Números racionais

Autores: Professores das turmas piloto do 8.º ano de escolaridade

Ano Lectivo 2009/2010

Julho 2010

Índice

Introdução

Esta sequência de tarefas pretende dar consecução ao propósito principal de ensino do tema " Números e Operações", no terceiro ciclo do ensino básico:

- Desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

Os objectivos gerais de aprendizagem no tema " Números e Operações" estabelecem que os alunos no tópico "Números racionais" devem:

- Compreender e ser capazes de usar as propriedades dos números inteiros e racionais;
- Ser capazes de operar com números racionais, usar as propriedades das operações no cálculo e compreender os seus efeitos nos números;
- Ser capazes de estimar e calcular resultados aproximados, de apreciar ordens de grandeza e de avaliar a razoabilidade de um resultado;
- Desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito;
- Ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos.

Este conjunto de materiais de apoio constitui uma sugestão de organização do ensino-aprendizagem, proporcionada ao professor para o tópico "Números racionais", e suporta uma estratégia compatível com as indicações do Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico.

O estudo deste tópico tem por base a promoção e compreensão dos números e operações, o desenvolvimento do sentido de número, bem como a fluência no cálculo.

Há conhecimentos do ano lectivo anterior que constituem pressupostos básicos para o alargamento do estudo do tema " Números e Operações" neste ano de escolaridade.

As tarefas propostas incluem a exploração e investigação de situações numéricas, situações de ligação a contextos científicos e do quotidiano, bem como exercícios destinados à consolidação de aspectos rotineiros de aprendizagem dos números e operações. Por outro lado, permitem o desenvolvimento das suas capacidades de cálculo numérico, de decisão quanto à utilização de valores exactos ou aproximados, da avaliação da ordem de grandeza de vários números racionais e da utilização correcta da calculadora.

Além disso, o trabalho a realizar deve ainda contribuir para o desenvolvimento das capacidades transversais indicadas no programa, nomeadamente:

- Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- Raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos incluindo cadeias dedutivas;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos.

A realização de outras tarefas de consolidação fica ao critério de cada professor, tendo em conta as características dos seus alunos.

Proposta de planificação

Blocos	Subtópicos	Objectivos específicos	Tarefas	Instrumentos
1	- Representação, comparação e ordenação	- Representar números racionais na recta numérica; - Comparar e ordenar números racionais representados na forma decimal e fraccionária.	1. Representação e ordenação de números racionais	Papel e lápis, régua graduada.
2	- Operações, propriedades e regras operatórias	- Conhecer as propriedades das operações em $\mathbb{Q}$ e usá-las no cálculo; - Calcular o valor de expressões numéricas que envolvam números racionais.	2. Operações com números racionais	Papel e lápis.
2	- Representação, comparação e ordenação - Operações, propriedades e regras operatórias	- Efectuar operações com potências de base racional (diferente de zero) e expoente inteiro.	3. Potências	Papel, lápis e calculadora
1	- Representação, comparação e ordenação	- Representar números racionais por dízimas infinitas periódicas.	4. Dízimas	Papel, lápis e calculadora.
1	- Representação, comparação e ordenação	- Representar e comparar números racionais positivos em notação científica; - Reconhecer o modo como a calculadora representa um número em notação científica.	5. Notação Científica	Papel, lápis e calculadora.
2	- Representação, comparação e ordenação - Operações, propriedades e regras operatórias	- Consolidar as aprendizagens anteriores; - Resolver problemas envolvendo números racionais.	6. Miscelânea de problemas	Papel e lápis, calculadora.
Total 9	A realização de outras tarefas de consolidação fica ao critério de cada professor, tendo em conta as características dos seus alunos.			

Planificação da tarefa 1: Representação e ordenação de números racionais

Com esta tarefa pretende-se que os alunos representem números racionais na recta numérica, na forma decimal e fraccionária e que os saibam ordenar e comparar. Pretende-se, também, que os alunos compreendam que os números inteiros pertencem ao conjunto dos números racionais.

- **Tema matemático:** Números e operações

- **Nível de ensino:** 3.º ciclo

- **Tópicos matemáticos:** Números racionais

- **Subtópicos matemáticos:** Representação, comparação e ordenação

- **Capacidades transversais:** Comunicação matemática
  Raciocínio matemático

- **Conhecimentos prévios dos alunos:**
  - Compreender e usar um número racional como quociente, relação parte-todo, razão, medida e operador;
  - Comparar e ordenar números racionais não negativos representados de diferentes formas;
  - Localizar e posicionar na recta numérica um número racional não negativo representado nas suas diferentes formas;
  - Representar sob a forma de fracção um número racional não negativo, dado por uma dízima finita.

- **Aprendizagens visadas:**
  - Representar números racionais na recta numérica;
  - Comparar e ordenar números racionais representados na forma decimal e fraccionária;
  - Interpretar informação, ideias e contextos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;
  - Representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas;
  - Discutir resultados, processos e ideias.
  - Formular conjecturas

- **Duração prevista:** 90 minutos

- **Notas para o professor:**

Na questão 1, os alunos são confrontados com uma situação contextualizada em que surgem números racionais escritos na forma decimal. Por analogia com a representação e ordenação de números inteiros na recta numérica, os alunos devem proceder de forma idêntica para os números racionais. Pretende-se que os alunos representem os números racionais escritos na forma decimal, de modo aproximado,,sem o uso de quaisquer instrumentos de medição e desenho. No entanto, se o professor assim entender, pode propor aos alunos a realização da tarefa em papel milimétrico. Sugere-se a discussão desta questão antes da realização da questão 2.

