Funções (12.º ano)

Limites e continuidade

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Seja f uma função contínua, de domínio $[0, +\infty[$, com $f(0) = 2$, e seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}$, definida, para um certo valor de k real, por

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \geq 0 \\ \\ \dfrac{e^{-k}(e^x - 1)}{-x^2 + 2x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de k , sabendo que a função g é contínua em $x = 0$.

Exame – 2024, 2.ª Fase

2. Considere, para um certo valor de k real, a função g , de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x}{e^{x-1} - 1} - e^{x-k} & \text{se } x < 1 \\ \\ x^2 - 3x - 2\ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Sabe-se que a função g é contínua em $x = 1$.

Determine o valor de k .

Exame – 2024, 1.ª Fase

3. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{4x - 4}{e^{x-1} - 1} & \text{se } x < 1 \\ \\ 7 \times 3^{x-1} - 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função g é contínua em $x = 1$.

Exame – 2023, 1.ª Fase

4. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{3x}{e^{5x}-1} & \text{se } x\neq 0 \\ \\ \dfrac{3}{5} & \text{se } x=0 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função f é contínua em $x=0$.

Exame – 2022, Ép. especial

5. Para conhecer a variação do número de bactérias de uma determinada estirpe, colocou-se num tubo de ensaio fechado, com alguns nutrientes, um certo número de bactérias dessa estirpe.

Admita que, nessas condições, o número, N, em milhares, de bactérias vivas existentes no tubo, t horas após a sua colocação nesse tubo, é dado por

$$N(t)=N_0e^{1{,}08t-0{,}3t^2}$$

em que N_0 representa a dimensão, em milhares, da população inicial.

Com o decorrer do tempo, para que tende o número de bactérias vivas existentes no tubo?

(A) $+\infty$ **(B)** $0{,}78N_0$ **(C)** N_0 **(D)** 0

Exame – 2021, Ép. especial

6. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, para um certo número real k, a função g, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, definida por

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-x}{x^2-x}+k & \text{se } x<0 \\ \\ 2+x\ln x & \text{se } x>0 \end{cases}$$

Sabe-se que existe $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$

Determine o valor de k

Exame – 2021, 2.ª Fase

7. Seja f a função, de domínio $]0,+\infty[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases} -x^2(1+2\ln x) & \text{se } 0<x\leq 1 \\ \\ \dfrac{5-5e^{x-1}}{x^2+3x-4} & \text{se } x>1 \end{cases}$$

Averigue. sem recorrer à calculadora, se a função f é contínua em $x=1$

Exame – 2021, 1.ª Fase

8. Para um certo número real k , seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x}{k - kx} & \text{se } x < 1 \\ \\ x^2 - 10 + 8\ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Sabe-se que g é contínua no ponto 1

Qual é o valor de k?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{7}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** $\frac{1}{9}$

Exame – 2020, Ép. especial

9. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 1}{x^2 + x - 2} & \text{se } x > 1 \\ \\ k & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Exame – 2019, Ép. especial

10. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 k & \text{se } x = 1 \\ \\ \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se } x \neq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 5 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 9

Exame – 2019, 2.ª Fase

11. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \ln x$

Considere a sucessão de termo geral $u_n = \dfrac{n}{e^n}$

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) $-\infty$ **(B)** 0 **(C)** e **(D)** $+\infty$

Exame – 2016, 2.ª Fase

12. O José e o António são estudantes de Economia. O José pediu emprestados 600 euros ao António para comprar um computador, tendo-se comprometido a pagar o empréstimo em prestações mensais sujeitas a um certo juro.

    Para encontrarem as condições de pagamento do empréstimo, os dois colegas adaptaram uma fórmula que tinham estudado e estabeleceram um contrato.
    Nesse contrato, a prestação mensal p, em euros, que o José tem de pagar ao António é dada por

$$p = \frac{600x}{1 - e^{-nx}}$$

    em que n é o número de meses em que o empréstimo será pago e x é a taxa de juro mensal.

    Determine, recorrendo a métodos analíticos, $\lim\limits_{x \to 0} \frac{600x}{1 - e^{-nx}}$, em função de n, e interprete o resultado no contexto da situação descrita.

