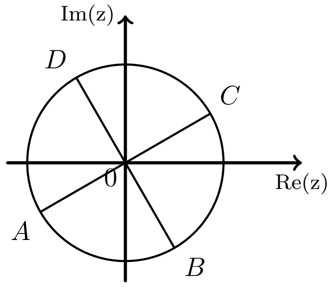
Escreva o complexo $-\dfrac{1}{2} \times \overline{z}$ na forma trigonométrica.

Exame – 2018, 2.ª Fase

15. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, uma circunferência de centro na origem e dois diâmetros perpendiculares dessa circunferência, $[AC]$ e $[BD]$

Sabe-se que o ponto A é a imagem geométrica de um certo complexo z

Qual é a imagem geométrica do complexo $i^3 z$?



(A) Ponto A **(B)** Ponto B **(C)** Ponto C **(D)** Ponto D

Exame – 2017, Ép. especial

16. Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{5}$

Qual dos seguintes valores é um argumento do número complexo $-5iz$?

(A) $-\frac{3\pi}{10}$ **(B)** $-\frac{4\pi}{5}$ **(C)** $-\frac{7\pi}{5}$ **(D)** $-\frac{13\pi}{10}$

Exame – 2017, 2.ª Fase

17. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $\left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$

Considere o número complexo $z = -3e^{i\theta}$

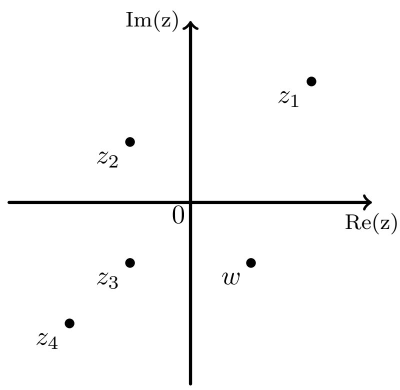
A que quadrante pertence a imagem geométrica do complexo z ?

(A) Primeiro **(B)** Segundo **(C)** Terceiro **(D)** Quarto

Exame – 2016, 1.ª Fase

18. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas dos números complexos: w, z_1, z_2, z_3 e z_4.

Qual é o número complexo que pode ser igual a $-2iw$?



(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

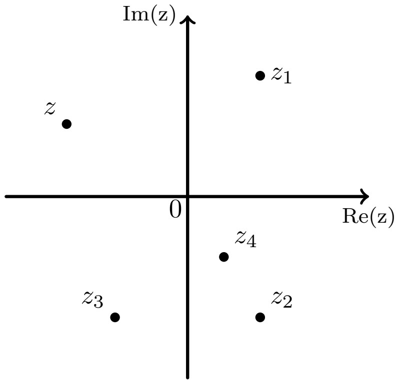
Exame – 2014, Ép. especial

19. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas dos números complexos: z, z_1, z_2, z_3 e z_4.

Sabe-se que w é um número complexo tal que $z = i \times \overline{w}$

Qual é o número complexo que pode ser igual a w?

(A) z_4 **(B)** z_3 **(C)** z_2 **(D)** z_1



Exame – 2013, Ép. especial

20. Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z = 2 + bi$, com $b < 0$
Seja $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$
Qual dos números complexos seguintes pode ser o conjugado de z?

(A) $\frac{3}{2}e^{i\alpha}$ **(B)** $3e^{i(-\alpha)}$ **(C)** $3e^{i\alpha}$ **(D)** $\frac{3}{2}e^{i(-\alpha)}$

Exame – 2013, 2.ª Fase

21. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.
Seja $\alpha \in [-\pi,\pi[$
Mostre que $\dfrac{\cos(\pi - \alpha) + i\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\alpha + i\operatorname{sen}\alpha} = e^{i(\pi - 2\alpha)}$

Exame – 2013, 2.ª Fase

22. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = -8 + 6i$ e $w = \dfrac{-i \times z^2}{\overline{z}}$
Seja α um argumento do número complexo z
Qual das opções seguintes é verdadeira?

