

# MATEMÁTICA

## 11.º ANO CURSOS ARTÍSTICOS ESPECIALIZADOS

---

# MATEMÁTICA

## 11.º ANO CURSOS ARTÍSTICOS ESPECIALIZADOS

### INTRODUÇÃO

Pelos princípios e métodos de trabalho praticados, a Matemática é uma componente essencial da formação para o exercício da cidadania em sociedades democráticas e tecnologicamente avançadas, tendo por bases a autonomia e a solidariedade. O conhecimento científico em geral, e matemático em particular, é uma ferramenta essencial da independência empreendedora de cada cidadão, que tem de ser consciente e responsável pelo ambiente em que vive e pelas relações em que está envolvido.

Genericamente, a Matemática é parte imprescindível da cultura humanística e científica, que permite ao cidadão ganhar flexibilidade para se adaptar a mudanças tecnológicas ou outras e para sentir-se motivado a continuar a sua formação ao longo da vida. A Matemática desenvolve a comunicação, facilitando a seleção, a avaliação e a integração das mensagens necessárias e úteis, ao mesmo tempo que fornece acesso a fontes de conhecimento científico a ser mobilizado sempre que necessário. A Matemática contribui para uma melhor compreensão do espaço envolvente, ajudando a perceber relações e padrões entre os diversos elementos naturais. Finalmente, a Matemática é uma das bases teóricas essenciais e necessárias de todos os grandes sistemas de interpretação da realidade, que garantem uma intervenção social com responsabilidade e dão sentido à condição humana.

A Matemática surge na área das Artes Visuais e Audiovisuais dos Cursos Artísticos Especializados, de nível secundário, como uma disciplina bial de opção (11.º e 12.º anos), na componente de formação científica. Os temas a abordar incluem, sobretudo, Geometria, devido às suas relações mais estreitas com a Arte, mas não esquecem que um artista é também um cidadão e, por isso, necessita de entender minimamente outro tipo de linguagem, nomeadamente a das Funções e a da Estatística.

O programa está organizado por grandes temas matemáticos, no entanto, estes têm de ser selecionados de tal modo que competências fundamentais sejam contempladas, têm de estar ligados a necessidades reais e fornecer instrumentos de compreensão do real com utilidade compreensível imediata. Devem, ainda, poder ser motor de compreensão da Matemática como um todo, em que cada tema se relaciona com outros, e em que a aprendizagem de cada assunto beneficia a aprendizagem de outros. Cada assunto, embora desenvolvido mais detalhadamente dentro da leção de um tema, deve ser interessante e útil na abordagem dos diversos temas.

Para estes alunos, o essencial da aprendizagem da Matemática deve ser procurado ao nível das ideias para a resolução de problemas e para as aplicações da Matemática. O uso das ferramentas deve ser ensinado e aprendido no contexto das ideias e da resolução de problemas interessantes, privilegiando mesmo características típicas do ensino experimental. A Matemática, nas suas conexões com todos os ramos do saber, constitui uma contribuição decisiva para a consciência da necessidade da educação e da formação ao longo da vida, com vista a enfrentar as mudanças profissionais e as incontornáveis adaptações às inovações científicas, tecnológicas e artísticas, tal como, aliás, hoje em dia é cada vez mais reconhecido pela importância dada internacionalmente às chamadas carreiras STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*).

O programa da disciplina – cuja consulta frequente se recomenda – contempla quatro temas transversais: *Resolução de problemas e atividades investigativas, Comunicação matemática, História da Matemática e Tecnologia e Matemática* desenvolvidos através dos três grandes temas matemáticos já referidos: Geometria, Estatística e Funções.

### Articulação com o 3.º ciclo do ensino básico

Dado que existe um hiato de um ano entre o final do 3.º ciclo e o início desta disciplina no ensino secundário, há que ter especiais cuidados para garantir que os alunos possuam os conhecimentos matemáticos necessários no início do 11.º ano. Sugere-se que, caso a escola tenha condições para isso, sejam oferecidos no 10.º ano pequenos projetos ou iniciativas por forma a colmatar, nos alunos interessados em frequentar a disciplina, eventuais lacunas, ou ainda retomar conhecimentos adquiridos, nomeadamente em Geometria, em Funções e em Estatística.