Na questão 2, os alunos são confrontados com a possibilidade dos números inteiros estarem escritos na forma fraccionária proporcionando a que, durante a discussão com toda a turma, se possa concluir que os números inteiros também pertencem ao conjunto dos números racionais. Além disso, pede-se aos alunos que representem fracções na recta numérica, dividindo a unidade em duas e três partes, e, por analogia, representem fracções superiores a 1 e inferiores a 1. Os alunos têm também de comparar números escritos na forma fraccionária, tanto positivos como negativos, com o mesmo numerador, com o mesmo denominador e com denominador e numerador diferentes para que expliquem como procedem nestas comparações.

Tarefa 1 – Representação e ordenação de números racionais

1. O *salto em comprimento* é uma modalidade olímpica de atletismo.

Para que um salto possa ser inscrito como recorde do mundo, a velocidade do vento tem que estar compreendida entre certos valores. Quando o vento é **a favor** (sopra no sentido em que corre o atleta) considera-se a velocidade positiva, quando o vento é **contra** (sopra contra o sentido da corrida do atleta) considera-se negativa.

Estes são os 5 melhores resultados masculinos de sempre:

Marca (m)	**Vento (m/s)**	**Atleta**	**Nacionalidade**	**Local**	**Data**
8,95	0,3	Mike Powell	EUA	Tóquio	1991
8,86	1,9	Robert Emmiyan	URSS	Tsakhkadzor	1987
8,90	2,0	Bob Beamon	EUA	C. do México	1968
8,87	- 0,2	Carl Lewis	EUA	Tóquio	1991
8,74	- 1,2	Dwight Phillips	EUA	Eugene	2009

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre**.**

1.1. Qual foi o atleta que saltou com uma velocidade do vento representada por um número inteiro?

1.2. Quais foram os atletas que saltaram com vento contra? E com vento a favor?

1.3. Dos cinco saltos apresentados, qual foi o atleta que foi mais prejudicado pelo vento? E o mais beneficiado?

1.4. Dos números representados pelas velocidades do vento contra, qual é o menor?

1.5. Escreve, por ordem crescente, os números que representam a velocidade do vento.

1.6. Como sabes, os números inteiros podem ser representados numa recta numérica.

De modo análogo se podem representar números na forma decimal nessa recta.

Representa na recta numérica os números que representam as velocidades que constam da tabela.

2.

No quadro está representado um conjunto de números racionais

	-2	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{6}{2}$	$-\frac{7}{4}$	
$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	$-0{,}75$	
0	-3	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{4}$	$-\frac{7}{2}$	
$-\frac{3}{4}$	$-1{,}25$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$0{,}5$	$2\frac{1}{3}$

2.1. Indica os números inteiros que estão no quadro. Explica porque os escolheste.

2.2. Tal como os números escritos na forma decimal, os números escritos na forma fraccionária também podem ser representados numa recta numérica.

2.2.1. Constrói uma recta numérica e representa os números inteiros que constam do quadro e os números $\frac{3}{2}$, $-\frac{7}{2}$ e -2,25.

2.2.2. Constrói outra recta numérica e representa os números $\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{3}$; $\frac{5}{3}$; $-\frac{5}{3}$ e 2,3.

2.3. Indica, sem efectuar cálculos, qual dos números seguintes é maior e explica o teu raciocínio.

2.3.1. $\frac{7}{3}$ ou $\frac{5}{3}$?

2.3.2. $-\frac{7}{4}$ ou $-\frac{3}{4}$?

2.3.3. $\frac{7}{3}$ ou $\frac{7}{4}$?

2.3.4. $\frac{3}{2}$ ou $\frac{5}{3}$?

2.3.5. $-\frac{5}{3}$ ou $-0{,}75$?

2.4. Recorrendo a fracções com o mesmo denominador, indica qual dos números seguintes é maior, $\frac{3}{2}$ ou $\frac{5}{3}$?

Planificação da tarefa 2: Operações com números racionais

Com esta tarefa pretende-se que os alunos, partindo de situações contextualizadas e do conhecimento prévio das operações com números inteiros, interiorizem as regras das operações com números racionais. Pretende-se, ainda, que usem estas regras no cálculo do valor de expressões numéricas com números racionais, compreendam as propriedades das operações e a sua utilidade no cálculo.

- **Tema matemático:** Números e operações

- **Nível de ensino:** 3.º ciclo

- **Tópicos matemáticos:** Números racionais

- **Subtópicos matemáticos:** Operações, propriedades e regras operatórias

- **Capacidades transversais:** Comunicação matemática
  Raciocínio matemático

- **Conhecimentos prévios dos alunos:**
  - Adicionar, subtrair multiplicar e dividir números inteiros;
  - Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números racionais não negativos representados em diferentes formas.

- **Aprendizagens visadas:**
  - Conhecer as propriedades e as regras das operações em ***Q*** e usá-las no cálculo;
  - Calcular o valor de expressões numéricas que envolvam números racionais;
  - Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;
  - Representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas;
  - Discutir resultados, processos e ideias;
  - Formular e testar conjecturas.

- **Duração prevista:** 2 blocos de 90 minutos

Notas para o professor:

A tarefa divide-se em duas partes. Na primeira parte os alunos vão explorar situações contextualizadas com vista ao reconhecimento de que as regras operatórias que já conhecem nos conjuntos estudados permanecem válidas no conjunto dos números racionais. É importante que os alunos resolvam esta tarefa em pequenos grupos para poderem discutir entre eles as conjecturas formuladas e os resultados alcançados.

No caso de o professor detectar o esquecimento das operações com números racionais não negativos deve promover uma discussão da primeira questão antes da resolução da segunda questão.

Após a resolução da questão dois deve realizar-se uma discussão alargada e a sistematização das regras operatórias nos números racionais.

Na questão 3 pretende-se que os alunos usem as regras sistematizadas na questão anterior. Caso os alunos revelem dificuldades, o professor pode reforçar com outros exemplos.