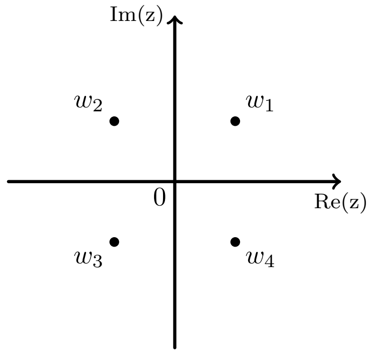
(A) $w = 10e^{i\left(3\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ **(B)** $w = 2e^{i\left(3\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ **(C)** $w = 10e^{i\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ **(D)** $w = 2e^{i\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$

Exame – 2013, 1.ª Fase

23. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos: w_1, w_2, w_3 e w_4

Qual é o número complexo que, com $n \in \mathbb{N}$, pode ser igual a $i^{8n} \times i^{8n-1} + i^{8n-2}$?

(A) w_1 **(B)** w_2 **(C)** w_3 **(D)** w_4



Exame – 2013, 1.ª Fase

24. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z = e^{i\theta}$, em que θ é um número real pertencente ao intervalo $\left]\frac{3\pi}{4}, \pi\right[$
Seja $w = z^2 - 2$
A que quadrante do plano complexo pertence a imagem geométrica de w?

(A) Primeiro quadrante. **(B)** Segundo quadrante.

(C) Terceiro quadrante. **(D)** Quarto quadrante.

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013

25. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de $\frac{i^6 + 2i^7}{2 - i}$ Apresente o resultado na forma algébrica.

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013

26. Sejam k e p dois números reais tais que os números complexos $z = 1 + i$ e $w = (k-1) + 2p\,i^{11}$ sejam inversos um do outro.
Qual é o valor de $k + p$?

(A) $-\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{5}{4}$ **(D)** $\frac{7}{4}$

Exame – 2012, Ép. especial

27. Seja k um número real, e sejam $z_1 = 2 + i$ e $z_2 = 3 - ki$ dois números complexos.
Qual é o valor de k para o qual $z_1 \times \overline{z_2}$ é um imaginário puro?

(A) $\frac{3}{2}$ **(B)** $-\frac{3}{2}$ **(C)** 1 **(D)** 6

Exame – 2012, 2.ª Fase

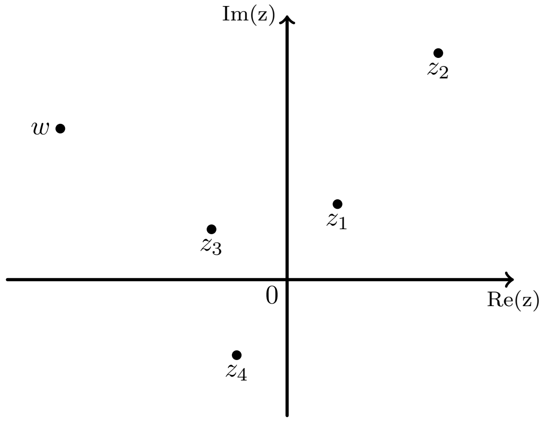
28. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.
Seja n um número natural.

Determine $\frac{\sqrt{3} \times i^{4n-6} + 2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}}{2e^{i\frac{\pi}{5}}}$, sem recorrer à calculadora.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame – 2012, 2.ª Fase

29. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos: w, z_1, z_2, z_3 e z_4



Qual é o número complexo que pode ser igual a $\dfrac{w}{3i}$?

(A) z_1

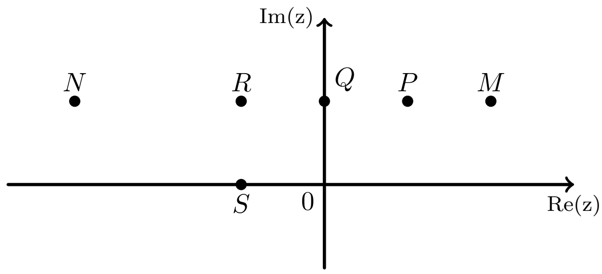
(B) z_2

(C) z_3

(D) z_4

Exame – 2012, 1.ª Fase

30. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, seis pontos, M, N, P, Q, R e S



Sabe-se que:

- o ponto M é a imagem geométrica do número complexo $z_1 = 2 + i$
- o ponto N é a imagem geométrica do número complexo $z_1 \times z_2$

Qual dos pontos seguintes pode ser a imagem geométrica do número complexo z_2 ?