Exame – 2016, 2.ª Fase

13. Seja a um número real diferente de 0

    Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to a} \frac{ae^{x-a} - a}{x^2 - a^2}$?

    (A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** 1 **(D)** 2

Exame – 2016, 1.ª Fase

14. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + e^{x+k} & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{2x + \ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

    Qual é o valor de k ?

    (A) 0 **(B)** 1 **(C)** $\ln 2$ **(D)** $\ln 3$

Exame – 2015, 2.ª Fase

15. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$
    Considere a sucessão de termo geral $u_n = n^2$

    Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

    (A) 0 **(B)** 1 **(C)** e **(D)** $-\infty$

Exame – 2015, 1.ª fase

16. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x-4} - 3x + 11}{4 - x} & \text{se } x < 4 \\ \\ \ln(2e^x - e^4) & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

Recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, averigue se a função f é contínua em $x = 4$

Exame – 2014, 1.ª Fase

17. Considere, para um certo número real k positivo, a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x}{1 - e^{2x}} & \text{se } x < 0 \\ \\ \ln k & \text{se } x = 0 \\ \\ \dfrac{x}{2} - \ln\left(\dfrac{6x}{x+1}\right) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Determine k de modo que $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = f(0)$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2013, Ép. especial

18. Para um certo número real k, positivo, seja f a função, de domínio $]-\infty,1[$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \ln(k - x) & \text{se } x \leq 0 \\ \\ 2e^x + \dfrac{1}{\ln x} & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

Sabe-se que f é contínua.
Qual é o valor de k?

(A) $\ln 2$ **(B)** e^2 **(C)** $\ln 3$ **(D)** e^3

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013

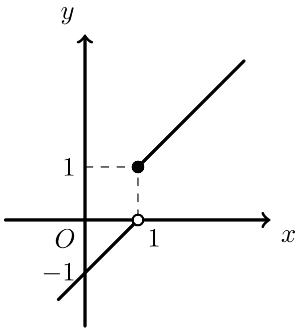
19. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x-1}-1}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \\ \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Seja g uma outra função, de domínio $\mathbb{R}$

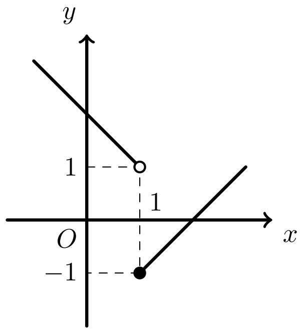
Sabe-se que a função $f \times g$ é contínua no ponto 1

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função g?

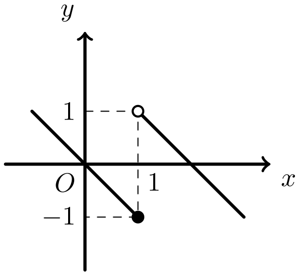
(A)



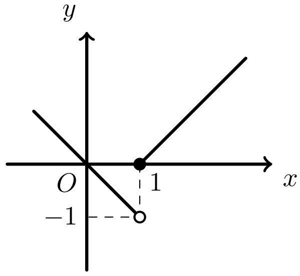
(B)



(C)



(D)



Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

20. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se } x \leq 4 \\ \\ \dfrac{\ln(3x-11)}{x-4} & \text{se } x > 4 \end{cases}$

Averigue se existe $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

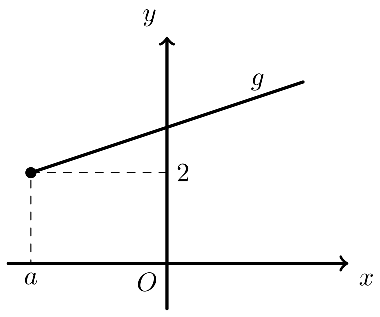
21. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x}{1-\sqrt{1-x^3}} & \text{se } x < 0 \\ \\ 1 - e^{k+1} & \text{se } x = 0 \text{ com } \quad k \in \mathbb{R} \\ \\ \dfrac{1-e^{4x}}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Determine k, de modo que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2012, 2.ª Fase

22. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função g, de domínio $[a, +\infty[$ com $a < -\dfrac{1}{3}$



Para esse valor de a, a função f, contínua em $\mathbb{R}$, é definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3\left(-x - \dfrac{1}{3}\right) & \text{se } x < a \\ \\ g(x) & \text{se } x \geq a \end{cases}$$

Qual é o valor de a?

