Probabilidades (12.º ano)

Cálculo combinatório - Probabilidades

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. Como estão no saco 200 bolas e 49% são verdes, sabemos que o conteúdo do saco é constituído por:

   - $200 \times 0{,}49 = 98$ bolas verdes, e
   - $200 - 98 = 102$ bolas amarelas.

   Assim, extraindo ao acaso 4 bolas do saco, o número de conjuntos diferentes que é possível formar, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^{200}C_4$.

   O número destes conjuntos que contém, pelo menos, 3 bolas verdes, é a soma dos conjuntos que contêm 3 bolas verdes e 1 amarela com os conjuntos formados por 4 bolas verdes. Ou seja, o número de casos favoráveis, é ${}^{98}C_3 \times {}^{102}C_1 + {}^{98}C_4$.

   Assim, a probabilidade do conjunto das 4 quatro bolas conter, pelo menos, três bolas verdes, na forma de dízima, arredondado às décimas, é:

$$\frac{{}^{98}C_3 \times {}^{102}C_1 + {}^{98}C_4}{{}^{200}C_4} \approx 0{,}3$$

Exame – 2024, Ép. especial

2. Definido o acontecimento F como:
   F: ≪os quatro vértices selecionados pertencerem a uma mesma face lateral do prisma≫
   Pretende-se calcular $P(\overline{F}) = 1 - P(F)$, ou seja, a probabilidade do acontecimento contrário de F.

   O número de escolhas diferentes de 2 vértices de uma das bases do prisma é ${}^{4}C_2$, porque cada base tem 4 vértices e a ordenação não é relevante no contexto do problema. E por cada escolha numa das bases existem também ${}^{4}C_2$ na outra base, pelo que o número de escolhas possíveis dos 4 vértices é ${}^{4}C_2 \times {}^{4}C_2$.

   Como existem 4 faces laterais e cada uma tem 4 vértices, os vértices escolhidos pertencem à mesma face, apenas em 4 casos que correspondem aos vértices de cada face, pelo que o número de casos favoráveis, para o acontecimento F, é 4.

   Assim, temos que, a probabilidade de os quatro vértices selecionados não pertencerem a uma mesma face lateral do prisma, na forma de fração irredutível, é

$$P(\overline{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{4}{{}^{4}C_2 \times {}^{4}C_2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Exame – 2024, 1.ª Fase

3. Como os 9 bombons vão ser colocados em 9 compartimentos, existem ${}^9C_4$ formas de colocar os 4 amêndoa, e por cada uma destas formas existem ${}^5C_2$ formas de colocar os 2 de avelã nos restantes 5 compartimentos, e ainda ${}^3C_3$ formas de colocar os 3de noz, nos restantes três compartimentos, sendo esta última, uma forma única de colocar os bombons de noz.
   Desta forma o número de casos possíveis é ${}^9C_4 \times {}^5 C_2 \times {}^3 C_3 = {}^9 C_4 \times {}^5 C_2$.

   Para que uma linha fique preenchida só com bombons de amêndoa, para os restantes 6 compartimentos devemos selecionar 1 para colocar o de amêndoa restante (${}^6C_1$), 2 dos 5 compartimentos restantes para os de avelã (${}^5C_2$) e os restantes serão preenchidos com os de noz.
   Como qualquer uma das 3 linhas pode ser a que será ocupada pelos bombons de amêndoa, o número de casos favoráveis é $3 \times {}^6 C_1 \times {}^5 C_2 \times {}^3 C_3 = 3 \times {}^6 C_1 \times {}^5 C_2$.

   Assim, recorrendo à regra de LaPlace, a probabilidade na forma de fração irredutível, é:

$$\frac{3 \times {}^6 C_1 \times {}^5 C_2}{{}^9C_4 \times {}^5 C_2} = \frac{1}{7}$$

Exame – 2023, Ép. especial

4. Relativamente à probabilidade de selecionar dois vértices do mesmo hexágono, sabemos que:
   - o número de pontos vértices na composição de ordem n é $6n + 1$, correspondendo aos 6 vértices de cada um dos n hexágonos acrescido do ponto V, pelo que o número de casos possíveis é:

$${}^{6n+1}C_2 = \frac{(6n+1)!}{2!(6n+1-2)!} = \frac{(6n+1) \times 6n \times (6n-1)!}{2!(6n-1)!} = \frac{36n^2+6n}{2} = 18n^2 + 3n$$

   - como existem ${}^6C_2$ pares de pontos em cada um dos n hexágonos, o número de casos favoráveis é:

$${}^6C_2 \times n = 15n$$

   Assim, como $n \in \mathbb{N}$, temos que:

$$\frac{{}^6C_2 \times n}{{}^{6n+1}C_2} = \frac{5}{49} \Leftrightarrow \frac{15n}{18n^2+3n} = \frac{5}{49} \Leftrightarrow \frac{15n}{n(18n+3)} = \frac{5}{49} \Leftrightarrow \frac{15}{18n+3} = \frac{5}{49} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 735 = 90n + 15 \Leftrightarrow 735 - 15 = 90n \Leftrightarrow \frac{720}{90} = n \Leftrightarrow n = 8$$

   Ou seja, para a probabilidade indicada, a composição tem 8 hexágonos.

Exame – 2023, 2.ª Fase

5. Relativamente à probabilidade de selecionar dois jovens do grupo com idades distintas, sabemos que:
   - o número de casos possíveis é ${}^{70}C_2$, correspondendo a todos os conjuntos de 2 jovens dos grupos que é possível formar com os 70 elementos do grupo;
   - designando por n o número de jovens com 13 anos do grupo, o número de casos favoráveis é: $n \times (70-n)$, porque existem n jovens com 13 anos e $70-n$ jovens com 14 anos, e não consideramos a ordem relevante.

   Assim, temos que:

$$\frac{n(70-n)}{{}^{70}C_2} = \frac{16}{35} \Leftrightarrow \frac{70n-n^2}{2415} = \frac{16}{35} \Leftrightarrow 35(70n-n^2) = 16 \times 2415 \Leftrightarrow 35(70n-n^2) = 16 \times 2415 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2450n - 35n^2 = 38\,640 \Leftrightarrow 35n^2 - 2450n + 38\,640 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-(-2450) \pm \sqrt{(-2450)^2 - 4(35)(38\,640)}}{2(35)} \Leftrightarrow n = 24 \lor n = 46$$

   Como o número de jovens com 13 anos é inferior ao número de jovens com 14 anos, temos que o número de jovens com 13 anos é 24 (porque se fosse 46, seria maior que o número de jovens com 14 anos).

   Exame – 2023, 1.ª Fase

6. Determinando a probabilidade com recurso à regra de LaPlace, calculamos o quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

   Como a empresa tem 60 funcionários, o número de grupos de 4 funcionários que podem ser formados, sem sequência ou hierarquia, ou seja, o número de casos possíveis é ${}^{60}C_4$.

   O número de funcionários que trabalham em regime presencial corresponde a 75% do total de trabalhadores (sendo excluídos os 25% que trabalham exclusivamente a distância), ou seja $0{,}75 \times 60 = 45$
   .
   Como se pretende calcular a probabilidade de serem selecionados, no máximo, três funcionários que trabalham em regime presencial, podemos calcular o número de casos favoráveis pela diferença de todos os grupos que se podem constituir e o número de grupos que é constituído exclusivamente pelos funcionários que trabalham em regime presencial, ou seja ${}^{60}C_4 - {}^{45}C_4$.

   Assim, recorrendo à regra de LaPlace, a probabilidade de serem selecionados, no máximo, três funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, dois dias por semana, é: $\dfrac{{}^{60}C_4 - {}^{45}C_4}{{}^{60}C_4}$

   Exame – 2022, Ép. especial

7. Calculando o número de grupos ordenados dos 3 cartões azuis, temos ${}^{3}A_3 = P_3 = 3!$ hipóteses para dispor os 3 cartões azuis em posições adjacentes.
   E por cada grupo de cartões azuis, existem ${}^{10}A_{10} = P_{10} = 10!$ ordenações possíveis dos 12 cartões, correspondendo à disposição dos 9 cartões de outras cores e do grupo de cartões azuis, considerando a ordenação relevante.
   Assim, o número casos favoráveis (disposições com os cartões azuis em posições adjacentes) é $3! \times 10!$ e o número de casos possíveis (todas as disposições dos 12 cartões) é ${}^{12}A_{12} = P_{12} = 12!$, pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, calculando a probabilidade de de os cartões azuis ficarem todos juntos, na forma de fração irredutível, é:

$$p = \frac{3! \times 10!}{12!} = \frac{1}{22}$$

   Exame – 2022, 2.ª Fase

8. Como existem 12 raquetes distintas e se pretende escolher ao acaso, um conjunto de 6 (ficando as restantes 6 no segundo conjunto),o número de conjuntos diferentes que é possível escolher (sem considerar a ordem relevante), é $^{12}C_6$

   Temos ainda que, como se pretende que este conjunto ficar com 3 raquetes de badmínton (das 6 existentes) e 3 raquetes de ténis (das 6 existentes), ficando o restante conjunto com a mesma composição, o número de casos favoráveis é $^6C_3 \times ^6 C_3$

   Assim, a probabilidade dos dos dois conjuntos ficar com três raquetes de badmínton e três raquetes de ténis, é:

$$\frac{^6C_3 \times ^6 C_3}{^{12}C_6} \approx 0{,}43$$

   Resposta: **Opção B**

Exame – 2021, 2.ª Fase

9. Como existem 30 alunos na turma e se pretende escolher ao acaso, 5 alunos da turma,o número de grupos diferentes que é possível escolher (sem considerar a ordem relevante), é $^{30}C_5$

   Temos ainda que:

   - O grupo deve integrar o André e a Beatriz que têm ambos 16 anos.
   - 60% dos alunos são raparigas, ou seja, $30 \times 0{,}6 = 18$ raparigas, e $30 - 18 = 12$ rapazes.
   - Um terço dos rapazes tem 17 anos a que corresponde $\frac{12}{3} = 4$ rapazes, e existem $12 - 4 = 8$ rapazes com 15 ou 16 anos.
   - Um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos a que corresponde $\frac{18}{3} = 6$ raparigas, e existem $18-6 = 12$ raparigas com 17 anos.

   Assim, como o grupo deve ser constituído por dois jovens com 17 anos, e existem 4 rapazes e 12 raparigas, ou seja, $12 - 4 = 16$ no total, existem $^{16}C_2$ grupos distintos de 2 alunos com 17 anos.

   Relativamente ao aluno de 15 ou 16 que deve integrar o grupo, podemos verificar que existem 8 rapazes e 6 raparigas, ou seja, 14 alunos no total nesta faixa etária, mas como o André e a Beatriz devem integrar o grupo, restam $14 - 2 = 12$ alunos que respeitam esta restrição.

   Assim, recorrendo à Regra de Laplace, calculando a probabilidade de selecionar ao caso cinco alunos da turma, o grupo ser ser formado pelo André, pela Beatriz, por dois jovens com 17 anos e por outro com 15 ou 16 anos, na forma de dízima, arredondado às centésimas, temos:

$$p = \frac{1 \times 1 \times ^{16} C_2 \times 12}{^{30}C_5} \approx 0{,}01$$

Exame – 2021, 1.ª Fase

10. Como o dado tem 6 faces e é lançado 4 vezes, a quantidade de números que podem ser obtidos, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^6A'_4 = 6^4$

    Para que o número formado seja uma capicua, o algarismo dos milhares deve ser igual ao das unidades e o algarismo das dezenas deverá ser igual ao das centenas. O algarismo dos milhares não pode ser 5 nem 6, para que o números seja inferior a 5000, e também não pode ser 1 nem 3, para que o algarismo das unidades seja par, visto que devem ser iguais. Assim só existem 2 algarismos favoráveis para o primeiro dígito, 6 para o segundo (porque não existem restrições), 1 para o terceiro (porque deve ser igual ao segundo) e 1 para o quarto (porque deve ser igual ao primeiro) para que o algarismo seja uma capicua, ou seja, o número de casos favoráveis é $2 \times 6 \times 1 \times 1$

    Desta forma, a probabilidade é:
    $$\frac{2 \times 6}{6^4} = \frac{2}{6^3} = \frac{1}{108}$$

    Resposta: **Opção C**

Exame – 2020, Ép. especial

11. Como o cubo tem 8 vértices, o número de conjuntos de 3 vértices que podem ser escolhidos (número de casos possíveis) é ${}^8C_3$
    Como cada face tem 4 vértices, o número de grupos de 3 vértices que definem essa face ${}^4C_3$, e como o cubo tem 6 faces, o número de grupos de 3 vértices que definem um plano que contenha uma face, ou seja o número de casos favoráveis, é $6 \times^4 C_3$.
    Desta forma, a probabilidade é:
    $$\frac{6 \times^4 C_3}{{}^8C_3} = \frac{3}{7}$$

    Resposta: **Opção B**

Exame – 2020, 2.ª Fase

12. Como cada uma das 4 pessoas escolhe um de entre 5 números, podendo ocorrer repetições, o número de escolhas diferentes que podem ocorrer, ou seja o número de casos possíveis, é ${}^5A'_2 = 5^4$

    Como duas pessoas devem escolher o número cinco, e as restantes um número dos restantes 4, o número de escolhas que obedecem a esta condição, ou seja, o número de casos favoráveis, é $1^2 \times 4^2 \times^4 C_2$, onde ${}^4C_2$ permite calcular o número de posições diferentes das 2 pessoas que escolhem o número cinco na sequência das 4 pessoas.