(A) ponto P **(B)** ponto Q **(C)** ponto R **(D)** ponto S

Exame – 2011, Prova especial

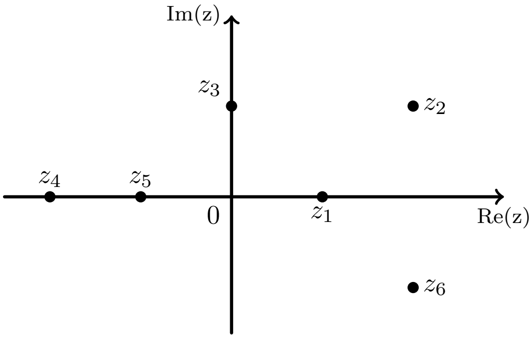
31. Sejam k e p dois números reais e sejam $z_1 = (3k + 2) + pi$ e $z_2 = (3p - 4) + (2 - 5k)i$ dois números complexos.
Quais são os valores de k e de p para os quais z_1 é igual ao conjugado de z_2?

(A) $k = -1$ e $p = 3$ **(B)** $k = 1$ e $p = 3$

(C) $k = 0$ e $p = -2$ **(D)** $k = 1$ e $p = -3$

Exame – 2011, Ép. especial

32. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, as imagens geométricas de seis números complexos, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 e z_6



Qual é o número complexo que pode ser igual a $(z_2 + z_4) \times i$?

(A) z_1

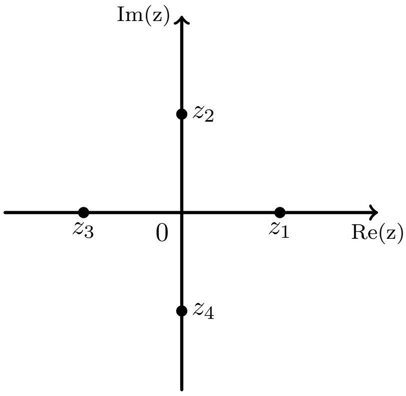
(B) z_3

(C) z_5

(D) z_6

Exame – 2011, 2.ª Fase

33. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos z_1, z_2, z_3 e z_4

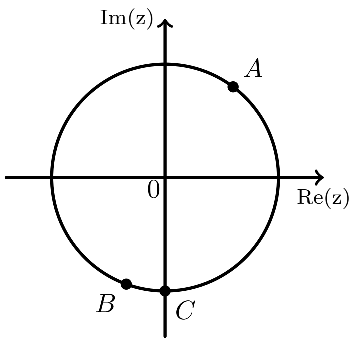


Qual é o número complexo que, com $n \in \mathbb{N}$, pode ser igual a $i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2}$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Exame – 2011, 1.ª Fase

34. Na figura ao lado, está representada, no plano complexo, uma circunferência de centro na origem O do referencial.



Os pontos A, B e C pertencem à circunferência.
O ponto A é a imagem geométrica do número complexo $3 + 4i$
O ponto C pertence ao eixo imaginário.
O arco BC tem $\frac{\pi}{9}$ radianos de amplitude.
Qual é o número complexo cuja imagem geométrica é o ponto B?

(A) $5e^{i\left(\frac{10\pi}{9}\right)}$ **(B)** $5e^{i\left(\frac{25\pi}{18}\right)}$ **(C)** $7e^{i\left(\frac{10\pi}{9}\right)}$ **(D)** $7e^{i\left(\frac{25\pi}{18}\right)}$

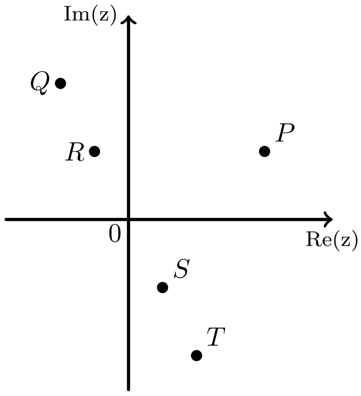
Teste Intermédio 12.º ano – 26.05.2011

35. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo, os pontos P, Q, R, S e T.

O ponto P é a imagem geométrica de um número complexo z

Qual dos pontos seguintes, representados na figura ao lado, é a imagem geométrica do número complexo $-i \times z$?

(A) Q **(B)** R **(C)** S **(D)** T



Exame – 2010, Ép. especial

36. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 3e^{i\left(\frac{\pi}{8}-\theta\right)}$, com $\theta \in \mathbb{R}$
Para qual dos valores seguintes de θ podemos afirmar que z é um número imaginário puro?