Na questão 4 pretende-se que os alunos treinem o cálculo de expressões numéricas e procurem fazê-lo por mais do que um processo. Na procura de vários processos vão verificar a obtenção do mesmo resultado e constatar que o uso das propriedades das operações em **Q** facilita o cálculo em muitas situações.

Salienta-se ainda que, caso o tempo para a resolução da tarefa não seja suficiente, poderão ser propostos para trabalho de casa as alíneas d) e) e f) da questão 5.

Tarefa 2 – Operações com números racionais

1.

A ***Ilha do Pico*** mede 50km de comprimento e 20km de largura.
Tem a mais alta montanha de Portugal e a terceira maior montanha que emerge do Atlântico, atingindo 2351 metros de altitude.

A viagem de finalistas da turma do João foi à ilha do Pico.

Uma das actividades da viagem foi uma caminhada, subindo ao vulcão da ilha.
Para facilitar a subida, a caminhada foi dividida em 3 percursos da seguinte forma:

- Percurso 1 $\rightarrow$ metade da caminhada
- Percurso 2 $\rightarrow \frac{5}{12}$ da caminhada
- Percurso 3 $\rightarrow \frac{1}{12}$ da caminhada

1.1. Qual dos percursos foi maior? Justifica.

1.2. Representa por uma fracção a parte da caminhada que foi percorrida nos dois primeiros percursos.

1.3. Que percurso pode ser representado pela expressão $\frac{1}{2} - \frac{5}{12}$?

1.4. Tendo em conta que a totalidade do percurso foi de 9km, que distância corresponde a cada um dos percursos?

1.5. Se o percurso 2 fosse dividido em dois percursos iguais, que parte da caminhada caberia a cada um deles?

2.

Uma outra actividade em que participaram foi o mergulho para observarem a fauna do oceano da região.

A observação ia ser feita a uma profundidade de **20** metros (-20), mas por motivos de saúde, teriam de fazer três paragens durante a descida.

- 1.ª paragem $\rightarrow \frac{2}{5}$ da profundidade
- 2.ª paragem $\rightarrow \frac{7}{10}$ da profundidade
- 3.ª paragem $\rightarrow \frac{4}{5}$ da profundidade

Considera-se que as posições acima do nível do mar são dadas por números positivos e as posições abaixo desse nível são dadas por números negativos.

2.1. Calcula $\frac{2}{5}\times(-20)$. Qual o significado do resultado obtido no contexto da situação?

2.2. A que profundidade foi feita a 2.ª paragem? Representa-a por um número racional.

2.3. Qual a profundidade da 3.ª paragem?

2.4. Calcula $\frac{4}{5}\times(-20)-\frac{7}{10}\times(-20)$. Qual o significado do resultado obtido no contexto da situação?

2.5. Calcula $\frac{4}{5}\times(-20)+\frac{1}{5}\times(-20)$. Qual o significado do resultado obtido no contexto da situação?

3. Completa o seguinte quadrado, de acordo com a operação indicada:

$-\frac{2}{3}$	$\times$	-5	
$+$	$-$	$+$	
$\frac{5}{6}$	$\div$	$\frac{1}{4}$	

4. Usando **mais do que um processo**, calcula o valor de cada uma das seguintes expressões numéricas.

4.1. $-2\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$

4.2. $-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}-\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$

5. Calcula o valor das expressões numéricas seguintes.

5.1. $\left(-\frac{2}{5}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{10}\right)$

5.2. $\left(3-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)\times 0$

5.3. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times(-2)$

5.4. $\left(-\frac{2}{3}+2\right)\div 0{,}2$

5.5. $2+\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)$

5.6. $\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left[\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)\right]$

Planificação da tarefa 3: Potências

Com esta tarefa pretende-se que os alunos investiguem como se procede para calcular o valor de potências de base natural e de expoente inteiro negativo e que estendam o conhecimento das regras operatórias das potências às potências de base racional (diferente de zero) e expoente inteiro, assim como o utilizem no cálculo de expressões numéricas.

- **Tema matemático:** Números e Operações

- **Nível de ensino:** 3.º ciclo

- **Tópicos matemáticos:** Números racionais

- **Subtópicos matemáticos:** Representação, comparação e ordenação
  Operações, propriedades e regras operatórias

- **Capacidades transversais:** Comunicação matemática
  Raciocínio matemático

- **Conhecimentos prévios dos alunos:**

- Interpretar uma potência de expoente natural como um produto de factores Iguais;

- Calcular potências de um número e determinar o produto e o quociente de potências com a mesma base ou com o mesmo expoente;

- Induzir a regra da potência da potência (base inteira e expoente naturais) e aplicá-la no cálculo;

- Compreender as propriedades e regras das operações e usá-las no cálculo.

- **Aprendizagens visadas:**

- Efectuar operações com potências de base racional (diferente de zero) e expoente inteiro;

-Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;

- Exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;

- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos;

- Traduzir relações da linguagem matemática para a linguagem natural.
- Formular e testar conjecturas;
- Usar o raciocínio indutivo

- **Recursos:** Calculadora

- **Duração prevista:** 2 blocos de 90 minutos

- **Notas para o professor:**

Na primeira aula, os alunos resolvem a questão 1 fazendo uso dos conhecimentos sobre as regras para a divisão de potências de base inteira (diferente de zero) e expoente natural e ampliam este conhecimento ao cálculo de potências com a base racional (diferente de zero) e expoente inteiro.

No início da aula é necessário que o professor se certifique de que os alunos se lembram das regras operatórias das potências antes de propor a tarefa aos alunos.

Nesta aula o professor deve promover uma discussão da regra do cálculo destas potências e só depois propor aos alunos a resolução da questão 1.4. Antes da resolução desta questão (1.4.) o professor deve discutir as questões anteriores e, com os alunos, chegar ao modo como se calculam potências de base racional (diferente de zero) e expoente inteiro.