    Assim a probabilidade de exatamente duas delas das cinco pessoas escolherem o número 5, é:
    $$\frac{4^2 \times {}^4C_2}{5^4} = 0{,}1536$$

    Resposta: **Opção D**

Exame – 2020, 1.ª Fase

13. Como existem 9 cartões no saco e são retirados simultaneamente 4, o número de conjuntos diferentes de 4 cartões que é possível escolher, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^9C_4$

    De entre estes ${}^9C_4$ conjuntos de 4 cartões, os que contêm apenas os números 3 e 8, e, adicionalmente são compostos por mais dois números compreendidos entres os anteriores (4, 5, 6 e 7) corresponde a considerar o número de conjuntos de dois cartões que podem ser formados com quatro cartões identificados.
    Assim, o número de conjuntos compostos pelo cartão 3, pelo cartão 8 e por mais dois cartões cujos números estão compreendidos entres estes - ou seja, o número de casos favoráveis - é ${}^4C_2$

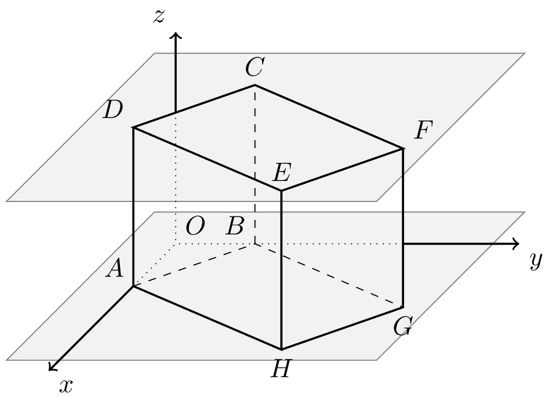
    Desta forma, a probabilidade de o menor dos números saídos ser 3 e o maior ser 8, é:

$$p = \frac{{}^4C_2}{{}^9C_4} = \frac{1}{21}$$

    Resposta: **Opção B**

Exame – 2019, Ép. especial

14. Para que a terceira coordenada do vetor $\overrightarrow{XY}$ seja igual a zero, isto é, para que os pontos X e Y tenham a mesma cota, como $[ABCDEFGH]$ é um paralelepípedo retângulo e o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice B pertence ao eixo Oy, então os pontos X e Y pertencem ambos ao plano ABG, ou pertencem ambos ao plano CDE



    Assim, como existem 8 vértices do paralelepípedo, o número de vetores diferentes que podem ser definidos, ou seja o número de casos possíveis, é ${}^8C_2$

    Como em cada um dos 2 grupos de vértices que originam um vetor $\overrightarrow{XY}$ com cota nula existem 4 vértices, temos que o número de vetores diferentes nas condições do enunciado, ou seja, o número de casos favoráveis, é $2 \times {}^4C_2$

    Assim, recorrendo à Regra de Laplace, calculando a probabilidade e apresentando o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$p = \frac{2 \times {}^4C_2}{{}^8C_2} = \frac{3}{7}$$

Exame – 2019, 2.ª Fase

15. Como existem 10 posições na fila e pretendemos observar as posições em ficam as 3 bolas com logotipo serão colocadas, podemos considerar apenas as 3 posições que serão ocupadas pelas bolas com logotipo, de entre as 10 posições, considerando as restantes posições irrelevantes porque serão ocupadas por bolas indistinguíveis. Assim, o número de conjuntos de 3 posições que é possível escolher, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^{10}C_3$

    De entre estes ${}^{10}C_3$ conjuntos de posições, os que correspondem a três posições adjacentes, são 8 (considerando o bloco de três bolas como único, só existem 8 posições - as setes posições de bolas sem logotipo e a posição ocupada pelo bloco de bolas com logotipo), pelo que a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas, é:

$$p = \frac{8}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{15}$$

    Resposta: **Opção B**

Exame – 2019, 1.ª Fase

16. Como existem 14 caracteres diferentes e nos códigos possíveis são constituídos por 4 caracteres, eventualmente repetidos, então o número de códigos diferentes que é possível formar, ou seja o número de casos possíveis, é ${}^{14}A'_4 = 14^4$
Para que um código seja constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar, deve ser constituído só por algarismos ímpares, pelo que existem 5 algarismos (1, 3, 5, 7 e 9), que podem ser colocados em 4 posições, cuja ordem é relevante e sem repetição. Isto é, existem ${}^{5}A_4$ casos favoráveis.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, calculando a probabilidade de selecionar um código nas condições do enunciado e arredondando o resultado às milésimas, temos:

$$p = \frac{{}^{5}A_4}{{}^{14}A'_4} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{14^4} \approx 0{,}003$$

Exame – 2018, 2.ª Fase

17. Como em cada uma das bases do prisma existem 6 vértices e são escolhidos 2, o número de escolhas possíveis em cada base é ${}^{6}C_2$, pelo que o número total de casos possíveis é ${}^{6}C_2 \times {}^{6}C_2$
O número de casos possíveis é 6, correspondente às 6 faces laterais do prisma, compostas por quatro vértices cada.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, calculando a probabilidade de selecionar 2 vértices de cada base e os quatro pontos pertencerem à mesma face lateral e arredondando o resultado às centésimas, temos:

$$p = \frac{6}{{}^{6}C_2 \times {}^{6}C_2} \approx 0{,}03$$

Exame – 2018, 1.ª Fase

18. Como são extraídos 4 cartões simultaneamente de um conjunto de 30, o número extrações diferentes que podem ser feitas, ou seja o número de casos possíveis, é ${}^{30}C_4$

Para que num extração os menores números saídos sejam o 7 e o 22, então estes dois números devem estar no conjunto dos 4 cartões extraídos e os restantes dois números devem ser escolhidos de entre os $30 - 22 = 8$ cartões com números superiores a 22, ou seja, existem ${}^{1}C_1 \times^{1} C_1 \times {}^{8}C_2 = {}^{8}C_2$ conjuntos de cartões nestas condições, ou seja o número de casos favoráveis é ${}^{8}C_2$

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, calculando a probabilidade de selecionar 4 dos 30 cartões e os menores números saídos serem o 7 e o 22 e arredondando o resultado às milésimas, temos:

$$p = \frac{{}^{8}C_2}{{}^{30}C_4} \approx 0{,}001$$

Exame – 2017, 2.ª Fase

19. Como o prisma tem 8 vértices, o número de conjuntos de 3 vértices que podem ser escolhidos (número de casos possíveis) é ${}^{8}C_3$
De entre os ${}^{8}C_3$ conjuntos de 3 vértices, os que definem planos perpendiculares ao plano xOy deve conter uma aresta perpendicular a este plano.
Como existem 4 arestas nestas condições (ou seja 4 pares de vértices), e por cada uma delas qualquer um dos restantes 6 vértices, define com a aresta um plano perpendicular ao plano xOy, então existem 4×6 casos favoráveis.
Desta forma, a probabilidade é:

$$\frac{4 \times 6}{{}^{8}C_3} = \frac{24}{{}^{8}C_3} = \frac{3}{7}$$

Exame – 2017, 1.ª Fase

20. Temos que $P\left(\overline{A} \cup B\right)$, no contexto da situação descrita é a probabilidade de retirar ao acaso uma bola do saco e o número dessa bola ser superior a 6 ou par.
Como consideramos que o saco tem n bolas, existem $n-6$ bolas com um número superior a 6, e ainda 3 bolas com número par, mas inferior a 6 (as bolas com os números 2, 4 e 6).

Desta forma o número de casos possíveis é n, porque existem n bolas no saco e o número de casos favoráveis é $n-6+3=n-3$, e desta forma, recorrendo à Regra de LaPlace, temos que:

$$P\left(\overline{A} \cup B\right) = \frac{n-3}{n}$$

Exame – 2017, 1.ª Fase

21. Como existem n bolas no saco e são retiradas 3 simultaneamente, o número de conjuntos diferentes de 3 bolas que podemos obter, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^{n}C_3$
Como n é um número par, existem no saco $\frac{n}{2}$ bolas com números ímpares e $\frac{n}{2}$ bolas com números pares.
Como se pretende que duas das bolas tenham um número par, de entre as $\frac{n}{2}$ pretendemos selecionar 2, e como uma das bolas deve ter um número ímpar de entre as $\frac{n}{2}$ pretendemos selecionar 1, pelo que o número de casos favoráveis é ${}^{\frac{n}{2}}C_2 \times {}^{\frac{n}{2}}C_1 = {}^{\frac{n}{2}}C_2 \times \frac{n}{2}$

Assim, a probabilidade de duas das 3 bolas terem número par e uma ter número ímpar é: $\dfrac{{}^{\frac{n}{2}}C_2 \times \frac{n}{2}}{{}^{n}C_3}$

Exame – 2016, Ép. especial

22. Determinando a probabilidade com recurso à Regra de LaPlace, calculamos o quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

Para calcular o número de casos possíveis, calculamos o número de arranjos completos (porque pode haver repetição) de 9 elementos (bolas) para 3 posições (extrações), ou seja, ${}^{9}A'_3 = 9^3 = 729$ casos possíveis.

O número de casos favoráveis pode ser calculado observando que a única combinação de números que gera um produto igual a dois é a extração de uma única bola com o número 2 e as restantes duas extrações da bola com o número 1.
Como no cálculo do número de casos possíveis consideramos a ordem relevante, neste caso também deve ser considerado, pelo que temos que escolher a posição da extração da bola com o número 2: ${}^{3}C_2 = 3$ casos favoráveis.
(Poderíamos escrever ${}^{3}C_2 \times 1 \times 1 \times 1$ para enfatizar que depois de escolher a posição de ocorrência da extração da bola com o número 2, existe apenas 1 bola que gera um caso favorável, em cada extração).

Assim, calculando a probabilidade com recurso à Regra de Laplace, e apresentando o resultado na forma o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$p = \frac{{}^{3}C_2}{9^3} = \frac{1}{243}$$

Exame – 2015, Ép. especial

23. Determinando a probabilidade com recurso à Regra de LaPlace, calculamos o quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

    Para calcular o número de casos possíveis, verificamos que existem 7 cores (elementos) para distribuir por 9 faces (posições), pelo que a ocorrência de repetições é necessária e a ordem é relevante porque as faces não são todas iguais. Ou seja, o número de casos possíveis corresponde a ${}^7A'_9 = 7^9$

    O número de casos favoráveis pode ser calculado considerando o número de escolhas diferentes de 2 das 4 faces triangulares (para serem coloridas de branco) - ${}^4C_2$; depois o número de escolhas diferentes de 2 das 5 faces quadradas (para serem coloridas de azul) - ${}^5C_2$; e finalmente a distribuição das restantes 5 cores pelas restantes 5 faces (para serem coloridas uma de cada cor) -${}^5A_5 = P_5 = 5!$
    Logo o número de casos favoráveis é ${}^4C_2 \times^5 C_2 \times 5!$ Assim, calculando a probabilidade com recurso à Regra de Laplace, e apresentando o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima, temos

$$p = \frac{{}^4C_2 \times {}^5C_2 \times 5!}{7^9} \approx 0{,}000\,2$$

Exame – 2015, 2.ª Fase

24. Determinando a probabilidade com recurso à Regra de LaPlace, calculamos o quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

    O número de casos possíveis é o número de grupos que podemos formar com 3 funcionários escolhidos de entre os 80, como a ordem é irrelevante, corresponde a ${}^{80}C_3$

    Como a empresa tem 80 funcionários, e 60% residem fora de Coimbra, então 40% residem em Coimbra, ou seja, $80 \times 0{,}4 = 32$ funcionários residem em Coimbra.
    Assim, se ao número total de grupos de 3 funcionários (${}^{80}C_3$) subtrairmos o número de grupos formados por 3 funcionários que residem em Coimbra, escolhendo grupos de 3, de entre os 32 residentes em Coimbra, (${}^{32}C_3$), obtemos o número de grupos de 3 funcionários em que pelo menos um vive fora de Coimbra, ou seja, o número de grupos de 3 funcionários em que, no máximo 2 residem em Coimbra.