Como, além disso, os alunos poderão não trazer do 3.º ciclo os conhecimentos mínimos necessários, o programa prevê um módulo inicial cujo objetivo é ambientar os alunos ao tipo de trabalho que se pretende no ensino secundário, muito virado para a resolução de problemas concretos. Neste módulo deverão ser propostos aos alunos problemas ou tarefas, que permitam consolidar e fazer uso de conhecimentos essenciais adquiridos no 3.º ciclo, de modo, tanto a detetar dificuldades em questões básicas, como a estabelecer uma boa articulação entre este ciclo e o ensino secundário. Os problemas a tratar neste módulo devem integrar-se essencialmente nos temas Números, Geometria e Álgebra deixando para em momento posterior os problemas que se integrem nos temas Funções ou Probabilidades e Estatística. Pretende-se que os problemas a propor ponham em evidência o desenvolvimento de capacidades de experimentação, do raciocínio matemático (com destaque para o raciocínio geométrico) e da análise crítica, conduzindo ao estabelecimento de conjeturas e à sua verificação.

*Geometria* – O ensino da Geometria reveste-se da maior importância, devendo contribuir para desenvolver nos alunos uma intuição geométrica e um raciocínio espacial, assim como capacidades para explorar, conjeturar, raciocinar logicamente, usar e aplicar a Matemática, formular e resolver

problemas abstratos ou numa perspetiva de modelação matemática. Deve, ainda, desenvolver capacidades de organização e de comunicação, quer oral quer escrita. É aconselhável que os alunos realizem pequenas investigações e elaborem relatórios utilizando linguagem matemática rigorosa (o que não significa que se deva recorrer necessariamente à linguagem simbólica).

Tanto em geometria plana, como em geometria do espaço, a prática de manipulação e observação de figuras e modelos tem um papel decisivo no ensino das noções matemáticas que estão em jogo, com prejuízo absoluto do ponto de vista axiomático. O professor deve propor tarefas de construção e de manipulação de modelos ligadas a problemas históricos, fazendo surgir a partir do problema e do caminho que se faz para a sua resolução uma grande parte dos resultados teóricos que pretende ensinar ou recordar. Como este tema matemático é desenvolvido ao longo dos dois anos, no 11.º ano devem ser trabalhados os itens *Geometria no Plano e no Espaço* e *Padrões Geométricos*.

*Estatística* – É no 11.º ano que se aborda o estudo da Estatística, tema importante por contribuir para melhorar a capacidade dos alunos na avaliação de afirmações de carácter estatístico, fornecendo-lhes ferramentas apropriadas para rejeitar, quer certos anúncios publicitários, quer notícias ou outras informações, em que a interpretação de dados ou a realização da amostragem não tenha sido correta. Os alunos deverão ficar a saber organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto (ou tabelados), para daí tirar conclusões, numa análise sempre crítica e sempre consciente dos limites do processo de matematização da situação. Este tema fornece uma excelente oportunidade para tarefas interdisciplinares, individualmente ou em grupo.

---

## Articulação com o Perfil dos Alunos

As Aprendizagens Essenciais (AE) apresentadas articulam-se com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (PA), tendo em vista a sua consecução no âmbito da disciplina de Matemática, nomeadamente no que se refere às aprendizagens dos alunos associadas às áreas de competências aí definidas, quer nas áreas (A), (B), (C), (D), (H) e (I) – intrinsecamente relacionadas com temas, processos e métodos matemáticos e com os fins próprios destes cursos – quer nas restantes áreas (E), (F), (G) e (J), em que a Matemática dá igualmente contributos essenciais. Num caso e noutro, pressupõem práticas de trabalho autónomo, colaborativo e de carácter interdisciplinar.

No caso destes cursos, a interdisciplinaridade surge de uma forma natural com diferentes aspetos das artes, sobretudo visuais, como podem ser o estudo de um artista, de uma obra de arte, de um período ou de uma escola, onde a presença de geometria pode ser explorada e aplicada de múltiplas formas e com várias disciplinas do currículo, nomeadamente História da Cultura e das Artes, Desenho, Geometria Descritiva, Projeto e Tecnologias. Também a Estatística fornece uma excelente oportunidade para o trabalho interdisciplinar.