Na segunda aula resolvem as restantes questões. Na questão 3.1 é pedido aos alunos que calculem potências com base inteira e expoente natural com vista a recordarem as regras operatórias das potências já estudadas no ano lectivo anterior. Para a resolução das restantes questões, o professor deve referir que as regras operatórias das potências que conhecem são extensíveis se a base for um número racional (diferente de zero) e o expoente um número inteiro. É importante que após a resolução das questões 3 e 4 os alunos discutam os diversos processos de resolução salientando a vantagem no uso das regras operatórias das potências no cálculo.

Tarefa 3 – Potências

1.

1.1. Para completar a primeira coluna da tabela abaixo usa a regra operatória da divisão de potências com a mesma base. Na segunda coluna calcula o valor das respectivas expressões numéricas, apresentando-o na forma de fracção irredutível em que o denominador seja uma potência de base 3.

Completa as seguintes igualdades	Efectua as seguintes operações
$\frac{3^7}{3^4}=3^3$	$\frac{3^7}{3^4}=\ldots$
$\frac{3^6}{3^4}=3^{\cdots}$	$\frac{3^6}{3^4}=\ldots$
$\frac{3^5}{3^4}=\ldots$	$\frac{3^5}{3^4}=\ldots$
$\frac{3^4}{3^4}=3^0$	$\frac{3^4}{3^4}=\ldots$
$\frac{3^3}{3^4}=3^{-1}$	$\frac{3^3}{3^4}=\ldots$
$\frac{3^2}{3^4}=\ldots$	$\frac{3^2}{3^4}=\ldots$
$\frac{3^1}{3^4}=\ldots$	$\frac{3^1}{3^4}=\ldots$

1.2. Observa os resultados das duas colunas e estabelece uma regra que permita saber quando é que o quociente de duas potências da mesma base é uma potência de expoente negativo. Compara os resultados das duas colunas e escreve uma regra para calcular potências em que a base é um número inteiro (diferente de zero) e o expoente é um número inteiro negativo.

1.3. E quando o expoente é zero, qual é o valor da potência? Arranja vários exemplos para ilustrares a tua conjectura.

1.4. Qual é o valor das seguintes potências?

1.4.1 2^{-5}

1.4.2 4^{-2}

1.4.3 3^{-3}

1.4.4 6^0

1.4.5 10^{-1}

1.4.6 10^{-5}

1.4.7 $(-5)^{0}$

1.4.8 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

1.4.9 $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

1.4.10 $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$

1.4.11 $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

2.

2.1. Usando as regras operatórias das potências, escreve as expressões seguintes na forma de potência.

2.1.1 $2^{3}\times 2^{5} =$

2.1.2 $(-5)^{4}\times 3^{4} =$

2.1.3 $3^{7}\div 3^{9} =$

2.1.4 $(-10)^{6}\div(-2)^{6} =$

2.1.5 $(7^{5})^{2} =$

2.2. As regras das potências que usaste na alínea anterior, também são válidas se a base for um número racional (diferente de zero) e o expoente um número inteiro.

Escreve as seguintes expressões na forma de potência:

2.2.1 $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\times\left(-\frac{6}{5}\right)^{3} =$

2.2.2 $\left(\frac{5}{6}\right)^{7}\div\left(\frac{5}{6}\right)^{3}$

2.2.3 $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-4}\times\left(-\frac{2}{7}\right)^{5} =$

2.2.4 $(0{,}2^{4})^{-3} =$

2.2.5 $(-20)^{-5}\div(2)^{-5} =$

2.3. Escreve na forma de potência de base 2.

2.3.1 $\left(\frac{1}{2}\right)^5 =$

2.3.2 $\frac{1}{16} =$

2.3.3 8^{-3}

3. Calcula o valor numérico das seguintes expressões:

3.1. $2^{-3} \times 5^{-3} \div 10^{-2}$

3.2. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right) \times (-5)^3$

3.3. $\left(4^3\right)^{-1} \times (0{,}1)^{-3}$

3.4. $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^0$

3.5. $\left(\frac{1}{2}\right)^{100} \times 2^{101}$

3.6. $(0{,}1)^2 + (0{,}1)^0 =$

3.7. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-1)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

Planificação da tarefa 4: Dízimas

Com esta tarefa pretende-se que os alunos descubram que os números racionais escritos na forma fraccionária podem ser representados por dízimas finitas ou por dízimas infinitas periódicas.

- **Tema matemático:** Números e operações

- **Nível de ensino:** 3.º ciclo

- **Tópicos matemáticos:** Números racionais

- **Subtópicos matemáticos:** Representação, comparação e ordenação

- **Capacidades transversais:** Comunicação matemática
  Raciocínio matemático

- **Conhecimentos prévios dos alunos:**
  - Compreender e usar um número racional como quociente, relação parte-todo, razão, medida e operador;
  - Representar sob a forma de fracção um número racional não negativo, dado por uma dízima finita.

- **Aprendizagens visadas:**
  - Representar números racionais por dízimas infinitas periódicas;
  -Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;
  - Exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;
  - Discutir resultados, processos e ideias matemáticos;
  - Formular e testar conjecturas;
  - Usar o raciocínio indutivo.

- **Recursos:** Calculadora

- **Duração prevista:** 90 minutos

Notas para o professor:

Esta tarefa divide-se em duas questões: na primeira, os alunos são desafiados a dividir alguns números racionais, escritos na forma fraccionária, em duas classes tendo em conta o tipo de dízima; na segunda investigam regularidades em algumas dízimas.

No início da realização desta tarefa o professor deve esclarecer o conceito de dízima finita e infinita periódica, deixando claro que se trata da representação decimal de um número racional.