    Assim, recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade de escolher, ao caso, 3 funcionários da empresa, e entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a $\dfrac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$

Exame – 2015, 1.ª Fase

25. Recorrendo à Regra de LaPlace para determinar a probabilidade, o número de casos possíveis é o número de grupos que podemos formar com 3 alunos escolhidos de entre os 25, como a ordem é irrelevante, corresponde a ${}^{25}C_3$

Como a turma tem 25 alunos, e 80% estão inscritos no desporto escolar, o número de inscritos é de $25 \times 0{,}8 = 20$
Para determinar o número de casos favoráveis, ou seja, o número de grupos em que, pelo menos, 2 alunos (dos 3) estão inscritos no desporto escolar, calculamos a soma do número de grupos relativos a duas situações distintas

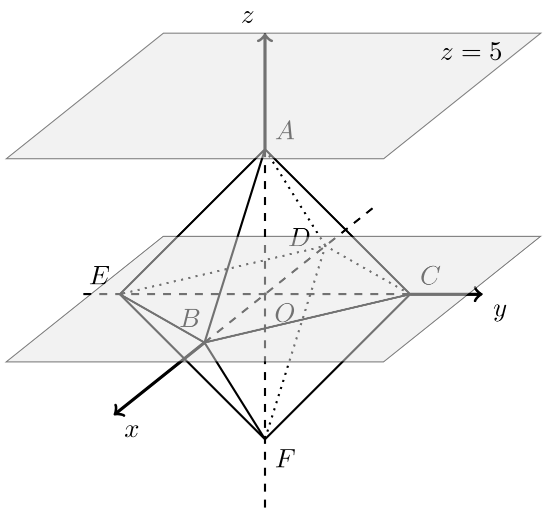
- todos (os 3) estão inscritos no desporto escolar, o que corresponde a selecionar 3 de entre os 20 inscritos (sem considerar relevante a ordenação), ou seja ${}^{20}C_3$
- exatamente 2 (dos 3) estão inscritos no desporto escolar e o outro aluno não, que corresponde a selecionar 2 alunos do conjunto dos 20 inscritos e 1 dos 5 não inscritos, ou seja ${}^{20}C_2 \times 5$

Assim, calculando a probabilidade de serem escolhidos, pelo menos, dois alunos que estão inscritos no desporto escolar, e arredondando o resultado às centésimas, temos

$$\frac{{}^{20}C_3 + {}^{20}C_2 \times 5}{{}^{25}C_3} \approx 0{,}91$$

Exame – 2014, Ép. especial

26. Um plano paralelo ao plano de equação $z = 5$, definido com 3 vértice do octaedro só pode ser o plano de equação $z = 0$, ou seja definido por 3 dos 4 pontos B, C, D ou E.



Assim, como para a definição do plano, é irrelevante a ordem dos pontos, existem ${}^{6}C_3$ planos distintos que podem ser definidos com 3 pontos quaisquer do octaedro; e ${}^{4}C_3 = 4$ planos definidos com 3 dos 4 vértices B, C, D ou E.

Assim, a probabilidade de escolher, ao acaso, três vértices do octaedro e esses três vértices definirem um plano paralelo ao plano de equação $z = 5$ é

$$\frac{{}^{4}C_3}{{}^{6}C_3} = \frac{4}{{}^{6}C_3}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2014, 2.ª Fase

27. Como existem 6 posições de colocação, temos ${}^{6}C_2$ colocações possíveis para as 2 bolas azuis (como as bolas da mesma cor são indistinguíveis, não se considera relevante a ordem).
Como se pretende que as 2 bolas azuis fiquem em ao lado uma da outra, apenas 5, das colocações anteriores são favoráveis, no sentido que verificam esta restrição (as posições 1-2,2-3,3-4,4-5 e 5-6).
Assim, a probabilidade de as duas bolas azuis ficarem uma ao lado da outra, é

$$\frac{5}{{}^{6}C_2} = \frac{1}{3}$$

Exame – 2014, 2.ª Fase

28. Definindo o acontecimento M, como:
M: ≪As bolas retiradas terem todas a mesma cor≫
Pretende-se calcular: $P(\overline{M}) = 1 - P(M)$

Como a caixa tem 9 bolas, e são retiradas 3, simultaneamente, temos que o número de casos possíveis é o número de conjuntos de 3 bolas: ${}^9C_3$ (a ordem é irrelevante por serem retiradas simultaneamente).

Como na caixa, não existem nem 3 bolas brancas, nem 3 bolas amarelas, para que sejam todas da mesma cor têm que ser todas pretas, e por isso, o número de casos favoráveis, para o acontecimento M, é o número de conjuntos de 3 bolas pretas que podemos fazer com as 6 que estão na caixa: ${}^6C_3$ (a ordem é irrelevante por serem retiradas simultaneamente).

Assim, temos que, a probabilidade de as bolas retiradas não terem todas a mesma cor é:

$$P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{{}^6C_3}{{}^9C_3} = 1 - \frac{20}{84} = \frac{16}{21}$$

Exame – 2014, 1.ª Fase

29. Definido o acontecimento S como:
S: ≪Selecionar 3 alunos sãos (sem gripe)≫
Pretende-se calcular $P(\overline{S}) = 1 - P(S)$, porque o contrário de escolher 3 alunos sãos, é escolher 3 alunos em que pelo menos um está com gripe.

Como a escola tem 300 alunos e são selecionados 3, o número de conjuntos de 3 alunos que se pode selecionar, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^{300}C_3$

Como existem $300 - 17 = 283$ alunos sãos, o número de conjuntos de 3 alunos sãos que se podem considerar, ou seja, o número de casos favoráveis, para o acontecimento S, é: ${}^{283}C_3$

Assim, temos que, a probabilidade de pelo menos um dos três alunos escolhidos estar com gripe é

$$P(\overline{S}) = 1 - P(S) = 1 - \frac{{}^{283}C_3}{{}^{300}C_3} \approx 0{,}16$$

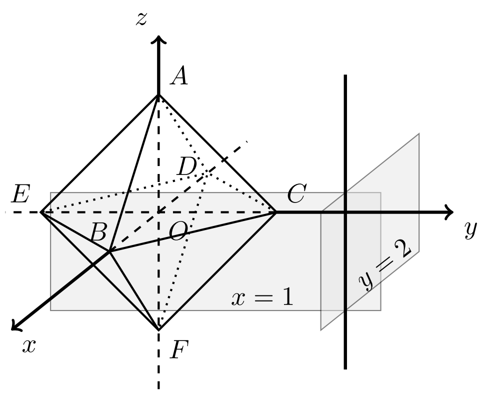
Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

30. Como cada reta é definida por um par de pontos (não coincidentes), em que a ordem dos pontos é irrelevante, considerando os 6 vértices do octaedro, podemos definir ${}^6C_2$ retas diferentes, correspondentes a todos os diferentes pares de vértices, ou seja, o número de casos possíveis associados a esta experiência aleatória.

Como a reta definida por $x = 1 \wedge y = 2$ é uma reta paralela ao eixo Oz, a única reta paralela a esta que pode ser definida por dois vértices do octaedro é a reta AF. Assim, o número de casos favoráveis é 1.

Assim, a probabilidade de escolher dois vértices do octaedro e a reta definida por esses dois vértices ser paralela à reta definida por $x = 1 \wedge y = 2$, é

$$\frac{1}{{}^6C_2} = \frac{1}{15}$$



Teste Intermédio 12.º ano – 29.11.2013

31. Como selecionamos 8 trabalhadores de entre o total de 50, sem considerar a ordem relevante, temos ${}^{50}C_8$ grupos possíveis de serem selecionados.

Como 80% são apostadores no euromilhões, temos exatamente $50 \times 0{,}8 = 40$ trabalhadores que apostam no euromilhões.
Assim, a probabilidade de selecionar 8 trabalhadores que sejam apostadores pode ser calculada como $\frac{{}^{40}C_8}{{}^{50}C_8}$, sendo o número de casos possíveis, o número de grupos de 8 trabalhadores que se podem fazer com os 40 que são apostadores no euromilhões.

Como existem , $50 - 40 = 10$ trabalhadores que não jogam no euromilhões, temos que existem ${}^{40}C_7 \times 10$ grupos de 8 trabalhadores, onde 7 são apostadores no euromilhões e 1 (de entre 10), não é. Pelo que a probabilidade de selecionar um grupo de 8, onde 7 são apostadores no euromilhões é $\frac{{}^{40}C_7 \times 10}{{}^{50}C_8}$

Assim, calculando a probabilidade de, pelo menos, sete dos oito funcionários selecionados serem apostadores no euromilhões como a soma das duas probabilidades anteriores, e arredondando o resultado às centésimas, vem

$$\frac{{}^{40}C_7 \times 10}{{}^{50}C_8} + \frac{{}^{40}C_8}{{}^{50}C_8} = \frac{{}^{40}C_7 \times 10 + {}^{40}C_8}{{}^{50}C_8} \approx 0{,}49$$

Exame – 2012, Ép. especial

32. Calculando a probabilidade do acontecimento contrário, ou seja, a probabilidade de que o João e a Margarida fiquem sentados ao lado um do outro, vem:

- O cálculo dos casos possíveis, pode resultar de considerar as trocas de todos os 7 amigos pelas 7 posições, ou seja, ${}^{7}A_7 = P_7 = 7!$
- Relativamente aos casos favoráveis, podemos considerar o par de amigos como um elemento único, resultando assim, nas trocas de 6 elementos (o par de amigos mais as restantes 5 pessoas), em 6 posições possíveis, ou seja, ${}^{6}A_6 = P_6 = 6!$, multiplicado por 2, porque o João pode ficar à direita ou à esquerda da Margarida.

Assim, recorrendo à probabilidade do acontecimento contrário, a probabilidade de o João e a Margarida não ficarem sentados um ao lado do outro é

$$1 - \frac{6! \times 2}{7!} = 1 - \frac{6! \times 2}{7 \times 6!} = 1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2012, 1.ª Fase

33. Como 55% dos alunos são raparigas e existem 200 alunos, podemos calcular o número de raparigas como $200 \times 0{,}55 = 110$ e o número de rapazes é $200 - 110 = 90$.

O número de conjuntos de 3 alunos que podem ser escolhidos (o número de casos possíveis) é ${}^{200}C_3$.
O número de conjuntos com 2 raparigas e 1 rapaz (o número de casos favoráveis) pode ser calculado considerando que se escolhe 1 de entre os 90 rapazes, e 2 de entre as 110 raparigas, ou seja $90 \times {}^{110}C_2$

Assim, calculando a probabilidade de serem escolhidos duas raparigas e um rapaz e arredondando o resultado às centésimas, temos

$$\frac{90 \times {}^{110}C_2}{{}^{200}C_3} \approx 0{,}41$$

Exame – 2012, 1.ª Fase

34. No contexto da situação descrita $P\left(\overline{B}|A\right)$ é a probabilidade de que sejam retiradas duas bolas da caixa 2, de cor diferente, sabendo que as duas bolas retiradas da caixa 1 (e colocadas na caixa 2) também eram da mesma cor.
Como sabemos que foram retiradas duas bolas da mesma cor da caixa 1, estas bolas são necessariamente de cor preta, visto que para além das duas bolas pretas, só existiam, nesta caixa, mais uma bola branca.
Como as duas bolas pretas, retiradas da caixa 1, são colocadas na caixa 2, esta fica com três bolas brancas e seis bolas pretas. Com o objetivo de calcular a probabilidade pela Regra de Laplace, podemos definir o número de casos possíveis como ${}^9C_2$ que correspondem a todos os conjuntos de 2 bolas que se podem fazer com as 9 bolas que estão na caixa 2.
Relativamente ao número de casos favoráveis existem $3 \times 6 = 18$ conjuntos de duas bolas em que uma é preta e a outra é branca, ou seja, 18 conjuntos de duas bolas de cor diferente. Assim, calculando a probabilidade temos:

$$P(B|A) = \frac{18}{{}^9C_2} = \frac{1}{2}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2012

35. Como o João escolhe 4 cores de entre um conjunto de 12, e cada cor se destina a pintar uma das faces numeradas, a ordem da seleção é relevante. Assim, o João pode pintar o tetraedro de ${}^{12}A_4$ formas diferentes, sendo este o número de casos possíveis.