(A) $-\frac{\pi}{2}$ **(B)** $\frac{\pi}{2}$ **(C)** $\frac{\pi}{8}$ **(D)** $\frac{5\pi}{8}$

Exame – 2010, 1.ª Fase

37. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Determine $\dfrac{(1+2i)(3+i)-i^6+i^7}{3i}$, **sem recorrer à calculadora**.

Apresente o resultado na forma $x + yi$, com $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$

Teste Intermédio 12.º ano – 19.05.2010

38. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Considere o número complexo $z = i.e^{i\theta}$.

Qual dos números complexos seguintes é o conjugado de z?

(A) $e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(B)** $e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(C)** $e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$ **(D)** $e^{i\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}$

Exame – 2009, Ép. especial

39. Considere, em $\mathbb{C}$, o número complexo $z_1 = 3 - 2i$.

Determine, **sem recorrer à calculadora**, o número complexo $z = \dfrac{z_1 + z_1^2 + 2i^{43}}{8e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)}}$.
Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame – 2009, Ép. especial

40. Seja z um número complexo, em que um dos argumentos é $\frac{\pi}{3}$.

Qual dos valores seguintes é um argumento de $\frac{2i}{\overline{z}}$, sendo $\overline{z}$ o conjugado de z?

(A) $\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{2}{3}\pi$ **(C)** $\frac{5}{6}\pi$ **(D)** $\frac{7}{6}\pi$

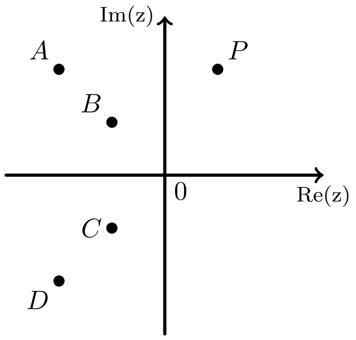
Exame – 2009, 1.ª Fase

41. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = \frac{i}{1-i} - i^{18}$.

Determine z_1 na forma trigonométrica, **sem recorrer à calculadora**.

Exame – 2009, 1.ª Fase

42. Para um certo número real positivo ρ e para um certo número real α compreendido entre 0 e $\frac{\pi}{2}$, o número complexo $\rho e^{i\alpha}$ tem por imagem geométrica o ponto P, representado na figura ao lado.



Qual é a imagem geométrica do número complexo $\frac{\rho}{2}e^{i(2\alpha)}$?

(A) O ponto A **(B)** O ponto B

(C) O ponto C **(D)** O ponto D

Teste Intermédio 12.º ano – 27.05.2009

43. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Determine $\frac{(2+i)^2 + 1 + 6i^{35}}{1+2i}$ **sem recorrer à calculadora**.

Apresente o resultado na forma algébrica.

Teste Intermédio 12.º ano – 27.05.2009

44. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam o número $z_1 = (1-i).\left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$ e $z_2 = 8e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ (i designa a unidade imaginária).

Determine, **sem recorrer à calculadora**, o número complexo $w = \frac{z_1}{z_2}$.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame – 2008, Ép. especial

45. Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{6}$.

Qual dos seguintes valores é um argumento de $-z$?

(A) $-\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{5}{6}\pi$ **(C)** π **(D)** $\frac{7}{6}\pi$

Exame – 2008, 2.ª Fase

46. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 1 - i$ (i designa a unidade imaginária).

Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\dfrac{2z_1 - i^{18} - 3}{1 - 2i}$.

Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame – 2008, 2.ª Fase

47. Seja $z = 3i$ um número complexo.
Qual dos seguintes valores é um argumento de z?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{2}\pi$ **(C)** π **(D)** $\frac{3}{2}\pi$

Exame – 2008, 1.ª fase

48. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja i a unidade imaginária.
Seja n um número natural tal que $i^n = -i$.
Indique qual dos seguintes é o valor de i^{n+1}.