(A) $-\dfrac{28}{3}$ **(B)** $-\dfrac{25}{3}$ **(C)** $-\dfrac{19}{3}$ **(D)** $-\dfrac{8}{3}$

Exame – 2012, 1.ª Fase

23. Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{xe^x - 2e^2}{x-2} & \text{se } x < 2 \\ \\ 3e^x + \ln(x-1) & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 2$

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2012

24. Para um certo valor de α e para um certo valor de β, é contínua no ponto 0 a função g, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ \\ \alpha & \text{se } x = 0 \\ \\ \beta - \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é esse valor de α e qual é esse valor de β?

(A) $\alpha = 1$ e $\beta = 2$ **(B)** $\alpha = 2$ e $\beta = 3$

(C) $\alpha = 1$ e $\beta = 3$ **(D)** $\alpha = 2$ e $\beta = 1$

Teste Intermédio 12.º ano – 13.03.2012

25. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + \dfrac{1 - e^{x-1}}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \qquad (k \text{ designa um número real})$$

Determine k, sabendo que f é contínua em $x = 1$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2011, Prova especial

26. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{1-e^{x+1}} + 1 & \text{se } x \neq -1 \\ \\ a+2 & \text{se } x = -1 \end{cases} \qquad (a \text{ é um número real.})$$

Determine a sabendo que f é contínua em $x = -1$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2011, Ép. especial

27. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x}-e^{x}}{x} & \text{se } x > 0 \\ \\ \ln(x^2+1) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$

Estude a continuidade da função h em $x = 0$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2010, Ép. especial

28. De uma função h, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- h é uma função par;
- $\lim\limits_{x \to +\infty} (h(x) - 2x) = 0$

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$?

(A) $+\infty$ **(B)** -2 **(C)** 0 **(D)** $-\infty$

Exame – 2010, 2.ª Fase

29. Seja a um número real diferente de zero.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{ax}-1}{ax^2+a^2x}$?

(A) $\dfrac{1}{a}$ **(B)** $\dfrac{1}{2a}$ **(C)** 0 **(D)** $+\infty$

Teste Intermédio 12.º ano – 19.05.2010

30. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x-\sqrt{2x}} & \text{se } 0 < x < 2 \\ \\ xe^{-x}+x+1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Usando exclusivamente métodos analíticos, averigúe se a função f é contínua em $x = 2$

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2010

31. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4}-x & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a continuidade de h no domínio $\mathbb{R}$.

Exame – 2009, 2.ª Fase

32. Num certo dia, o Fernando esteve doente e tomou, às 9 horas da manhã, um medicamento cuja concentração $C(t)$ no sangue, em mg/l, t horas após o medicamento ter sido ministrado, é dada por

$$C(t) = 2te^{-0{,}3t} \quad (t \geq 0)$$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, calcule $\lim\limits_{t\to+\infty} C(t)$ e interprete esse valor no contexto da situação apresentada.

Exame – 2009, 1.ª Fase

33. Considere a função g, de domínio $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 2x + \ln(1+x-x^2) & \text{se } -\dfrac{1}{2} \leq x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Verifique se a função g é contínua em $x = 1$, **sem recorrer à calculadora**.

Teste Intermédio 12.º ano – 27.05.2009

34. Para um certo valor de a, é **contínua** em $\mathbb{R}$ a função f definida por

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{se } x < a \\ x^2 - x + 3 & \text{se } x \geq a \end{cases}$$

Qual é o valor de a?