Se pretendermos que a cor preferida do João esteja entre as cores escolhidas, ainda podemos pintar qualquer uma das 4 faces com essa cor, pelo que existem 4 casos a considerar.
Por cada um destes 4 casos, devemos selecionar 3 cores de entre as restantes 11, considerando a ordem relevante. Ou seja, o número de casos favoráveis é $4 \times {}^{11}A_3$

Assim, a probabilidade de o tetraedro ter uma das faces pintadas com a cor preferida do João é

$$\frac{4 \times {}^{11}A_3}{{}^{12}A_4} = \frac{1}{3}$$

Exame – 2011, Prova especial

36. Ao retirar 4 cartas de um conjunto de 13, podemos obter ${}^{13}C_4$ conjuntos diferentes de 4 cartas (entendendo a extração simultânea, e por isso, considerando irrelevante a ordem), ou seja, ${}^{13}C_4$ é o número de casos possíveis.
Como, obter pelo menos duas figuras, significa, obter 2 figuras ou obter 3 figuras, podemos calcular o número de casos favoráveis, como a soma dos números de casos relativos a duas situações distintas:

- Retirar 3 figuras e uma das outras cartas.
Nesta situação, existem ${}^3C_3 \times {}^{10}C_1 = 1 \times 10 = 10$ conjuntos diferentes.
- Retirar duas figuras e duas das outras cartas.
Nesta situação, existem ${}^3C_2 \times {}^{10}C_2$ conjuntos diferentes, correspondentes a selecionar as 2 figuras de entre as 3 existentes e 2 das restantes 10 cartas.

Assim, a probabilidade de, ao retirar, ao acaso, 4 das 13 cartas do naipe de copas, obter pelo menos duas figuras, é

$$\frac{10 + {}^3C_2 \times {}^{10}C_2}{{}^{13}C_4} = \frac{29}{143}$$

Exame – 2011, Ép. especial

37. Como no lote existem em total de 30 caixas, ao selecionar 4, podemos obter um conjunto de ${}^{30}C_4$ amostras diferentes, ou seja, ${}^{30}C_4$ casos possíveis.
O número de casos favoráveis corresponde a todos os lotes de 4 caixas do medicamento Y, ou seja conjuntos de 4 caixas escolhidas de entre as 20 caixas de medicamento Y, ou seja, ${}^{20}C_4$ hipóteses.
Assim, a probabilidade de selecionar um lote 4 as caixas e serem todas do medicamento Y é $\frac{{}^{20}C_4}{{}^{30}C_4}$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2011, 2.ª Fase

38. Como são retiradas simultaneamente duas das dezasseis bolas, podem ser retirados ${}^{16}C_2$ pares diferentes de bolas.
Destas, apenas os pares constituídos pelas bolas com os números $1+6$, $2+5$ e $3+4$ têm uma soma igual a 7, pelo que recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade de a soma obtida ser igual a 7 é

$$\frac{3}{{}^{16}C_2} = \frac{1}{40}$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12.º ano – 26.05.2011

39. O acontecimento contrário de ≪haver pelo menos uma carta de copas≫ é ≪não haver qualquer carta de copas≫, ou seja ≪as três cartas serem de espadas≫.
Assim, para o acontecimento contrário, existem ${}^{7}C_3$ casos possíveis - que resultam considerar todos os conjuntos diferentes de que se podem obter, selecionando 3 do total das 7 cartas; e ${}^{4}C_3$ casos possíveis - que resultam de selecionar 3 de entre as 4 cartas de espadas.
logo a probabilidade de ≪selecionar 3 cartas e haver pelo menos uma carta de copas≫ é

$$1 - \frac{{}^{4}C_3}{{}^{7}C_3} = 1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 19.01.2011

40. No contexto da situação descrita, $P(B|A)$, é a probabilidade de ter sido escolhido um grupo composto por 2 rapazes e 3 raparigas, sabendo que a Maria e o Manuel integram o grupo.
Assim, $\frac{16 \times {}^{9}C_2}{{}^{25}C_3}$ é um cálculo da probabilidade recorrendo à regra de Laplace, ou seja calculando o quociente entre o número de casos favoráveis ($16 \times {}^{9}C_2$) e o número de casos possíveis (${}^{25}C_3$).
O número de casos possíveis, consiste em determinar o número de grupos de 3 elementos que se podem formar com os 25 alunos da turma (${}^{25}C_3$) (excluindo a Maria e o Manuel, e não considerando a ordem relevante por não existir diferenciação dentro do grupo). A qualquer um destes grupos juntam-se a Maria e o Manuel, formando um grupo de 5 alunos que incluí estes dois.
O número de casos favoráveis, consiste em determinar o número de grupos de 3 elementos que se podem formar com os 25 alunos da turma, escolhendo 1 de entre os restantes 16 rapazes e 2 de entre as restantes 9 raparigas ($16 \times {}^{9}C_2$), excluindo a Maria e o Manuel. Como ao rapaz selecionado se junta o Manuel, o grupo será composto por 2 rapazes e como ao conjunto de duas raparigas se junta a Maria, o grupo terá 3 raparigas na sua composição.
Desta forma $P(B|A) = \frac{16 \times {}^{9}C_2}{{}^{25}C_3}$

Exame – 2010, Ép. especial

41. Considerando que a ordem de seleção dos 3 trabalhadores é irrelevante, por não existir diferenciação dentro do grupo, existem ${}^{10}C_3$ grupos diferentes compostos por 3 dos 10 trabalhadores.
Como os 3 amigos estão presentes simultaneamente apenas em apenas 1 destes grupos (porque a ordem foi considerada irrelevante), a probabilidade de serem escolhidos, exatamente, os três amigos é $\frac{1}{{}^{10}C_3}$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2010, 1.ª Fase

42. Como o Pedro escolheu cinco opções A, uma opção B e duas opções D, existem ${}^8C_5 \times {}^3C_1 \times {}^2C_2 = 168$ sequências possíveis, que correspondem a selecionar 5 das 8 respostas para as opções A, e das 3 respostas restantes, selecionar 1 para a opção B, ficando as restantes 2 respostas com a opção D.
Como a sequência de respostas corretas é única, existe um único caso favorável.
Assim, a probabilidade de o Pedro ter respondido corretamente a todas as perguntas, é $\frac{1}{168}$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 19.05.2010

43.

43.1. Escolhendo 3 dos 10 vértices do prisma, sem considerar a ordem relevante, temos ${}^{10}C_3$ conjuntos diferentes.
O número de conjuntos de 3 vértices que pertencem a uma mesma base do prisma é $2 \times {}^5C_3$ (porque existem 2 bases, cada uma delas com 5 vértices). E o número de conjuntos de 3 vértices que pertencem a uma mesma face lateral é $5 \times {}^4C_3$ (porque existem 5 faces laterais , cada uma delas com 4 vértices).
E assim o número de casos favoráveis é $2 \times {}^5C_3 + 5 \times {}^4C_3$
Logo, a probabilidade de 3 vértices, escolhidos aleatoriamente, pertencerem todos a uma mesma face é:
$$\frac{2 \times {}^5C_3 + 5 \times {}^4C_3}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{3}$$

43.2. Como são escolhidos 2 vértices, um em cada base do prisma, e cada base tem 5 vértices, o número de escolhas possíveis é $5 \times 5 = 25$
Como existem 5 faces laterais, e cada face lateral tem 2 diagonais, existem $5 \times 2 = 10$ escolhas favoráveis para definir uma diagonal de uma face lateral.
Logo, a probabilidade de escolher um vértice de cada base e definir uma diagonal de uma face lateral é:
$$\frac{5 \times 2}{5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 04.12.2009

44. Considerando que $\frac{{}^7C_4 \times 3 + {}^7C_5}{{}^{10}C_5} = \frac{{}^7C_4 \times 3}{{}^{10}C_5} + \frac{{}^7C_5}{{}^{10}C_5} = \frac{{}^7C_4 \times {}^3C_1}{{}^{10}C_5} + \frac{{}^7C_5}{{}^{10}C_5}$, podemos estabelecer que este cálculo responde a uma questão que envolva a união de dois acontecimentos, por exemplo, retirando 5 de um conjunto de 10 bolas (para enquadrar o número de casos possíveis), encontrar 4 de uma cor e 1 de outra, ou, encontrar 5 da mesma cor das 4 anteriores. Assim, uma pergunta possível é:

≪Um saco contém sete bolas azuis e três bolas verdes, indistinguíveis ao tato.
São retiradas, ao acaso, e simultaneamente cinco bolas do saco, e observa-se a quantidade de bolas de cada cor.
Qual é a probabilidade de que sejam retiradas pelo menos quatro bolas azuis?≫

Teste Intermédio 12.º ano – 04.12.2009

45. Como a Maria escolheu 2 CD de um conjunto de 9, sem considerar a ordem relevante, existem ${}^9C_2$ pares diferentes que podem ser escolhidos (número de casos possíveis).
Como 7 eram de um tipo e 2 de outro, existem 7×2 pares de CD compostos por um de música rock e o outro ser de música popular, ou seja 7×2 casos favoráveis.
Assim, a probabilidade de, ao escolher dois CD ao acaso, um ser de música rock e o outro ser de música popular, é

$$\frac{7 \times 2}{{}^9C_2} = \frac{7}{18}$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2009, 2.ª Fase

46. Calculando a probabilidade recorrendo à Regra de Laplace, ou seja, o quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis (considerando os casos possíveis equiprováveis), obtemos a expressão $\frac{{}^4C_2 \times 48}{{}^{52}C_3}$.
O número de casos possíveis são todos os conjuntos de 3 cartas que se podem formar com as 52 cartas do baralho, sem considerar relevantes a ordem pela qual se dispõem as cartas, ou seja ${}^{52}C_3$ hipóteses diferentes.
O número de casos favoráveis é o número de conjuntos formados por 2 ases (escolhidos de entre os 4 que existem - um por cada naipe), $4C_2$, e ainda uma outra carta escolhida de entre as 48 que não são ases $(52 - 4 = 48)$. Ou seja, ${}^4C_2 \times 48$ hipóteses diferentes.