(A) 1 **(B)** i **(C)** -1 **(D)** $-i$

Exame – 2007, 2.ª fase

49. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam:

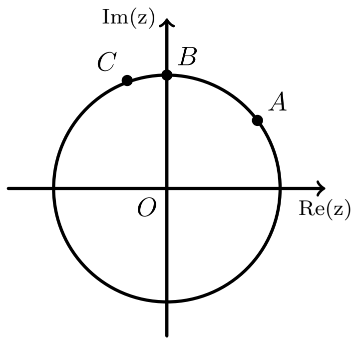
$$z_1 = 3 + yi \qquad \text{e} \qquad z_2 = 4iz_1$$

(i é a unidade imaginária e y designa um número real).
Considere que, para qualquer número complexo z não nulo, $\arg(z)$ designa o argumento z de que pertence ao intervalo $[0, 2\pi[$.
Admitindo que $\arg(z_1) = \alpha$ e que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ determine o valor de $\arg(-z_2)$ em função de α.

Exame – 2007, 2.ª fase

50. Na figura seguinte está representada, no plano complexo, uma circunferência de centro na origem do referencial.

Os pontos A, B e C pertencem à circunferência.
O ponto A é a imagem geométrica do número complexo $4 + 3i$
O ponto B pertence ao eixo imaginário.
O arco BC tem 18 graus de amplitude.
Em cada uma das quatro alternativas que se seguem, está escrito um número complexo na forma trigonométrica (os argumentos estão expressos em radianos).



Qual deles tem por imagem geométrica o ponto C?

(A) $7e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ **(B)** $7e^{i\left(\frac{3\pi}{5}\right)}$ **(C)** $5e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ **(D)** $5e^{i\left(\frac{3\pi}{5}\right)}$

Exame – 2006, Ép. especial

51. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Considere $z_1 = (2-i)\left(2+e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)$ e $z_2 = \frac{1}{5}e^{i\left(-\frac{\pi}{7}\right)}$
Sem recorrer à calculadora, escreva o número complexo $\frac{z_1}{z_2}$ na forma trigonométrica.

Exame – 2006, 2.ª fase

52. Considere, no plano complexo, um ponto A imagem geométrica de um certo número complexo z. Sabe-se que A não pertence a qualquer um dos eixos do plano complexo.
Seja B o ponto simétrico do ponto A, relativamente ao eixo imaginário.
Qual dos números complexos seguintes tem por imagem geométrica o ponto B?

(A) $\overline{z}$ **(B)** $\frac{1}{z}$ **(C)** $-\overline{z}$ **(D)** $-z$

Exame – 2005, Ép. especial

53. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w_1 = 1+i, \qquad w_2 = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{12}\right)} \qquad \text{e} \qquad w_3 = \sqrt{3}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$$

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{w_1 \times w_2 - 2}{w_3}$
Apresente o resultado na **forma algébrica**.

Exame – 2005, 2.ª fase

54. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Considere $w = \frac{2+i}{1-i} - i$
Sem recorrer à calculadora, escreva w na forma trigonométrica.

Exame – 2005, 1.ª fase

55. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere
$w = 4-3i$ (i designa a unidade imaginária)

55.1. **Sem recorrer à calculadora**, calcule, na forma algébrica, $2i + \frac{w^2}{i}$

55.2. Seja α um argumento do número complexo w.
Exprima, na forma trigonométrica, em função de α, o produto de i pelo conjugado de w.

Exame – 2004, 2.ª fase

56. Em $\mathbb{C}$, considere os números complexos: $z_1 = -6+3i$ e $z_2 = 1-2i$

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{z_1 + i^{23}}{z_2}$, apresentando o resultado final na forma trigonométrica.

Exame – 2004, 1.ª fase

57. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z = 2e^{i\left(\theta - \frac{\pi}{5}\right)}$$

Para qual dos seguintes valores de θ é que z é um número real?

(A) $\frac{6\pi}{5}$ **(B)** $\frac{7\pi}{5}$ **(C)** $\frac{8\pi}{5}$ **(D)** $\frac{9\pi}{5}$

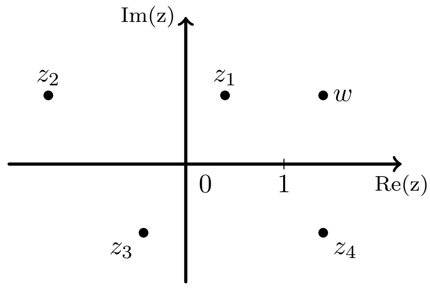
Exame – 2003, Prova para militares

58. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos:

w, z_1, z_2, z_3 e z_4.