Após esta introdução e a exploração da tarefa com a calculadora inicia-se a discussão com toda a turma em que os alunos explicam o critério usado no agrupamento dos números e a existência de regularidade nas dízimas infinitas periódicas. Estes resultados devem ser sistematizados no final pelo professor.

Na questão 2 pretende-se que os alunos investiguem as regularidades dos números racionais escritos na forma fraccionária com denominador 11 sendo importante que expliquem a toda a turma as conclusões a que chegaram.

Tarefa 4 – Dízimas

1. Considera os números escritos na forma fraccionária.

$\frac{3}{8}$	$-\frac{22}{14}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{13}$
$\frac{4}{11}$	$\frac{23}{12}$	$-\frac{14}{5}$	$\frac{25}{32}$

1.1. Usando a calculadora, representa-os na forma de dízima.

1.2. Tendo em conta o tipo de dízima encontrado na alínea anterior, forma dois grupos com esses números:

Grupo 1	Grupo 2
$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{11}$

1.3. Explica o critério que usaste para agrupar os números.

1.4. Para cada um dos números do grupo 2, indica qual o próximo algarismo da dízima que é desconhecido. Para cada caso, explica o teu raciocínio.

2. Vamos estudar fracções com denominador 11.

2.1. Usando a calculadora, representa na forma de dízima cada uma das seguintes fracções: $\frac{1}{11}$ $\frac{2}{11}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{4}{11}$

2.2. Sem usar a calculadora, conjectura como ficarão representados, na forma de dízima, as seguintes fracções: $\frac{5}{11}$ $\frac{6}{11}$**.** Explica o teu raciocínio.

2.3. Usando a calculadora, representa na forma de dízima a fracção $\frac{12}{11}$**.**

2.4. Sem usar a calculadora, conjectura como ficarão representadas, na forma de dízima, as fracções $\frac{13}{11}$ e $\frac{24}{11}$**.** Explica o teu raciocínio.

2.5. De um modo geral como se escreve na forma de dízima uma fracção de denominador 11?

Planificação da tarefa 5: Notação científica

Com esta tarefa pretende-se que os alunos representem números muito grandes ou muito pequenos em notação científica e que os comparem, privilegiando exemplos que emergem de contextos científicos. Pretende-se, ainda, que os alunos reconheçam o modo como a calculadora representa um número em notação científica.

- **Tema matemático:** Números e operações

- **Nível de ensino:** 3.º ciclo

- **Tópicos matemáticos:** Números racionais

- **Subtópicos matemáticos:** Representação, comparação e ordenação

- **Capacidades transversais:** Comunicação matemática
  Raciocínio matemático

- **Conhecimentos prévios dos alunos:**

  - Interpretar uma potência de expoente natural como um produto de factores Iguais;
  - Compreender as propriedades e regras das operações e usá-las no cálculo
  - Comparar e ordenar números racionais representados na forma decimal e fraccionária.
  - Identificar e dar exemplos de potências de base 10;

- **Aprendizagens visadas:**

  - Representar e comparar números racionais positivos em notação científica;
  - Reconhecer o modo como a calculadora representa um número em notação científica;
  -Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;
  - Usar o raciocínio indutivo.

- **Recursos:** Calculadora

- **Duração prevista:** 90 minutos

- **Notas para o professor:**

Nesta tarefa privilegia-se exemplos que emergem de contextos científicos, tecnológicos ou da realidade quotidiana. A utilização correcta da calculadora tem também um papel relevante neste contexto.

Esta tarefa divide-se em duas partes: questão 1 e questão 2. Inicia-se a questão 1 sistematizando a escrita de um número em notação científica. De seguida, pretende-se que os alunos compreendam o processo, em discussão em pequenos grupos. Se o professor sentir necessidade pode interpretar com toda a turma a informação contida na tabela da questão 1.1.

A questão 1 deve ser discutida antes de o professor propor aos alunos a resolução da questão 2. Na discussão da questão 1 o professor deve fazer referência à ordem de grandeza de um número escrito em notação científica para que façam sentido algumas perguntas da questão 2.

Na discussão da questão 2 é dado ênfase à comparação de números em notação científica, pretendendo-se que os alunos concluam que devem começar por comparar os números pela sua ordem de grandeza e posteriormente comparar os coeficientes da potência de base 10.

Tarefa 5 – Notação científica

1. Representação

A população mundial é actualmente de cerca de 6,6 mil milhões de indivíduos.

Como sabes, este número pode ser escrito da forma 6 600 000 000 ou, de uma forma ainda mais simples, recorrendo às potências. Desta forma a população mundial pode ser representada da seguinte forma:

$$6\,600\,000\,000 = 66 \times 10^{8}$$

No entanto, a notação mais habitual para estes números não é esta, mas sim a de um produto de um número compreendido entre 1 e 10 (incluindo o 1 e excluindo o 10) por uma potência de base 10. O número assim escrito diz-se escrito em **notação científica**.

$$6\,600\,000\,000 = 6,6 \times 10^{9}$$

No uso de números muito pequenos também é vantajoso o uso dos números escritos em notação científica. Por exemplo, o diâmetro do vírus H1N1 é de 0,000 000 12mm.

Como $0{,}000\,000\,1 = \dfrac{1}{10\,000\,000} = \dfrac{1}{10^{7}} = 10^{-7}$,

então $0{,}000\,000\,12 = 1{,}2 \times 10^{-7}$, agora está escrito em **notação científica**.

Informação:

Um número escrito na forma $a \times 10^{n}$, sendo a um número maior ou igual a 1 e menor do que 10 e n um número inteiro, diz-se escrito em notação científica.