Exame – 2009, 2.ª Fase

47. Como existem 4 cartas de cada tipo, existem $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$ sequências do tipo ≪2 – 4 – 6 – 7 – Dama – Rei≫ (existem 4 hipóteses para cada posição na sequência).
O número de casos possíveis corresponde é determinado pelo número de sequências (ou seja, a ordem é relevante) que se podem fazer com 6 cartas selecionadas de entre as 40 existentes: ${}^{40}A_6$.
Logo, a probabilidade do jogador receber uma sequência do tipo ≪2 – 4 – 6 – 7 – Dama – Rei≫ é $\frac{4^6}{{}^{40}A_6}$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2009, 1.ª Fase

48. Para que um produto de 3 números inteiros seja ímpar, os 3 fatores têm que ser ímpares, porque multiplicando qualquer número inteiro por um número par resulta num produto par.
Como nos números de ≪1≫ a ≪11≫ existem 6 números ímpares (o ≪1≫, o ≪3≫, o ≪5≫, o ≪7≫, o ≪9≫ e o ≪11≫), existem ${}^6C_3$ conjuntos de 3 números ímpares que resultam num produto ímpar (${}^6C_3$ casos favoráveis).
Como existem 11 bolas com números diferentes que podem ser extraídas, o número de produtos de 3 fatores, escolhidos de entre os 11 possíveis, é ${}^{11}C_3$.
Assim calculando a probabilidade de obter um produto ímpar, pela Regra de Laplace, e arredondado o valor às centésimas, temos que:

$$\frac{{}^6C_3}{{}^{11}C_3} \approx 0{,}12$$

Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

49. Como existem 14 vértices ao todo, existem ${}^{14}C_5$ formas diferentes de escolher 5 vértices ao acaso.
Como cada face tem exatamente 5 vértices, das escolhas possíveis, existem exatamente 6 que contém vértices da mesma face (1 conjunto por cada face).
Assim, a probabilidade de escolher 5 vértices, ao acaso, e eles pertencerem todos à mesma face do cubo é

$$\frac{6}{{}^{14}C_5} = \frac{3}{1001}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 10.12.2008

50. Como são selecionados 6 números de entre 49, sendo a ordem de seleção irrelevante, existem ${}^{49}C_6$ chaves possíveis.
Para que a chave inclua os números 1, 2 e 3, deve incluir outros 3 números selecionados de entre um conjunto de $49 - 3 = 46$ possibilidades, visto que não podem existir repetições excluem-se os números 1, 2 e 3 das possibilidades, ou seja existem ${}^{46}C_3$ chaves com os números 1, 2 e 3.
Assim, a probabilidade de que uma chave do totoloto inclua os números 1, 2 e 3 é $\frac{{}^{46}C_3}{{}^{49}C_6}$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2008, Ép. especial

51. Determinando a probabilidade com recurso à Regra de LaPlace, calculamos o quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
O número de casos possíveis pode ser calculado por ${}^3A_3 = P_3 = 3!$ o que significa que ordenamos os pares.
Por exemplo fixando a ordem das raparigas, sendo a Ana a primeira, a Maria a segunda e a Francisca a terceira, se ordenarmos os rapazes, cada posição corresponde a dançar com a rapariga dessa posição - assim temos 3 elementos (rapazes) para 3 posições (raparigas), ou seja 3! emparelhamentos diferentes.
Considerando 3! casos possíveis, existem 2 casos favoráveis, que correspondem à situação da Ana dançar com o João, e os outros dois pares trocarem entre si (o Rui dançar com a Maria, ou o Rui dançar com a Francisca).
Logo a probabilidade da Ana dançar com o João é igual a $\frac{2}{3!}$

Exame – 2008, Ép. especial

52. Como se pretende ordenar 5 elementos (amigos) em 5 posições (lugares), existem ${}^5A_5 = P_5 = 5!$ casos possíveis.
Como se pretende que o João e a Maria fiquem sentados em lugares consecutivos, podemos considerar 2 formas diferentes (o João à esquerda da Maria, ou o João à direita) e, por cada uma destas duas formas, existem 4 elementos (os 3 amigos e o par João+Maria que, nesta fase, se consideram juntos) para 4 posições (sendo que uma das posições tem dois bancos), ou seja, $2 \times^4 A_4 = 2 \times P_4 = 2 \times 4!$ casos favoráveis.
Assim, pela Regra de Laplace, a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro é:

$$\frac{2 \times 4!}{5!} = \frac{2 \times 4!}{5 \times 4!} = \frac{2}{5}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2008, 1.ª Fase

53. Como as rifas têm 3 algarismos, selecionados de um conjunto de 10, sendo relevante a ordenação e com eventuais repetições, o número de casos possíveis, ou seja, o número de rifas é ${}^{10}A'_3 = 10^3 = 1000$
Para calcular o número de rifas com um único algarismo 5, começamos por selecionar a posição do algarismo 5 (selecionando uma das 3 posições), o que permite ${}^{3}C_1 = 3$ hipóteses. Depois, por cada uma delas devemos selecionar uma sequência de 2 algarismos, escolhidos de entre 9 hipóteses (todos os algarismos à exceção do 5), permitindo eventuais repetições e considerando a ordem relevante, ou seja ${}^{9}A'_2 = 9^2$. Pelo que o número de casos favoráveis é 3×9^2.
Assim, pela Regra de LaPlace, a probabilidade de a rifa premiada ter um único algarismo cinco, na forma de dízima, com aproximação às centésimas, é

$$\frac{3 \times 9^2}{1000} \approx 0{,}24$$

Exame – 2008, 1.ª Fase

54. O cálculo da probabilidade pela Regra de LaPlace resulta do quociente do número de casos favoráveis, pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Quando se lançam 3 vezes um dado, existem ${}^{6}A'_3 = 6^3$ produtos equiprováveis (algumas iguais), ou seja, 6^3 casos possíveis.
Para calcular quantos dos produtos anteriores são 6, temos que identificá-los:

- $3 \times 2 \times 1$, eventualmente por outra ordem, pelo que corresponde a 3! casos possíveis (a variação de 3 elementos em 3 posições, considerando a ordem relevante, porque também o fizemos no cálculo do número de casos possíveis)
- 6×1, eventualmente por outra ordem, pelo que corresponde a 3 casos possíveis (3 posições possíveis para o número 6)

Assim, somando todas as hipóteses identificadas para os casos possíveis, temos que a probabilidade de o produto obtido ser igual a 6 é

$$\frac{3! + 3}{6^3}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 29.04.2008

55. Como são selecionados 2 de entre 5 condutores para fazerem o teste, o número de casos possíveis (e equiprováveis) para a seleção é ${}^{5}C_2$, porque não é relevante a ordem pela qual o teste é efetuado.
Como, para além do Gonçalo, existem mais condutores, o Gonçalo integra 4 dos grupos anteriores (um grupo com cada um dos restantes condutores), pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade de o Gonçalo ter de fazer o teste é

$$\frac{4}{{}^{5}C_2} = \frac{2}{5}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 17.01.2008

56. Retirando 2 cartas do conjunto das 8 (formado pelos ases e reis), existem, na totalidade, ${}^{8}C_2$ conjuntos diferentes (e equiprováveis).
Destes conjuntos, apenas 4×4 são constituídos por cartas com diferente valor (que corresponde ao agrupamento de qualquer um dos 4 ases com qualquer um dos 4 reis).
Da mesma forma, existem ${}^{8}C_2$ conjuntos diferentes de 2 cartas selecionadas do grupo de damas e valetes, dos quais apenas 4×4 são constituídos por cartas de diferente valor.
Assim, a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe, é:

$$\frac{4 \times 4 \ \times \ 4 \times 4}{{}^{8}C_2 \ \times \ {}^{8}C_2} = \frac{16^2}{\left({}^{8}C_2\right)^2} = \frac{16}{49}$$

Exame – 2007, 2.ª Fase

57. Como um paralelepípedo retângulo tem 8 vértices, existem $^8C_2$ escolhas possíveis para o par de vértices (considerando a ordenação dos vértices irrelevante).
Logo, como o paralelepípedo retângulo tem 12 arestas, os casos favoráveis são 12, pelo que, pela Regra de Laplace, a probabilidade de que escolher dois vértices que sejam extremos de uma aresta é $\frac{12}{^8C_2}$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2007, 1.ª Fase

58. Como o saco contém vinte bolas, numeradas de 1 a 20, o número de conjuntos diferentes de 3 bolas que podem ser extraídos, ou seja, o número de casos possíveis é $^{20}C_3$
Um conjuntos de 3 bolas cujo maior número do conjunto é 10, deve incluir a bola com o número 10 e 2 bolas escolhidas de entre as 9 que têm números inferiores a 10, ou seja $1 \times ^9 C_2$, que corresponde a escolher a bola 10 e depois 2 de entre as 9 com números inferiores.
Assim, a probabilidade de escolher 3 bolas em que o maior dos números dessas 3 bolas seja 10, é:

$$\frac{1 \times {}^9C_2}{^{20}C_3} = \frac{36}{^{20}C_3}$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2007

59. Calculando a probabilidade pela Regra de LaPlace, podemos determinar número de casos possíveis como o número de conjuntos diferentes de 6 cartas que se podem fazem com as 52 cartas do baralho, ou seja, $^{52}C_6$ (como não existe reposição e não há qualquer indicação para a relevância da ordenação, podemos considerar a ordem irrelevante).
O número de casos favoráveis resulta de considerarmos 4 hipóteses para o Ás que integra o conjunto das 6 cartas, e por cada uma destas hipóteses, o número de conjuntos de 5 cartas que se podem formar com as 48 cartas do baralho que não são ases, ou seja, $^{48}C_5$
Assim, a probabilidade de retirar 6 cartas do baralho e obter um conjunto com um e um só Ás, e arredondando o resultado às centésimas, temos

$$\frac{4 \times {}^{48}C_5}{^{52}C_6} \approx 0{,}34$$

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2006

60. Calculando a probabilidade pela Regra de LaPlace, podemos determinar número de casos possíveis como o número de conjuntos diferentes de 2 bolas que se podem fazem com as 10 que estão no saco, ou seja, $^{10}C_2$ (como a extração é simultânea a ordem é irrelevante e não existe repetição de nenhuma bola, embora possam ocorrer repetições de números).
O número de casos possíveis resulta da soma do número de hipóteses relativas a duas situações distintas:

- as duas bolas têm o número 1, que corresponde a escolher 2 das 4 com este número, ou seja, $^4C_2$ escolhas possíveis,
- as duas bolas têm o número 2, que corresponde a escolher 2 das 5 com este número, ou seja, $^5C_2$ escolhas possíveis.

(Como só existe uma bola com o número 3, e a extração das bolas é simultânea, não é possível escolher duas bolas com o número 3).
Assim, a probabilidade de escolher duas bolas com o mesmo número é

$$\frac{^4C_2 + {}^5C_2}{^{10}C_2} = \frac{16}{45}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2006

61. Recorrendo à Regra de LaPlace para determinar a probabilidade, o número de casos possíveis é o número de grupos que podemos formar com 2 alunos escolhidos de entre os 23, como a ordem é irrelevante, corresponde a ${}^{23}C_2$

Para determinar o número de casos favoráveis, ou seja, o número de pares de alunos em que a soma das idades dos dois alunos seja 12, calculamos a soma do número de grupos relativos a duas situações distintas

- escolhemos 2 alunos de entre os 10 que têm 6 anos, sem considerar relevante a ordenação ($6+6=12$), ou seja ${}^{10}C_2$
- escolhemos um alunos de entre os 4 que têm cinco anos e outro de entre os 9 que têm sete anos ($5+7=12$), ou seja 4×9

Assim, calculando a probabilidade de serem escolhidos dois alunos em que a soma das suas idades é 12, e apresentando o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{{}^{10}C_2 + {}^{4}C_1 \times {}^{9}C_1}{{}^{23}C_2} = \frac{{}^{10}C_2 + 4\times 9}{{}^{23}C_2} = \frac{81}{253}$$

Exame – 2006, 2.ª Fase

62. Como uma das bases está contida no plano de equação $z=2$, os pares de vértices que definem retas paralelas ao eixo Oz são pares de pontos que definem arestas laterais do prisma.
Como o prisma tem 12 vértices, existem ${}^{12}C_2$ pares de vértices que podem ser selecionados, ou seja ${}^{12}C_2$ casos favoráveis.
Como existem 6 arestas laterais, são 6 pares de vértices que definem retas paralelas ao eixo Oz, ou seja 6 casos favoráveis.
Assim, recorrendo à Regra de LaPlace para o cálculo da probabilidade, e tornando a fração irredutível, temos

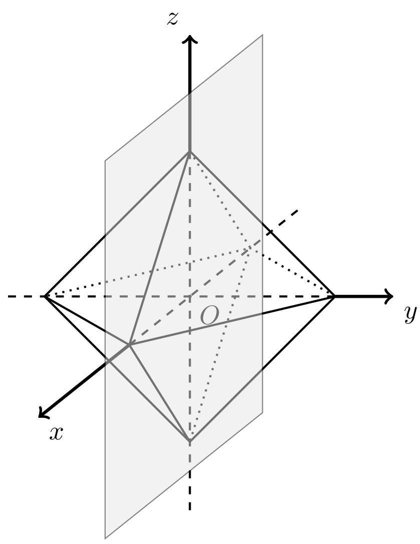
$$\frac{6}{{}^{12}C_2} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

Exame – 2006, 1.ª Fase

63. Num octaedro regular com dois vértices sobre cada eixo, o único plano que contém 3 vértices do octaedro e é perpendicular ao eixo Oy, é o plano de equação $y=0$.
Como existem 4 vértices do octaedro que pertencem a este plano, existem ${}^{4}C_3$ escolhas de 3 vértices que definem este plano, ou seja ${}^{4}C_3$ casos favoráveis.
Como o octaedro tem 6 vértices, existem ${}^{6}C_3$ conjuntos de três pontos que podem ser escolhidos, ou seja, ${}^{6}C_3$ casos possíveis.
Assim, a probabilidade de escolher, ao acaso, três vértices do octaedro e esses três vértices definirem um plano perpendicular ao eixo Oy é

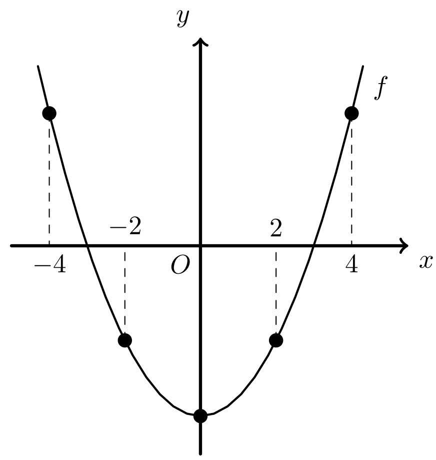
$$\frac{{}^{4}C_3}{{}^{6}C_3} = \frac{1}{5}$$

Resposta: **Opção C**



Teste Intermédio 12.º ano – 17.03.2006

64. Considerando os pontos do gráfico da função f cujas abcissas são -4, -2, 0, 2 e 4, podemos observar que 2 deles estão acima do eixo das abcissas e os restantes 3 abaixo, como se pode observar na figura seguinte.