# MATEMÁTICA

## 11.º ANO

### ÁREAS DE COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS

Linguagens e textos <b>(A)</b>	Informação e comunicação <b>(B)</b>	Raciocínio e resolução de problemas <b>(C)</b>	Pensamento crítico e pensamento criativo <b>(D)</b>	Relacionamento interpessoal <b>(E)</b>
Desenvolvimento pessoal e autonomia <b>(F)</b>	Bem-estar, saúde e ambiente <b>(G)</b>	Sensibilidade estética e artística <b>(H)</b>	Saber científico, técnico e tecnológico <b>(I)</b>	Consciência e domínio do corpo <b>(J)</b>

### OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

#### Conceitos-chave | Ideias-chave

Modelação matemática | O papel da Matemática na sociedade, na Arte, no Design e na Arquitetura, atualmente e ao longo da história | Figuras geométricas como conjuntos de pontos do plano ou do espaço, e suas representações | Medida | Organização da matemática – raciocínio dedutivo e indutivo | Simetria | Transformações geométricas | Estatística descritiva | Indicadores estatísticos

ORGANIZADOR	<b>AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES</b> O aluno deve ser capaz de:	<b>AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO ORIENTADAS PARA O PERFIL DOS ALUNOS</b> (Exemplos de ações a desenvolver)	<b>DESCRITORES DO PERFIL DOS ALUNOS</b>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);"><b>APLICAÇÕES E MODELAÇÃO MATEMÁTICA</b></p> <p><b>GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO</b></p> <p>Resolução de problemas de geometria</p> <p>O método das coordenadas</p> <p>Equação da reta</p> <p>Atividades investigativas</p> <p>Comunicação matemática</p> <p>História da Matemática</p> <p>Matemática e tecnologia</p>	<p>Recorrendo a situações e contextos variados, principalmente situações que envolvam aplicações e modelação matemática, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem viver experiências que integrem a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>organizar e explicitar raciocínios sobre figuras geométricas do plano ou do espaço utilizando, ou não, o método das coordenadas cartesianas;</li> <li>resolver problemas de cálculo de medidas, nomeadamente, comprimentos, perímetros, áreas ou volumes, utilizando, ou não, o método das coordenadas cartesianas;</li> <li>analisar situações da vida real, da Arte, do Design e da Arquitetura, identificando modelos geométricos que permitam a sua interpretação e resolução;</li> <li>conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas usando ideias geométricas, em contextos matemáticos e não matemáticos e avaliando a plausibilidade dos resultados;</li> <li>desenvolver interesse pela Geometria e valorizar o seu papel na História e no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social;</li> <li>descobrir relações entre conceitos de Matemática, formular generalizações a partir de experiências e validar conjecturas;</li> <li>expressar, oralmente e por escrito, conceitos, raciocínios e ideias matemáticos, com precisão e rigor, interpretando textos de Matemática e justificando raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia);</li> <li>conhecer problemas e factos marcantes da História da Geometria e discuti-los em confronto com os conhecimentos matemáticos disponíveis atualmente;</li> <li>utilizar ferramentas tecnológicas específicas, incluindo um programa de geometria dinâmica, na realização das atividades escolares.</li> </ul>	<p>Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>descrever e classificar, segundo critérios a definir pelos alunos, alguns objetos tridimensionais, sendo alguns deles a partir de planificações;</li> <li>investigar poliedros regulares, seguida de leitura e interpretação do texto <i>Os Elementos de Euclides</i>;</li> <li>organizar conhecimentos sobre quadriláteros, nomeadamente, definições, construções geométricas rigorosas, teoremas, demonstrações e classificações;</li> <li>interpretar o diálogo de Platão “Ménon” e resolver problemas que envolvem a relação entre a diagonal e o lado de um quadrado;</li> <li>pesquisar sobre a normalização do papel e estudar as relações matemáticas que conduziram ao estabelecimento das medidas da série A;</li> <li>investigar cortes num cubo - estabelecimento de relações de incidência, paralelismo e perpendicularidade no plano e no espaço;</li> <li>estudar a possível “semelhança” entre garrafas da mesma marca, de 25 cl, 33 cl, 50 cl, 75 cl e 1,5 l;</li> <li>estudar percentagens na redução e ampliação numa fotocopiadora;</li> <li>escolher referenciais que facilitam a resolução de problemas métricos, no plano ou no espaço;</li> <li>investigar o significado do declive e da ordenada na origem na equação reduzida da reta.</li> </ul>	<p>Conhecedor Sabedor Culto Informado (A, B, G, I, J)</p> <p>Criativo (A, C, D)</p> <p>Crítico Analítico (A, B, C, D, G)</p> <p>Indagador Investigador (C, D, F, H, I)</p> <p>Respeitador do outro e da diferença (A, B, E, F, H)</p> <p>Sistematizador Organizador (A, B, C, I)</p> <p>Questionador (A, F, G, I)</p> <p>Comunicador (A, B, D, E, H)</p> <p>Participativo Colaborador (B, C, D, E, F)</p> <p>Responsável Autónomo (C, D, E, F, G, I, J)</p> <p>Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)</p> <p>Autoavaliador (transversal às áreas)</p>