(A) -3 **(B)** -2 **(C)** 2 **(D)** 3

Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

35. Aqueceu-se água num recipiente, durante um determinado tempo, num local onde a temperatura ambiente é constante e igual a 25º Celsius. Interrompeu-se o processo de aquecimento, e nesse instante, a água começou a arrefecer.
O arrefecimento da água segue a Lei do arrefecimento de Newton, de acordo com o modelo matemático: $T(t) = 25 + 48e^{-0{,}05t}$, em que $T(t)$ representa a temperatura da água em graus Celsius, t minutos após o início do arrefecimento.
Recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, determine $T(0)$ e $\lim\limits_{t\to+\infty} T(t)$.
Interprete os valores obtidos, no contexto do problema.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos numéricos; sempre que proceder a arredondamentos, use quatro casas decimais.

Exame – 2008, Ép. especial

36. Num determinado dia, um grupo de amigos decidiu formar uma associação desportiva.
Admita que, t dias após a constituição da associação, o número de sócios é dado, aproximadamente, por:

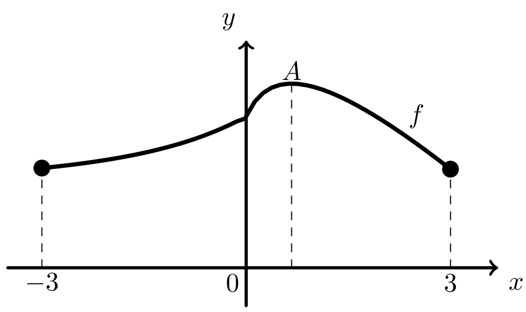
$$N(t) = \frac{2000}{1 + 199e^{-0{,}01t}}\ ,\ t \geq 0$$

Resolva, **usando métodos analíticos**, o item seguinte.
Determine $N(0)$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} N(t)$.
Interprete os valores obtidos, no contexto do problema.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use aproximações às milésimas.

Exame – 2008, 1.ª Fase

37. Seja f a função de domínio $[-3,3]$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1 + x}{x} & \text{se } -3 \leq x < 0 \\ 2 - x + \ln(1+3x) & \text{se } 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



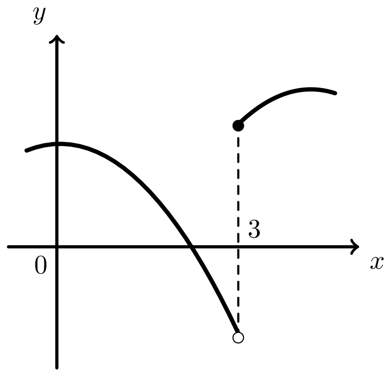
Na figura ao lado está representado o gráfico da função f
Tal como a figura sugere:

- A é o ponto do gráfico de f de ordenada máxima
- a abcissa do ponto A é positiva

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que, tal como a figura sugere, f é contínua no ponto 0.

Teste Intermédio 12.º ano – 29.04.2008

38. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f, real de variável real.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{f(x)} = 0$ **(B)** $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{f(x)} = \dfrac{1}{2}$

(C) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{f(x)} = -\dfrac{1}{2}$ **(D)** Não exite $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{f(x)}$

Exame – 2007, 2.ª fase

39. Identifique o valor de $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{1}{4 - x^2}$

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** $+\infty$ **(D)** $-\infty$

Exame – 2007, 1.ª fase

40. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x}{x^3 + x} & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{3x^2 - x\ln(x+1)}{x^2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(ln designa logaritmo de base e)

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, averigue se a função f é contínua em $x = 0$. Justifique a sua resposta.

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2007

41. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{2x} & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{2x+1}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Relativamente à continuidade da função g, no ponto de abcissa 0, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) É contínua