Assim, existem ${}^5C_2$ conjuntos de 2 pontos que se podem formar com os 5 identificados, ou seja, ${}^5C_2$ segmentos de reta possíveis.

Destes segmentos, apenas 3×2 intersetam o eixo das abcissas, que corresponde a selecionar 1 dos pontos que estão abaixo do eixo e outro de entre os que estão acima do eixo, ou seja, 3×2 segmentos favoráveis à condição definida.

Desta forma, recorrendo à regra de LaPlace para determinar a probabilidade e escrevendo a fração na forma de dízima, temos

$$\frac{3 \times 2}{{}^5C_2} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005

65. Como se lança 3 vezes um dado numerado de 1 a 6, e pode haver repetição, existem ${}^6A'_3 = 6^3$ hipóteses possíveis.
Com os vértices do hexágono, podemos definir 2 triângulos equiláteros diferentes, mas como nas hipóteses possíveis consideramos a ordem relevante, para cada um destes 2 triângulos, devemos considerar relevante a ordenação dos vértices, e em cada um dos 2 triângulos existem 3 vértices e 3 posições, pelo que para cada triângulo existem ${}^3A_3 = P_3 = 3!$ ordenações dos vértices. Assim, o número de trios ordenados que formam triângulos equiláteros são $2 \times 3!$

Desta forma, recorrendo à regra de LaPlace para determinar a probabilidade e escrevendo a fração na forma de irredutível, temos

$$\frac{2 \times 3!}{6^3} = \frac{1}{18}$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005

66. No contexto do problema apresentado, $P(B|A)$ é a probabilidade de que as duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes, sabendo que as três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor.
Como sabemos que foram retiradas 3 bolas da mesma cor da caixa 1, a cor destas bolas é verde, porque não existem 3 bolas de cor pretas na caixa 1.
Como colocamos 3 bolas verdes na caixa 2, o respetivo conteúdo passa a ser de duas bolas pretas e quatro bolas verdes.
Assim, a existem, no total ${}^6C_2$ pares de bolas que se podem retirar da caixa 2 (número de casos possíveis), dos quais apenas 2×4 são de cores diferentes (número de casos favoráveis).
Assim, recorrendo à Regra de Laplace, e escrevendo o valor da probabilidade na forma de fração irredutível temos que

$$P(B|A) = \frac{2 \times 4}{{}^6C_2} = \frac{8}{15}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005

67. Sabemos que existem n bolas amarelas na caixa, num total de $n+2+1=n+3$ bolas. Assim, retirando simultaneamente duas bolas da caixa, podemos obter ${}^{n+3}C_2$ pares de bolas, sendo que, destes, apenas $n \times 1 = n$ são pares constituídos por uma bola amarela e outra verde.

Assim, a probabilidade de retirar simultaneamente duas bolas da caixa e verificar que uma delas é amarela e a outra ser verde é $\dfrac{n}{{}^{n+3}C_2}$.

Como sabemos que o valor da probabilidade é $\dfrac{5}{39}$, podemos estabelecer a igualdade e revolver e resolver a equação para calcular o valor de n, sabendo que ${}^{k}C_p = \dfrac{k!}{(k-p)!\,p!}$:

$$\frac{n}{{}^{n+3}C_2} = \frac{5}{39} \Leftrightarrow \frac{n}{\dfrac{(n+3)!}{(n+3-2)!\,2!}} = \frac{5}{39} \Leftrightarrow \frac{n}{\dfrac{(n+3)(n+2)(n+1)!}{(n+1)!\,2}} = \frac{5}{39} \Leftrightarrow \frac{n}{\dfrac{(n+3)(n+2)}{2}} = \frac{5}{39} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2n}{n^2+2n+3n+6} = \frac{5}{39} \Leftrightarrow \frac{2n}{n^2+5n+6} = \frac{5}{39} \Leftrightarrow 78n = 5n^2+25n+30 \Leftrightarrow 5n^2-53n+30=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-(-53) \pm \sqrt{(-53)^2-4(5)(30)}}{2(5)} \Leftrightarrow n = 10 \vee n = \frac{3}{5}$$

Como n representa o número de bolas amarelas dentro do saco, deve ser um número inteiro, pelo que:

$$n = 10$$

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005

68. Como a mesa tem 6 lugares ou posições e devem sentares 6 pessoas, ou elementos, o número de formas possíveis e diferentes que se podem sentar os amigos é ${}^{6}A_6 = P_6 = 6!$
Como a mesa tem seis lugares, a Elsa pode ocupar 6 posições diferentes, e por cada uma dessas 6 posições existem duas hipóteses de que o Diogo e o Filipe se sentem ao seu lado (o Diogo à esquerda, ou à direita), pelo que existem 6×2, para além disso, cada um dos 3 restantes amigos pode ocupar cada uma das restantes 3 cadeiras, o que pode acontecer de ${}^{3}A_3 = P_3 = 3!$ formas possíveis.
Assim, o número de configurações da mesa favoráveis ao acontecimento definido é $6 \times 2 \times 3!$
Desta forma, recorrendo à regra de LaPlace para determinar a probabilidade e escrevendo a fração na forma de irredutível, temos

$$\frac{6 \times 2 \times 3!}{6!} = \frac{6 \times 2}{6 \times 5 \times 4} = \frac{2}{5 \times 4} = \frac{1}{5 \times 2} = \frac{1}{10}$$

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

69. O produto de três números é par sempre que, pelo menos, um dos números é par. Assim o produto só é ímpar se os todos os três números forem ímpares.
Como se extraem 2 bolas da caixa A, e nesta caixa só existe uma bola com número ímpar, não podemos obter 3 bolas com números ímpares, ou seja a probabilidade de que o número obtido ser um número par, é 1

Resposta: **Opção B**

Exame – 2005, 2.ª Fase (cód. 435)

70.

70.1. Como se analisam apenas as duas primeiras bolas, e existem 12 bolas, existem ${}^{12}A_2$ pares possíveis de bolas que podem ser duas selecionadas nas duas primeiras.
O número de pares favoráveis são $3 \times 9 + 9 \times 3$, ou seja, pares em que a primeira é uma das 3 pretas e a segunda, uma das 9 brancas, ou então uma das brancas e em seguida uma das pretas.
Desta forma, recorrendo à regra de LaPlace para determinar a probabilidade e escrevendo a fração na forma de irredutível, temos

$$\frac{3 \times 9 + 9 \times 3}{{}^{12}A_2} = \frac{9}{22}$$

70.2. Como as 12 bolas são extraídas, existem 12 elementos (bolas) e 12 posições (ordem de extração). Pelo que o número de extrações possíveis é ${}^{12}A_{12} = P_{12} = 12!$
Calculamos o número de extrações favoráveis, considerando que existem 10 elementos (as 9 bolas pretas e 1 conjunto das bolas brancas). Como no conjunto de bolas brancas, existem 3 bolas para ocupar 3 posições, temos ${}^{3}A_3 = P_3 = 3!$ hipóteses, e no conjunto das extrações dos 10 elementos serão ${}^{10}A_{10} = P_{10} = 10!$
Desta forma, recorrendo à regra de LaPlace para determinar a probabilidade e escrevendo a fração na forma de irredutível, temos

$$\frac{3! \times 10!}{12!} = \frac{1}{22}$$

Exame – 2005, 1.ª Fase (cód. 435)

71. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
No contexto do problema descrito, como o saco tem 12 bolas e são retiradas 3, sem que a ordem da extração seja relevante, podemos calcular o número de casos possíveis como o número de conjuntos de 3 bolas que podemos fazer com as 12 bolas do saco, ou seja, ${}^{12}C_3$
Relativamente ao número de casos favoráveis, como se pretende que a soma dos números das 3 bolas seja 5, devemos contar o número de conjuntos que resultam em somas do tipo 1+1+3 (ou seja, 2 bolas com o número um e 1 bola com o número três), ou em alternativa, somas do tipo 2+2+1 (2 bolas com o número dois e uma bola com o número um).
Contamos os conjuntos com soma do tipo 1+1+3 como ${}^{3}C_2 \times 4$ porque existem 3 bolas com o número um, das quais queremos que estejam presentes apenas 2, e, devemos ainda considerar uma das 4 bolas com o número três.
Os conjuntos que resultam numa soma do tipo 2+2+1 são ${}^{5}C_2 \times 3$ porque existem 5 bolas com o número 2, e, 3 bolas com o número 1.
Assim, o número de casos favoráveis é dado por ${}^{3}C_2 \times 4 + {}^{5}C_2 \times 3$ e a probabilidade é:

$$\frac{{}^{3}C_2 \times 4 + {}^{5}C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$$

Exame – 2004, 2.ª Fase (cód. 435)

72. Como sabemos que as duas moedas retiradas são iguais, então as moedas são ambas de 1 euro, ou ambas de 50 cêntimos. Como no bolso estavam 2 moedas de 1 euros (1 par) e 4 de 50 cêntimos (${}^{4}C_2 pares$), existem $1 +^4 C_2$ casos possíveis, dos quais, apenas 1 é favorável - o caso em que ambas as moedas são de 1 euro.
Desta forma, recorrendo à Regra de Laplace para determinar a probabilidade de Inês ganhar a aposta, e escrevendo o resultado sob a forma de fração irredutível, temos

$$\frac{1}{1 + {}^{4}C_2} = \frac{1}{7}$$

Exame – 2004, 1.ª Fase (cód. 435)

73. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

No contexto do problema descrito, como existem apenas 20 lugares para um total de 25 jovens, o número de conjuntos de jovens que vão assistir ao filme é ${}^{25}C_{20}$. Por cada um destes conjuntos, os 20 jovens podem ainda sentar-se de ${}^{20}A_{20} = P_{20} = 20!$ forma diferentes, nos 20 lugares disponíveis, considerando relevante a ordem pela qual se sentam. Assim, o número de casos possíveis é ${}^{25}C_{20} \times 20!$

Para a determinação do número de casos favoráveis consideramos o número de conjuntos de 10 rapazes que se podem fazer de entre os 12 (${}^{12}C_{10}$) e o número de formas diferentes de sentar os 10 escolhidos (10!); da mesma forma escolhemos 10 de entre as 13 raparigas (${}^{13}C_{10}$) e determinamos a sua ordenação pelos lugares (10!). Resta ainda considerar a hipótese dos grupos de rapazes e raparigas alterarem entre si - os rapazes ficarem na fila mais à frente, ou as raparigas ficarem nessa fila, o que corresponde a 2 situações distintas. Assim, o número de casos favoráveis é ${}^{12}C_{10} \times 10! \times {}^{13}C_{10} \times 10! \times 2$ e a probabilidade é dada por:

$$\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$$

Exame – 2003, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 435)

74. Calculando a probabilidade pela regra de LaPlace, determinamos o número de casos possíveis, como o número de conjuntos de 2 jovens que se podem escolher de entre os 25, ou seja ${}^{25}C_2$ pares de jovens.

Relativamente ao número de casos favoráveis, corresponde à soma de pares formados por um rapaz e uma rapariga, ambos com 15 anos (${}^{4}C_1 \times {}^{2}C_1 = 4 \times 2$), ou ambos com 16 anos (5×4), ou ainda ambos com 17 anos (6×4).