1.1 Representa em notação científica a população dos seguintes países.

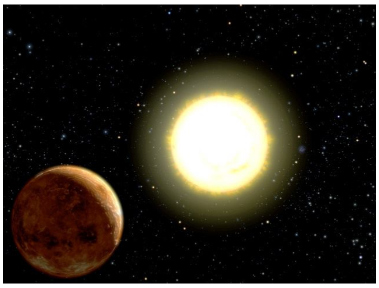
País	**População**	**População aproximada em notação científica (usa 2 casas decimais)**
China	1 332 670 710	
Índia	1 166 925 850	
Estados Unidos da América	307 162 899	
Brasil	191 466 483	
Portugal	10 617 575	
Luxemburgo	493 500	

Fonte: *Wikipedia*

1.2. Na tabela abaixo estão registados os diâmetros de alguns vírus conhecidos. Completa-a:

Virus	**Diâmetro (mm)**	**Diâmetro aproximado em notação científica (mm)**
Hepatite B	0,000 000 042	
Varicela	0,000 000 016	
Varíola	0,000 000 02	
Rubéola	0,000 000 007	

2. A massa do Sol é de 1 989 100 000 000 000 000 000 000 000 000kg.



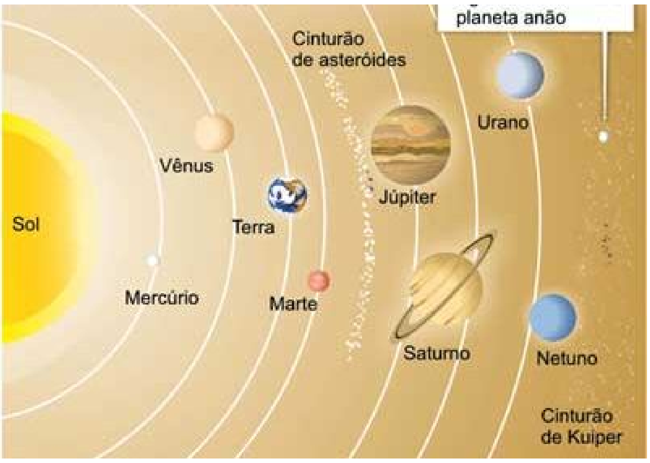
2.1. Escreve este número em notação científica.

2.2. Introduz o número na tua calculadora.
Escreve o que observas e compara o resultado com o dos teus colegas.

3. Comparação

3.1. O diâmetro médio dos planetas do sistema solar está registado na tabela abaixo.

Planeta	Diâmetro médio (m)
Mercúrio	$4{,}9\times10^{6}$
Vénus	$1{,}2\times10^{7}$
Terra	$1{,}3\times10^{7}$
Marte	$6{,}8\times10^{6}$
Júpiter	$1{,}4\times10^{8}$
Saturno	$1{,}2\times10^{8}$
Urano	$5{,}1\times10^{7}$
Neptuno	$4{,}9\times10^{7}$



3.1.1. Indica um planeta cujo diâmetro médio seja da mesma ordem de grandeza do que o da Terra.

3.1.2. Esse planeta tem maior ou menor diâmetro médio do que a Terra?

3.1.3. Indica um planeta cujo diâmetro médio seja de maior grandeza do que o da Terra.

3.1.4. Saturno tem maior ou menor diâmetro médio do que a Terra?

3.1.5. Explica como é que comparas dois números escritos em notação científica.

3.2. No quadro seguinte, encontra-se informação sobre a medida da massa, em kg, de alguns átomos.

Átomo	Massa (kg)
Lítio	$1{,}15\times10^{-26}$
Hidrogénio	$1{,}67\times10^{-27}$
Prata	$1{,}79\times10^{-25}$
Titânio	$7{,}95\times10^{-26}$

3.2.2. Dos átomos indicados, qual é aquele que tem menor massa? Justifica.

3.2.3. De entre os átomos de Lítio e Titânio, qual tem maior massa? Justifica.

3.2.4. Escreve as massas dos átomos indicados por ordem decrescente.

Planificação da tarefa 6: Miscelânea de problemas

Esta tarefa tem como propósito principal a consolidação dos conceitos tratados no tópico Números Racionais e dever ser proposta no final do tópico.

A tarefa é constituída por exercícios, problemas e actividades de investigação que, no seu todo, formam um suporte que abrange todos os subtópicos constituintes deste tópico.

- **Tema matemático:** Números e operações

- **Nível de ensino:** 3.º ciclo

- **Tópicos matemáticos:** Números racionais

- **Subtópicos matemáticos:** Representação, comparação e ordenação;
  Operações, propriedades e regras operatórias

- **Capacidades transversais:** Resolução de problemas
  Raciocínio matemático
  Comunicação matemática

- **Conhecimentos prévios dos alunos:**
  - Conhecimentos inerentes às cinco tarefas anteriores e que foram adquiridos ao longo da realização destas

- **Aprendizagens visadas:**
  - Consolidar as aprendizagens anteriores;

- **Recursos:** Calculadora, acetatos, retroprojector, videoprojector (se for conveniente)

- **Duração prevista:** 2 blocos de 90 minutos

- **Notas para o professor:**

Esta tarefa permite a consolidação dos conceitos que foram tratados nas tarefas anteriores e, na maior parte das turmas, deve ser realizada em dois blocos de 90 minutos. Contudo, face à realidade de cada turma, se não for viável a exploração total desta tarefa, compete ao professor fazer a selecção dos problemas a propor na sala de aula e dos que podem ser executados em trabalho extra-aula.

Os alunos devem analisar, reflectir e trabalhar a tarefa em pares ou em pequenos grupos gerando-se, depois disso, um momento de discussão conjunta que pode ser sustentada, se o professor assim o entender, pela projecção de tabelas/recta numérica de modo a facilitar a correcção/comunicação dos alunos.