Qual é o número complexo que pode ser igual a $1 - w$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4



Exame – 2003, 2.ª fase

59. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$z_1 = 2 - 2i$ e $z_2 = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{5\pi}{4}\right)}$

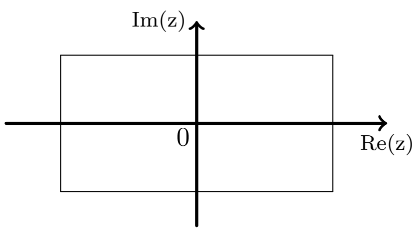
Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{z_1}{z_2}$ apresentando o resultado na forma algébrica.

Exame – 2003, 1.ª fase - 1.ª chamada

60. Na figura ao lado está representado um retângulo de comprimento 4 e largura 2, centrado na origem do plano complexo.

Seja z um número complexo qualquer, cuja imagem geométrica está situada no interior do retângulo.

Qual dos seguintes números complexos tem também, necessariamente, a sua imagem geométrica no interior do retângulo?



(A) z^{-1} **(B)** $\overline{z}$ **(C)** z^2 **(D)** $2z$

Exame – 2002, 2.ª fase

61. De dois números complexos z_1 e z_2 sabe-se que:

- um argumento de z_1 é $\frac{\pi}{3}$
- o módulo de z_2 é 4

Seja $w = \frac{-1+i}{i}$

Justifique que w é diferente de z_1 e de z_2

Exame – 2002, 1.ª fase - 2.ª chamada

62. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja

$$z_1 = 1 + i \qquad (i \text{ designa a unidade imaginária}).$$

Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\dfrac{z_1 + i^{23} + 4}{2 - i}$
Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame – 2001, Ép. especial

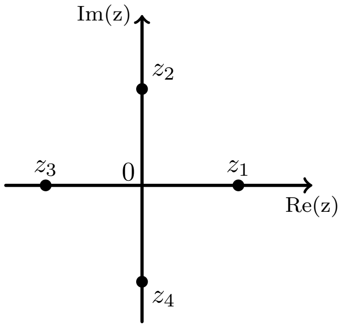
63. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w = 2 + i \qquad (i \text{ designa a unidade imaginária}).$$

Averigue se o inverso de w é, ou não, $\sqrt{2}e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

Exame – 2001, 2.ª fase

64. Seja w um número complexo diferente de 0, cuja imagem geométrica, no plano complexo, está no primeiro quadrante e pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.
Seja $\overline{w}$ o conjugado de w.
Na figura ao lado estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos: z_1, z_2, z_3 e z_4.



Qual deles pode ser igual a $\dfrac{w}{\overline{w}}$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Exame – 2001, 1.ª fase - 1.ª chamada

65. Seja z um número complexo de argumento $\dfrac{\pi}{5}$

Qual poderá ser um argumento do **simétrico** de z?

(A) $-\dfrac{\pi}{5}$ **(B)** $\pi + \dfrac{\pi}{5}$ **(C)** $\pi - \dfrac{\pi}{5}$ **(D)** $2\pi + \dfrac{\pi}{5}$

Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada

66. Seja A o conjuntos dos números complexos cuja imagem, no plano complexo, é o interior do círculo de centro na origem do referencial e raio 1.

Sem recorrer à calculadora, mostre que o número complexo $\dfrac{1 + \sqrt{3}i}{4e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}}$ pertence ao conjunto A.

Exame – 2000, 1.ª fase - 1.ª chamada

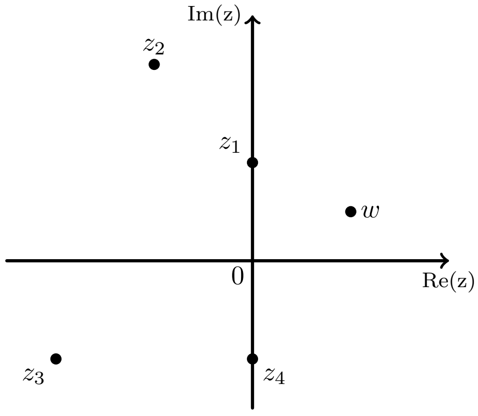
67. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Na figura ao lado estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos:

w, z_1, z_2, z_3 e z_4

Qual deles pode ser igual a $2iw$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4



Exame – 2000, Prova modelo