Assim, calculando a probabilidade de escolher dois jovens ao acaso, de eles serem de sexo diferente e terem a mesma idade e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{4 \times 2 + 5 \times 4 + 6 \times 4}{{}^{25}C_2} = \frac{8 + 20 + 24}{300} = \frac{13}{75}$$

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

75. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, podemos calcular o número de casos possíveis como o número de conjuntos de 6 cartas que podemos fazer de entre as 52 do baralho, ou seja, ${}^{52}C_6$ conjuntos.

Nos conjuntos favoráveis haverá 1 dos 4 Reis, e 5 cartas das restantes 48 (que não são Reis), ou seja, o número de casos favoráveis é ${}^{4}C_1 \times {}^{48}C_5$

Assim, calculando a probabilidade de existir um único rei num conjunto de 6 cartas e arredondando o resultado às milésimas, temos

$$\frac{4 \times {}^{48}C_4}{{}^{52}C_6} \approx 0{,}336$$

Exame – 2002, 2.ª Fase (cód. 435)

76.

76.1. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis consiste em calcular todas as combinações dos 9 números em 4 posições, considerando a ordem relevante e a ocorrência de repetições, ou seja, ${}^{9}A'_4 = 9^4$ números possíveis.

Para determinar o número de casos favoráveis, podemos começar por escolher 2 das 4 posições para serem ocupadas com os dois algarismos iguais a 1, não considerando relevante a ordem, por serem ambos iguais, ou seja, existem ${}^{4}C_2$ alocações para os algarismos 1. Depois, selecionamos 2 dos restantes 8 números (considerando a ordem relevante e a ocorrência de repetições) para as forma diferentes de preencher as posições restantes, ou seja, ${}^{8}A'_2 = 8^2$

Desta forma o número de casos possíveis é ${}^{4}C_2 \times 8^2$, e a probabilidade é $\dfrac{{}^{4}C_2 \times 8^2}{9^4} = \dfrac{384}{6561}$

Como $\dfrac{384}{6561} \approx 0{,}06$, a probabilidade na forma de percentagem, arredondado às unidades, é 6 %

76.2. Como no item anterior, recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, o número de casos possíveis é ${}^9A'_4 = 9^4$
Relativamente ao número de casos possíveis, para que o número seja superior a 9800, o algarismo dos milhares só pode ser o nove (existe apenas 1 hipótese), e o algarismo das centenas só pode ser o oito, porque os algarismos devem ser diferentes, logo o nove não é uma alternativa viável porque consta na posição anterior (logo também existe apenas 1 hipótese). Para as restantes posições existem 7 algarismos para 2 lugares, considerando a ordem relevante e não permitindo a ocorrência de repetições, ou simplesmente, 7 hipóteses para o algarismo das dezenas e 6 alternativas para o algarismo das unidades; ou seja ${}^7A_2 = 7 \times 6$
Assim o número de casos possíveis é $1 \times 1 \times 7 \times 6$ pelo que calculando a probabilidade e escrevendo o resultado na forma de dízima, com três casas decimais, temos

$$\frac{1 \times 1 \times 7 \times 6}{9^4} = \frac{42}{6561} \approx 0{,}006$$

Exame – 2002, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 435)

77. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é a contagem de ordenações possíveis dos cinco números em 5 posições, considerando relevante a ordem e não permitindo repetições (porque as extrações são sucessivas e sem repetição), ou podemos formar ${}^5A_5 = P_5 = 5!$ números diferentes.
Relativamente ao números de casos favoráveis, como se pretende que os algarismos das unidades e das dezenas sejam pares, existem apenas duas combinações possíveis, correspondentes a trocar o 2 e o 4 nas duas posições, pelo que restam 3 números nas restantes 3 posições, ou seja ${}^3A_3 = P_3 = 3!$ colocações possíveis dos três algarismos ímpares.
Assim, o número de casos favoráveis é $2 \times 3!$ e a probabilidade é $\dfrac{2 \times 3!}{5!}$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2002, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 435)

78.

78.1. A probabilidade de que a srª. Nunes pague os bilhetes das senhoras é $\dfrac{1}{3}$ e a probabilidade de que o sr. Nunes pague os bilhetes das homens é também $\dfrac{1}{3}$, logo a probabilidade de o casal Nunes pagar os seis bilhetes é

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

78.2. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Relativamente ao número de casos possíveis, como existem 6 bilhetes (ou lugares) para 6 pessoas, como a ordem não é irrelevante, o número de distribuições possíveis é ${}^6A_6 = P_6 = 6!$
Quanto ao número de casos favoráveis, para garantir que o casal Martins ocupa os dois lugares centrais, devemos considerar 2 hipóteses (o homem à esquerda da senhora, ou vice-versa). Depois para sentar os outros dois casais, existem ainda 2 hipóteses (o casal Nunes nos lugares mais à direita, ou mais à esquerda). Os elementos do casal Nunes podem ainda trocar os lugares entre si, pelo que existem ainda 2 alternativas. A situação é análoga para o casal Santos, pelo que devemos ainda considerar 2 alternativas diferentes para sentar este casal.
Assim, a probabilidade dos membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio, é

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{{}^6A_6} = \frac{2^4}{6!}$$

Exame – 2001, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 435)

79.

79.1. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é a contagem de ordenações possíveis das 15 bolas em 15 posições, considerando relevante a ordem e não permitindo repetições (porque as bolas são colocadas numa fila), ou seja, ${}^{15}A_{15} = P_{15} = 15!$ filas possíveis.
Relativamente ao número de casos favoráveis, existem 3 grupos de bolas (as da mesma cor) que podem ser colocados por qualquer ordem, ou seja, ${}^{3}A_{3} = P_{3} = 3!$ ordenação dos grupo de bolas da mesma cor. Dentro de cada grupo, existem 5 bolas para serem ordenadas em 5 posições (porque se pretende que as bolas da mesma cor fiquem no mesmo grupo), logo dentro de cada grupo existem ${}^{5}A_{5} = P_{5} = 5!$ ordenações possíveis.
Assim, calculando a probabilidade de dispor ao acaso, numa fila, as 15 bolas e as da mesma cor ficarem todas juntas, e apresente o resultado na forma de dízima, com sete casas decimais, vem

$$\frac{3! \times 5! \times 5! \times 5!}{15!} \approx 0{,}000\,0079$$

79.2. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de agrupamentos de 3 bolas, considerando relevante a ordem é de ${}^{15}A_{3}$ extrações possíveis. Apesar da extração ser simultânea, e por isso a ordem ser irrelevante, podemos considerar a ordem relevante, desde que, na contagem dos casos favoráveis seja usado o mesmo critério.
Para o número de casos favoráveis, podemos considerar que a primeira bola pode ser qualquer uma das 15, a segunda apenas poderá uma de 8 (das 10 de cor diferente da primeira retiramos as 2 de número igual) e a terceira bola terá de ser uma de 3 (da 5 da cor que resta, retiramos as duas que têm números iguais aos que já saíram).
Assim, calculando a probabilidade das 3 bolas retiradas ao acaso terem cores e números diferentes e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{15 \times 8 \times 3}{{}^{15}A_{3}} = \frac{12}{91}$$

Exame – 2001, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 135)

80.

80.1. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de formas diferentes de colocar 6 elementos (carros) em 6 posições (vértices do hexágono), considerando a ordem relevante, ou seja, ${}^{6}A_{6} = P_{6} = 6!$ O número de casos favoráveis resulta de considerar as 2 hipóteses dos carros desportivos ficarem junto da montra (um deles à esquerda e o outro à (cód. 435)direita e vice-versa), e a colocação dos restantes 4 carros nas restantes 4 posições, ou seja, ${}^{4}A_{4} = P_{4} = 4!$ disposições possíveis dos carros que não são desportivos.
Assim, calculando a probabilidade de os dois carros desportivos quem nas extremidades da montra e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{2 \times 4!}{6!} = \frac{1}{15}$$

80.2. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de conjuntos diferentes de 2 carros que se podem escolher, ou seja, ${}^{6}C_{2}$
Para determinar o número de pares que é composto por carros diferentes, podemos determinar o número total de possibilidades e subtrair o número de pares que é composto por carros do mesmo tipo. Como só existem 2 carros de cada tipo, o número de pares que é composto por carros do mesmo tipo é 3, ou seja, o número de escolhas favoráveis é ${}^{6}C_{2} - 3$
Assim, calculando a probabilidade de os dois automóveis selecionados serem de tipos diferentes e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{{}^{6}C_{2} - 3}{{}^{6}C_{2}} = \frac{4}{5}$$

Prova modelo – 2001
Exame – 2000, Ép. especial (cód. 135)

81. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de conjuntos de 13 cartas que se podem obter, com as 52 cartas, sem considerar relevante a ordem de receção das cartas, ou seja, ${}^{52}A_{13}$
O número de casos favoráveis é a contagem de conjuntos compostos por 6 das 13 cartas do naipe de espadas e por 7 das das 39 cartas dos restantes três naipes, ou seja, ${}^{13}A_6 \times {}^{39}A_7$
Logo, a probabilidade de um jogador receber 13 cartas em que 7 são do naipe de espadas, é

$$\frac{{}^{13}A_6 \times {}^{39}A_7}{{}^{52}A_{13}} = \frac{388\,142\,469}{9\,338\,434\,700}$$

Como $\frac{388\,142\,469}{9\,338\,434\,700} \approx 0{,}04$, a probabilidade na forma de percentagem, arredondado às unidades, é $4\,\%$

Exame – 2000, 2.ª Fase (cód. 435)

82. Como só consideramos relevante cada uma das posições ser - ou não - ocupada, a ordenação dos compartimentos não é relevante. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de conjuntos de 4 compartimentos que se podem escolher de entre os 12 existentes, ou seja, ${}^{12}C_4$
Como existem 3 filas (com 4 compartimentos), a colocação dos 4 iogurtes é favorável à condição de ficarem na mesma fila em 3 hipóteses.
Assim, calculando a probabilidade e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{3}{{}^{12}C_4} = \frac{1}{165}$$

Exame – 2000, 1.ª Fase – 2.ª chamada
Exame – 2000, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 135)

83. Considerando o poliedro na posição indicada, os planos que contêm as bases das pirâmides são os únicos planos paralelos ao plano de equação $y = 0$ que podem ser definidos por 3 vértices do poliedro.
Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de conjuntos de 3 vértices que se podem obter, de entre os 10 vértices do poliedro, sem considerar relevante a sua ordenação, ou seja, ${}^{10}C_3$
O número de casos favoráveis é o número de conjuntos de 3 vértices em que todos pertencem à base de uma pirâmide, ou então à outra base da outra pirâmide, ou seja ${}^4C_3 + {}^4C_3 = 2 \times^4 C_3$
Logo, calculando a probabilidade de escolher ao acaso três vértices distintos, e eles definirem um plano paralelo ao plano de equação $y = 0$ e escrevendo o resultado sob a forma de fração irredutível, temos

$$\frac{2 \times^4 C_3}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{15}$$

Exame – 2000, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 435)

84. Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis são todos os conjuntos de 6 números, compostos por números de 1 a 6, considerando repetições e a ordem relevante, ou seja, ${}^6A'_6 = 6^6$
Para determinar o número de casos favoráveis, podemos considerar que o primeiro lançamento tem 6 casos possíveis, o segundo 5, o terceiro 4, e assim sucessivamente, ou seja $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$
Logo, a probabilidade de os números saídos serem todos diferentes, é

$$\frac{6!}{6^6}$$

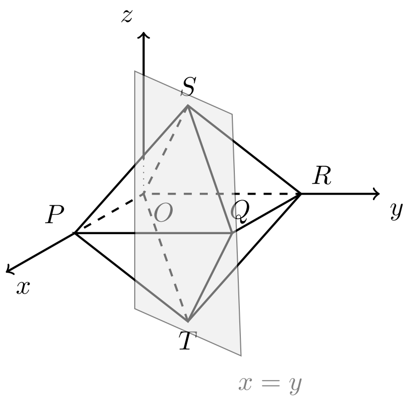
Resposta: **Opção A**

Prova modelo – 2000 (cód. 435)

85. Fazendo uma contagem, por observação visual, ou através das coordenadas dos pontos O, Q, S e T, podemos verificar que existem 4 vértices do octaedro que pertencem ao plano de equação $x = y$, e dois vértices que não pertencem (P e R).