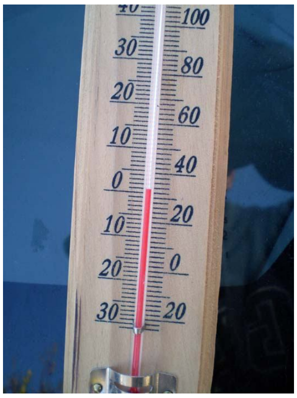
As questões 4 e 6 devem ser resolvidas com calculadora científica, pois têm como objectivo que os alunos reconheçam o modo como a calculadora representa números em notação científica. Nos restantes problemas, o uso da calculadora é desaconselhado.

Tarefa 6 – Miscelânea de problemas

1. As temperaturas mínimas registadas nos primeiros sete dias do ano 2009 na cidade de Bragança estão apresentadas na tabela abaixo.

Dia		**Temperatura mínima**
1 Janeiro	quinta-feira	4,8
2 Janeiro	sexta-feira	3,6
3 Janeiro	sábado	-3,7
4 Janeiro	domingo	-2
5 Janeiro	segunda-feira	-4,9
6 Janeiro	terça-feira	-7
7 Janeiro	quarta-feira	-3,5

Fonte: Weather online



1.1. Em que dias da semana a temperatura mínima é representada por um número inteiro?

1.2. Em que dia da semana a temperatura mínima foi mais baixa?

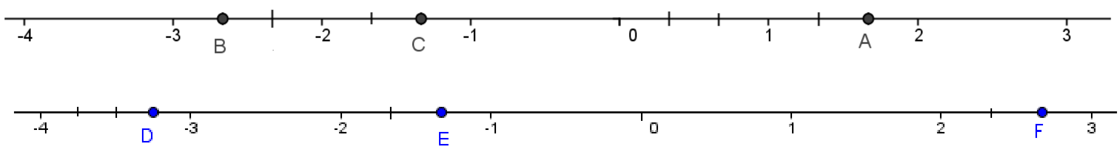
1.3. A temperatura mínima no dia 3 de Janeiro foi inferior ou superior à temperatura mínima do dia 7 de Janeiro?

1.4. Representa numa recta numérica as temperaturas constantes da tabela.

1.5. No dia 8 de Janeiro a temperatura mínima na cidade de Bragança foi um valor compreendido entre a do dia 6 e a do dia 7.

Indica um possível valor para a temperatura mínima do dia 8 de Janeiro.

2. Na figura estão representadas duas rectas numéricas.



Indica a abcissa de cada um dos pontos assinalados com letras.

3. Preenche a seguinte tabela de "Números Cruzados":

	A	B	C	D	E	F
1		■				
2		■		,		
3	■		■			■
4				■	■	
5	■		■	■		
6		■				

Horizontais :

1. Divisor de 10**;** $2{,}134\times10^{3}$

2. Elemento neutro da multiplicação**;** O valor de 5×10^{-2}

3. Número par que é primo**;** $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}\times1{,}8\times10^{2}$

4. $5\times\frac{3}{2}\times10^{2}\times\left(\frac{2}{3}\right)$**;** O valor de qualquer potência de base racional (diferente de zero) e expoente nulo

5. A décima parte de 10**;** a distância à origem(recta numérica) de -22

6. O simétrico do inverso de $-\frac{1}{3}$**;** $-(-5)^{5}$

Verticais :

A. O menor número ímpar superior a 50**;** $\frac{(-5)^{3}\times2^{3}\times(-5)}{1000}$ **;** $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times(-18)$

B. O valor de $0{,}0201\times10^{4}$

C. $\left[(-2)^{2}\right]^{3}-2^{2}\times11$**;** elemento absorvente da multiplicação**;** número primo

D. 16×10^{-1}**;** número natural que é igual ao seu inverso

E. Múltiplo de 100**;** $22\times0{,}01\times10^{2}$

F. $-3^{2}\times(-5)$**;** O cubo de 5

4. Em 1935, o sismólogo americano Charles Richter propôs uma escala para medir a magnitude de um sismo.

A seguir apresenta-se uma tabela que relaciona os valores da magnitude de um sismo com alguns dos efeitos causados e com a energia libertada (em joule).

Valores da magnitude	**Efeitos**	**Energia** (Joule)
1	Detectável apenas por instrumentos.	$7{,}9 \times 10^{5}$
2	Sentido por algumas pessoas.	$2{,}5 \times 10^{7}$
3	Sentido pela maioria das pessoas.	$7{,}9 \times 10^{8}$
4	Sentido por todos, vidros partidos.	$2{,}5 \times 10^{10}$
5	Queda de mobiliário.	$7{,}9 \times 10^{11}$
6	Queda de alguns edifícios.	$2{,}5 \times 10^{13}$
7	Queda de pontes e colapso de barragens.	$7{,}9 \times 10^{14}$
8	Desastre em larga escala.	$2{,}5 \times 10^{16}$
9	Desastre em larguíssima escala.	$7{,}9 \times 10^{17}$
10	Destruição total do planeta.	$2{,}5 \times 10^{19}$

Estima-se que no terramoto de Lisboa em 1755 foi libertada uma energia de aproximadamente 200 000 000 000 000 000 joule.

4.1. Escreve, em notação científica, a energia libertada pelo terramoto de Lisboa.

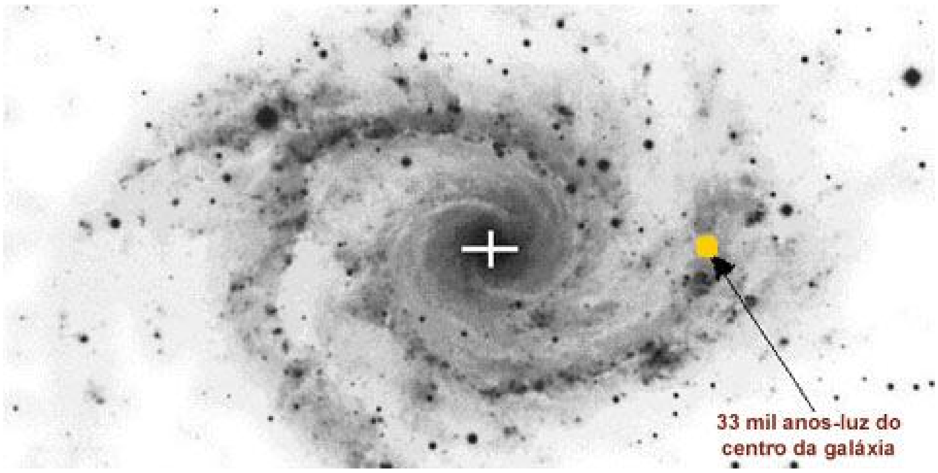
4.2. Entre que valores se situa a magnitude do terramoto de Lisboa? Justifica a tua resposta.