(B) É contínua à esquerda e descontínua à direita

(C) É contínua à direita e descontínua à esquerda

(D) É descontínua à esquerda e à direita

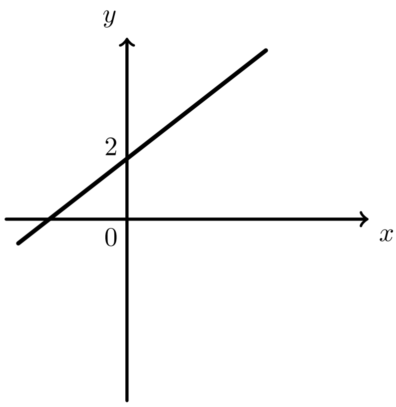
Exame – 2006, Ép. especial

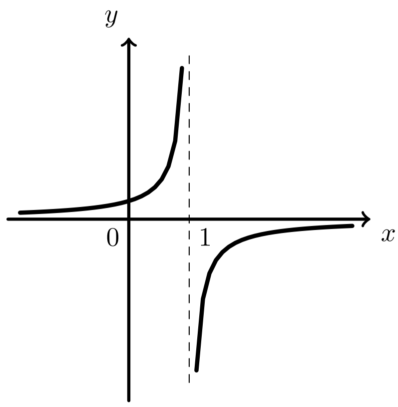
42. De duas funções, f e g, sabe-se que:

- o gráfico de f é uma reta, cuja ordenada na origem é igual a 2;
- o gráfico de g é uma hipérbole.

Nas figuras ao lado estão representadas parte dessa reta e parte dessa hipérbole.

A reta de equação $x = 1$ é assintota do gráfico de g





Indique o valor de $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{f(x)}{g(x)}$

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** $+\infty$ **(D)** $-\infty$

Exame – 2006, 2.ª Fase

43. Com o objetivo de estudar as leis do aquecimento e do arrefecimento, realizou-se, num laboratório de Física, a seguinte experiência: aqueceu-se ao lume uma certa quantidade de água, durante cinco minutos; passado este tempo, apagou-se o lume e deixou-se a água a arrefecer. A temperatura da água foi sendo medida, ao longo do decorrer da experiência.
Admita que:

- neste laboratório, a temperatura ambiente é constante;
- a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, era igual à temperatura ambiente;
- depois de se ter apagado o lume, a temperatura da água tende, com o passar do tempo, a igualar a temperatura ambiente.

Em resultado da experiência, concluiu-se que a relação entre a temperatura da água e o tempo t, contado em minutos, a partir do instante em que se colocou a água ao lume, é modelada por uma, e uma só, das quatro funções a, b, c e d, definidas a seguir:

$$a(t) = \begin{cases} 24 - 2t & \text{se } 0 \leq t \leq 5 \\ 24 - 10e^{-0{,}04(t-5)} & \text{se } t > 5 \end{cases} \qquad b(t) = \begin{cases} 12(t+2) & \text{se } 0 \leq t \leq 5 \\ 24 + 70e^{-0{,}04(t-5)} & \text{se } t > 5 \end{cases}$$

$$c(t) = \begin{cases} 14(t+1) & \text{se } 0 \leq t \leq 5 \\ 24 + 60e^{-0{,}04(t-5)} & \text{se } t > 5 \end{cases} \qquad d(t) = \begin{cases} 12(t+2) & \text{se } 0 \leq t \leq 5 \\ 24 + 60e^{-0{,}04(t-5)} & \text{se } t > 5 \end{cases}$$

Qual das quatro funções é a correta?
Numa pequena composição, explique porque não pode ser nenhuma das outras três, indicando, para cada uma delas, uma razão pela qual a rejeita, explicando a sua inadequação, relativamente à situação descrita.

Teste Intermédio 12.º ano – 17.03.2006

44. Para um certo valor de k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + \operatorname{sen} x & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{3x + \ln(1+x)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases} \qquad \text{(ln designa logaritmo de base } e\text{)}$$

Qual é o valor de k?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

Exame – 2005, Ép. especial

45. Admita que o número de elementos de uma população de aves, anos após o início de 1970, é dado aproximadamente por

$$P(t) = 5{,}2 \times 10^7 \times e^{(N-M)t}, \quad t \geq 0,$$

em que N e M são duas constantes, denominadas, respetivamente, por *taxa de natalidade* e *taxa de mortalidade* da população.
Sabendo que $N < M$ calcule $\lim\limits_{t \to +\infty} P(t)$ e interprete o resultado obtido, no contexto do problema, **sem recorrer à calculadora**, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos.