Recorrendo à regra de Laplace para determinar a probabilidade, temos que o número de casos possíveis é o número de pares de vértices que se podem obter, de entre os 6 vértices do octaedro, sem considerar relevante a sua ordenação, ou seja, ${}^6C_2$
O número de casos favoráveis é o número de pares de vértices em que todos pertencem ao plano, ou seja ${}^4C_2$
Logo, calculando a probabilidade de escolher ao acaso dois vértices do octaedro e estes definirem uma reta contida no plano de equação $x = y$, e escrevendo o resultado sob a forma de fração irredutível, temos

$$\frac{{}^4C_2}{{}^6C_2} = \frac{2}{5}$$



Prova modelo – 2000 (cód. 435)

86. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como existem 7 lugares para os 7 amigos, o número de casos possíveis é ${}^7A_7 = P_7 = 7!$
Para a determinação do número de casos favoráveis consideramos que existem ${}^3A_3 = P_3 = 3!$ formas de sentar os adeptos do clube Alpha juntos, ou seja, distribuir 3 amigos por 3 lugares, e, de forma análoga, existem ${}^4A_4 = P_4 = 4!$ formas de sentar os adeptos do clube Beta juntos. Devemos ainda considerar que existem 2 formas de colocar os dois grupos amigos (os do clube Alpha à esquerda, ou então, à direita), Assim, o número de casos favoráveis é $2 \times 3! \times 4!$ e a probabilidade é dada por

$$\frac{2 \times 3! \times 4!}{7!}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 1999, Prova para militares (cód. 135)

87. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como existem 5 elementos (cores) para colocar em 9 posições (faces), podendo haver repetição, o número de casos possíveis é ${}^5A'_9 = 5^9$
Para a determinação do número de casos favoráveis começamos por fazer a contagem do número de conjuntos de 5 faces (que serão pintadas de branco), em que a ordem é irrelevante porque serão pintadas todas da mesma cor, ou seja, ${}^9C_5$.
As restantes 4 cores serão colocadas, cada uma, numa das 4 faces disponíveis, pelo que existem 4 elementos (cores) para 4 posições (faces), sendo a ordem relevante, de acordo com o que foi considerado na determinação do número casos possíveis, ou seja ${}^4A_4 = P_4 = 4!$
Assim, o número de casos favoráveis é ${}^9C_5 \times 4!$ e o valor da probabilidade, arredondando às décimas de milésima, é:

$$\frac{{}^9C_5 \times 4!}{5^9} \approx 0{,}0015$$

Exame – 1999, Prova para militares (cód. 135)

88. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como se escolhem e de entre 8 elementos (vértices), sem considerar relevante a ordenação, o número de casos possíveis é ${}^8C_2$
Como o cubo tem 4 diagonais espaciais, cujo ponto médio é o centro do cubo, e não existem outros segmentos de reta com extremos nos vértices do cubo que tenham esta propriedade, o número de casos favoráveis é 4 e o valor da probabilidade é

$$\frac{4}{{}^8C_2}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 1999, Ép. especial (cód. 135)

89. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como existem 10 elementos (jovens) para colocar em 5 posições (uma equipa), não considerando a ordem relevante, o número de casos possíveis é ${}^{10}C_5$, visto que após a constituição de uma equipa, a outra fica imediatamente formada com os restantes jovens.
Consideramos 2 destes grupos como casos favoráveis, correspondendo ao grupo formado pelos 5 rapazes e ao grupo formado por 5 raparigas.
Assim, o valor da probabilidade, com aproximação às milésimas, é

$$\frac{2}{{}^{10}C_5} \approx 0{,}008$$

Exame – 1999, Ép. especial (cód. 135)

90. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como são selecionados, ao acaso, 5 dos 10 jogadores, sem que a ordem de seleção seja relevante, o número de casos possíveis é ${}^{10}C_5$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como os 2 guarda-redes devem estar incluídos no grupo seleccionado, restam 8 jogadores, dos quais devemos selecionar apenas 3 para incluir conjuntamente com os guarda-redes no grupo de selecionados, ou seja, ${}^2C_2 \times {}^8C_3$, ou mais simplesmente, ${}^8C_3$
Assim, calculando a probabilidade e apresentando o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{{}^8C_3}{{}^{10}C_5} = \frac{2}{9}$$

Exame – 1999, 2.ª Fase (cód. 135)

91. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como a ordem de leitura é relevante para o cálculo da probabilidade, e existem 6 livros e 6 posições na ordenação, o número de casos possíveis é ${}^6A_6 = P_6 = 6!$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como os dois livros de José Saramago devem ser lidos em seguida, podemos considerá-los como um bloco único, que corresponde a 2 situações distintas, porque os dois livros podem trocar entre si, na lista de ordenação. Considerando este bloco de dois livros, existem 5 elementos (o bloco de dois livros e os restantes 4 livros) e 5 posições na lista de leitura, ou seja ${}^5A_5 = P_5 = 5!$ hipóteses de ordenação. Desta foram o número de casos favoráveis é $2 \times 5!$
Assim, calculando a probabilidade e apresentando o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$\frac{2 \times 5!}{6!} = \frac{1}{3}$$

Exame – 1999, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 135)

92. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como não há referência a qualquer cargo diferenciado no serviço de sentinela, consideramos irrelevante a ordenação na escolha dos 3 soldados. Assim, escolhendo 3 soldados de entre os 30 que participam no exercício, temos ${}^{30}C_3$ casos possíveis.
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como a Marina deve integrar o grupo de 3, restam 29 soldados, dos quais devem ser escolhidos 2, ou seja, o número de casos favoráveis é ${}^{29}C_2$

Assim, calculando a probabilidade temos $\frac{{}^{29}C_2}{{}^{30}C_3} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ a que corresponde a percentagem de 10%

Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)

93. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como a ordem das inspeções é importante, e existem 7 empresas para ser inspecionadas, o número de ordenações das 3 primeiras corresponde a selecionar 3 de entre as 7, ou seja, o número de casos possíveis é ${}^{7}A_3$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como determinámos o número de conjuntos ordenados de 3 empresas, e existem apenas 3 clubes de futebol, o número de casos favoráveis é ${}^{3}A_3 = P_3 = 3!$

Assim, calculando a probabilidade temos $\frac{3!}{{}^{7}A_3} = \frac{1}{35} \approx 0{,}029$ a que corresponde a percentagem, com arredondamento às unidades, de 3%

Exame – 1998, 2.ª Fase (cód. 135)

94. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como existem 10 algarismos diferentes, que podem ser integrados numa das 4 posições do código, eventualmente repetidos, o número de casos possíveis é ${}^{10}A'_4 = 10^4$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como não devem ser consideradas as repetições o número de conjuntos ordenados de 4 dígitos, é ${}^{10}A_4$
Assim, calculando a probabilidade, e escrevendo o resultado na forma de dízima, temos

$$\frac{{}^{10}A_4}{10^4} = \frac{63}{125} = 0{,}504$$

Exame – 1998, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 135)

95. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como a ordem no alinhamento para a fotografia é relevante para o cálculo da probabilidade, e existem 7 pessoas e 7 posições no alinhamento, o número de casos possíveis é ${}^{7}A_7 = P_7 = 7!$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como as dois livros de José Saramago devem ser lidos em seguida, podemos considerá-los como um bloco único, que corresponde a ${}^{4}A_4 = P_4 = 4!$ situações distintas, porque as raparigas podem trocar entre si, no alinhamento permanecendo todas juntas. Considerando este bloco, formado por raparigas, existem 4 elementos (o bloco de raparigas e os 3 rapazes) e 4 posições no alinhamento, ou seja ${}^{4}A_4 = P_4 = 4!$ hipóteses de ordenação. Desta foram o número de casos favoráveis é $4! \times 4!$
Assim, calculando a probabilidade e escrevendo o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas, temos

$$\frac{4! \times 4!}{7!} \approx 0{,}114$$

Exame – 1998, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 135)

96. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
De acordo com a informação do item anterior, o número de casos possíveis é 126
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como cada diagonal tem 3 casas e existem 4 peças pretas, existem 6 formas de colocar as peças brancas por forma a ocuparem uma diagonal (ocupando as 3 casas dessa diagonal, restam 6 casas onde pode ser colocada a quarta peça branca).
Como existem 2 diagonais, são $2 \times 6 = 12$ as disposições das 4 peças brancas que ocupam uma das diagonais.
Assim, calculando a probabilidade, temos

$$\frac{12}{126} = \frac{2}{21}$$

Prova modelo – 1998 (cód. 135)

97. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como escolhemos 5 dos 9 vértices representados na figura, sem que a ordem seja relevante, o número de casos possíveis é ${}^9C_5$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como a pirâmide tem 5 vértices, podemos considerar que são escolhidos todos os vértices da pirâmide - 1 hipótese, ou então, 4 vértices de entre os 5 da pirâmide e 1 vértice de entre os 4 da base superior do prisma, ou seja, ${}^5C_4 \times 4$ hipóteses adicionais, pelo que o número de casos favoráveis é $1 + {}^5C_4 \times 4$
Desta forma a probabilidade de que pelo menos quatro, dos cinco vértices escolhidos, sejam da pirâmide é:

$$\frac{1 + {}^5C_4 \times 4}{{}^9C_5} = \frac{1}{6}$$

Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

98. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como escolhemos 4 das 12 pastilhas, sem que a ordem seja relevante, o número de casos possíveis é ${}^{12}C_4$
Relativamente, ao número de casos favoráveis, como existem 3 pastilhas de cada sabor, existem, para cada sabor 3 hipóteses, ou seja, $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ casos favoráveis.
Desta forma, a probabilidade de que as quatro pastilhas, retiradas ao acaso, sejam uma de cada sabor, é:

$$\frac{3^4}{{}^{12}C_4} = \frac{9}{55}$$

Exame – 1997, 2.ª Fase (cód. 135)

99. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como o código tem 4 algarismos, eventualmente repetidos e existem 10 hipóteses para cada um, o número de casos possíveis é ${}^{10}A'_4 = 10^4$
Se pretendermos que o código tenha exatamente 3 zeros, resta um algarismo escolhido de entre os restantes 9 que pode ser colocado numa das 4 posições do código, ou seja, ${}^9C_1 \times^4 C_1$, ou mais simplesmente 9×4 casos favoráveis.
Desta forma, a probabilidade de o código tenha exatamente 3 zeros é:

$$\frac{9 \times 4}{10^4} = \frac{36}{10\,000} = 0{,}0036$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 1997, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 135)(prog. antigo)

100. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como existem 12 cadeiras numeradas, e 12 pessoas para as ocupar, o número de distribuições diferentes, ou seja, de casos possíveis é ${}^{12}A_{12} = P_{12} = 12!$
Como se pretendermos que os rapazes e as raparigas fiquem em lugares alternados, podemos considerar que os rapazes ficam nas cadeiras com os números pares, e as raparigas nas cadeiras com números ímpares, ou então, o contrário. Assim, existem 6 elementos (rapazes) para 6 posições (cadeiras pares) (${}^{6}A_{6} = P_{6} = 6!$) e 6 elementos (raparigas) para 6 posições (cadeiras ímpares), considerados duas vezes, ou seja, $6! \times 6! \times 2$ casos favoráveis.
Desta forma, calculando a probabilidade de que rapazes e raparigas ficarem sentados alternadamente e escrevendo o resultado com aproximação às milésimas, temos:

$$\frac{6! \times 6! \times 2}{12!} \approx 0{,}002$$

Logo, a probabilidade, na forma de percentagem é de 0,2% aproximadamente.

Exame – 1997, 1.ª Fase – 2.ª chamada (prog. antigo))

101. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Como existem 6 lugares, e 6 pessoas para os ocupar, o número de distribuições diferentes, ou seja, de casos possíveis é ${}^{6}A_{6} = P_{6} = 6!$
Como se pretendermos que a Joana e o Rui ocupem lugares à frente um do outro, podem ficar sentados à esquerda, ao meio, ou à direita, e ainda, trocar entre si, ou seja $3 \times 2 = 6$ formas diferentes de sentar a Joana e o Rui de acordo com o pretendido. Para cada uma destas disposições, os restantes 4 amigos podem ocupar as restantes 4 posições de ${}^{4}A_{4} = P_{4} = 4!$ formas distintas, ou seja, $6 \times 4!$ casos favoráveis.
Desta forma, a probabilidade de que a Joana e o Rui fiquem sentados em frente um do outro, é:

$$\frac{6 \times 4!}{6!} = \frac{1}{5}$$

Exame – 1997, 1.ª Fase – 1.ª chamada (progr. antigo)