Adaptado Prova de Aferição D 2004

5. Os astrónomos medem as distâncias entre os astros numa unidade chamada “ano luz”, que corresponde à distância percorrida pela luz, no vácuo, durante 1 ano. Nestas condições, a velocidade da luz é de 300 000 km/s.

5.1. Usando a calculadora determina, em notação científica, a quantos km corresponde 1 ano luz.

5.2. O Sol ocupa uma posição na periferia da Via-láctea, a 33 mil anos luz do seu centro. Qual é a ordem de grandeza, em km, da distância do Sol ao centro da Via Láctea?
Nota: Usa a tua calculadora.



5.3. Os cientistas descobriram que a distância entre a Terra e o Sol é de $1{,}5\times10^{8}$ km. Usando a calculadora determina quanto tempo demora a luz do Sol a chegar à Terra.

6. Considera as seguintes sequências numéricas:

Sequência A : 0,1 0,01 0,001 …
Sequência B: 0,2 0,02 0,002 …

6.1. Qual é o 5.º termo de cada uma das sequências?

6.2. Escreve os cinco primeiros termos de cada sequência em notação científica.

6.3. Qual é o décimo termo de cada uma das sequências?

6.4. Escreve o termo geral de cada sequência.

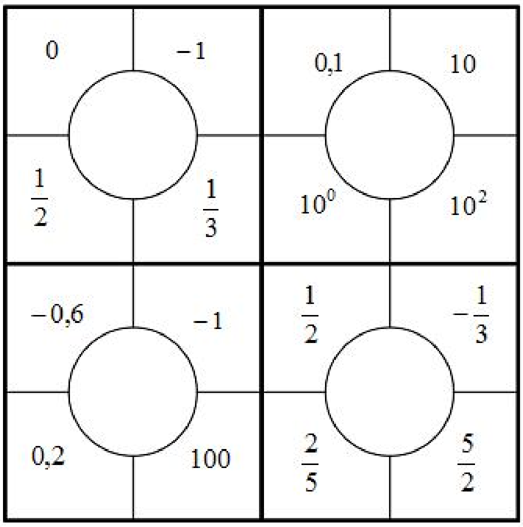
7. As células bacterianas são pequenas e medidas em micrómetros (μm), sendo 1μm equivale 0,001mm.

7.1. Completa com a palavra “maior” ou “menor” a seguinte frase:

“A ___________ bactéria conhecida (Chlamydia) tem 2×10^{-4} mm de comprimento e a ___________bactéria conhecida (Epulopiscium fishelsoni) 6×10^{-1} mm de comprimento.”

7.2. Qual é em micrómetros (μm) o comprimento de cada uma das bactérias referidas acima?

8. Coloca dentro de cada círculo o produto dos quatro números que estão à sua volta.



9. Faz a correspondência entre as expressões que representam o mesmo número.

$-2\times\left(-1+\frac{1}{2}\right)$	$0+5$
$-\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}+5\right)$	$-\frac{1}{16}$
$\frac{1}{4}\times(-4)$	$2+\frac{1}{2}$
$9\times10+0{,}2\times10$	1
$\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times 0$	$(9+0{,}2)\times10$
$\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$	$\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{5}\right)$
	0
	$-2-1$
	$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2}$
	-1

10. Sabendo que

a + b	
a	b

Completa a seguinte pirâmide:

	2		0	
$\frac{1}{2}$	-1			$-\frac{1}{3}$

11. Completa os espaços com reticências:

$-\frac{8}{3}$	$\xrightarrow{\times\left(\frac{1}{2}\right)}$	$\ldots$
$\ldots$	$\xrightarrow{\times\left(-\frac{2}{3}\right)}$	$+\frac{5}{3}$
$\ldots$	$\xrightarrow{:\left(-\frac{1}{2}\right)}$	-4
$5{,}2\times 10^{3}$	$\xrightarrow{\ldots}$	$5{,}2$
$\ldots$	$\xrightarrow{+\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}}$	$-\frac{5}{4}$

12. Sem utilizares a calculadora, completa os espaços em branco da tabela seguinte:

x	- 4,2	-2,1	0	0,1
-5				
-0,5				
10^{-2}				
10				

13. Completa o quadro, assinalando com uma cruz as afirmações verdadeiras / falsas, <u>justificando sempre</u> as afirmações <u>falsas</u>.

Afirmações	**Verdadeira**	**Falsa**	**Falsa porque…**
$(-2)^4 = 2^4$			
$\left[\left(-2^{3}\right)\right]^4 = (-2)^7$			
$\left(-\frac{1}{3}\right)^8 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^0 = 0$			
$0{,}1 : 0{,}001 = 100$			
$10^3 \times (-0{,}1)^2 = -1^5$			
$-\frac{1}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) + 8^0 = 2$			
O simétrico do inverso de 2 é - 2			
O inverso do simétrico de $\frac{2}{3}$ é $-\frac{3}{2}$			
Para comparar fracções com o mesmo denominador, basta comparar os numeradores.			