Exame – 2005, 1.ª Fase

46. Seja f a função definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ \\ \dfrac{3x+2}{2x+2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, justifique a seguinte afirmação: ≪*A função f é contínua em $\mathbb{R}$.*≫

Exame – 2004, Ép. especial

47. Para um certo valor de k, é **contínua** em $\mathbb{R}$ a função g definida por

$$g(x) = \begin{cases} k + \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \dfrac{\ln(1+x)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(ln designa logaritmo de base e)

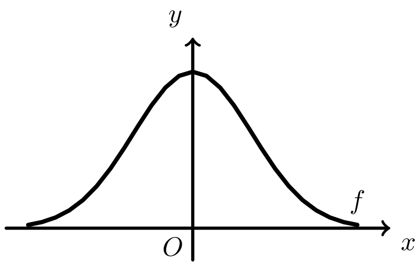
Qual é o valor de k?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

Exame – 2004, 1.ª Fase

48. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função f, par e positiva, da qual a reta de equação $y = 0$ é assintota.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x)}$?



(A) 0 **(B)** 1 **(C)** $+\infty$ **(D)** $-\infty$

Exame – 2004, 1.ª Fase

49. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \ln\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$

Sem recorrer à calculadora, calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - \ln x)$

Exame – 2003, Prova para militares

50. Indique o valor de $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\log_2 x}{e^x - 1}$

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** $-\infty$ **(D)** $+\infty$

Exame – 2003, 1.ª fase - 2.ª chamada

51. A Sofia preparou um pudim, para servir como sobremesa ao jantar. Depois de o ter confecionado, a Sofia colocou o pudim a arrefecer, na bancada da cozinha. Uma hora depois, colocou-o no frigorífico, para ficar bem frio.
Admita que a temperatura do pudim, em graus centígrados, t minutos depois de ter sido colocado na bancada, é dada, para um certo valor de A, por

$$f(t) = \begin{cases} 20 + 80 \times 2^{-0,05t}, & 0 \leq t < 60 \\ \\ 6 + A \times 2^{-0,05(t-60)}, & \text{t} \geq 60 \end{cases}$$

Atendendo a que a função é contínua, mostre que $A = 24$, utilizando métodos exclusivamente analíticos.

Exame – 2001, Prova para militares

52. Para um certo valor de k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \ln(x+k) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$ (ln designa logaritmo de base e)

Qual é o valor de k?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

Exame – 2001, 2.ª Fase

53. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + e^x & \text{se } x < 0 \\ \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \\ 3x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Relativamente à continuidade de h, no ponto de abcissa 0, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) É contínua

(B) É contínua à esquerda e descontínua à direita

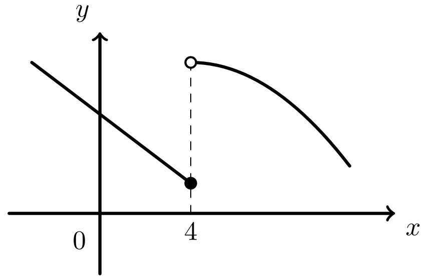
(C) É contínua à direita e descontínua à esquerda

(D) É descontínua à esquerda e à direita

Exame – 2001, 1.ª fase - 2.ª chamada

54. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?



(A) $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = f(4)$ e $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = f(4)$

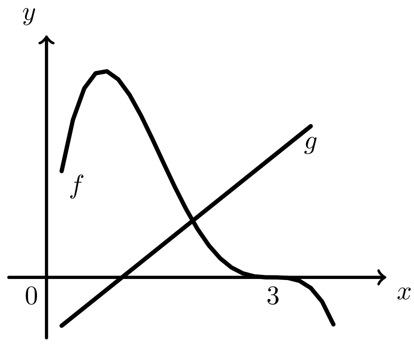
(B) $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = f(4)$ e $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) \neq f(4)$

(C) $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) \neq f(4)$ e $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = f(4)$

(D) $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) \neq f(4)$ e $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) \neq f(4)$

Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada

55. Na figura ao lado está representada parte dos gráficos de duas funções f e g, contínuas em $\mathbb{R}$.



O gráfico de f interseta o eixo Ox no ponto de abcissa 3.

indique o valor de $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{g(x)}{f(x)}$

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** $-\infty$ **(D)** $+\infty$

Exame – 1999, 1.ª fase - 2.ª chamada (prog. antigo)