ORGANIZADOR	<b>AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES</b> O aluno deve ser capaz de:	<b>AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO ORIENTADAS PARA O PERFIL DOS ALUNOS</b> (Exemplos de ações a desenvolver)	<b>DESCRITORES DO PERFIL DOS ALUNOS</b>
<b>APLICAÇÕES E MODELAÇÃO MATEMÁTICA</b>	<p><b>PADRÕES GEOMÉTRICOS</b></p> <p>Recorrendo a situações e contextos variados, principalmente situações que envolvam aplicações e modelação matemática, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem viver experiências que integrem a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identificar de simetrias</li> <li>• estudar e reconstruir de aspetos geométricos do património artístico e histórico</li> <li>• desenvolver atividades investigativas</li> <li>• comunicar matemática</li> <li>• estudar a História da Matemática</li> <li>• utilizar matemática e tecnologia</li> </ul>	<p>Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• estudar padrões geométricos – rosáceas, frisos e padrões ou pavimentações regulares – com identificação das isometrias que deixam cada padrão invariante;</li> <li>• construir padrões geométricos, utilizando transformações geométricas num programa de geometria dinâmica;</li> <li>• investigar propriedades das transformações geométricas – translação, rotação, reflexão, reflexão deslizante e homotetia ou dilação;</li> <li>• investigar composições de reflexões, usando espelhos ou dobragens;</li> <li>• construir rosáceas, frisos e padrões a partir de um motivo, e investigar sobre a possibilidade de determinadas transformações serem ou não simetrias dessas figuras;</li> <li>• recolher imagens da arte decorativa, nomeadamente entre as do património artístico nacional ou dos países originais dos alunos, para análise de simetria e classificação de rosáceas e frisos, utilizando um fluxograma ou chave dicotómica.</li> </ul>	<p>Conhecedor Sabedor Culto Informado (A, B, G, I, J)                      Criativo (A, C, D)                      Crítico Analítico (A, B, C, D, G)                      Indagador Investigador (C, D, F, H, I)                      Respeitador do outro e da diferença (A, B, E, F, H)                      Sistematizador Organizador (A, B, C, I)                      Questionador (A, F, G, I)                      Comunicador (A, B, D, E, H)                      Participativo Colaborador (B, C, D, E, F)                      Responsável Autónomo (C, D, E, F, G, I, J)                      Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)                      Autoavaliador (transversal às áreas)</p>

ORGANIZADOR	<b>AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES</b> O aluno deve ser capaz de:	<b>AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO ORIENTADAS PARA O PERFIL DOS ALUNOS</b> (Exemplos de ações a desenvolver)	<b>DESCRIPTORIOS DO PERFIL DOS ALUNOS</b>
<b>ESTATÍSTICA</b>  Generalidades Organização e interpretação de caracteres estatísticos qualitativos e quantitativos  Atividades investigativas  Comunicação matemática  História da Matemática  Matemática e tecnologia	Recorrendo a situações e contextos variados, principalmente situações que envolvam aplicações e modelação matemática, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem viver experiências que integrem a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de: <ul style="list-style-type: none"> <li>recolher, na <i>internet</i> ou noutros suportes, informação estatística e interpretá-la para fundamentar posições, opções e ações, no âmbito da Cidadania e Desenvolvimento;</li> <li>organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto e daí tirar conclusões numa análise crítica e consciente dos limites do processo de matematização de situações reais;</li> <li>conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas usando indicadores estatísticos e avaliando a plausibilidade dos resultados;</li> <li>desenvolver interesse pela Estatística e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e nos domínios da atividade humana e social;</li> <li>descobrir relações entre conceitos de Matemática, no âmbito da Estatística, formular generalizações a partir de experiências e validar conjeturas;</li> <li>expressar, oralmente e por escrito, conceitos, raciocínios e ideias matemáticos, com precisão e rigor, interpretando textos de Matemática e justificando raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia);</li> <li>conhecer problemas e factos marcantes da História da Estatística e discuti-los em confronto com os conhecimentos disponíveis;</li> <li>utilizar ferramentas tecnológicas específicas, incluindo um formulário para recolha de dados e um programa de folha de cálculo, para a organização e tratamento de dados estatísticos.</li> </ul>	Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de: <ul style="list-style-type: none"> <li>fundamentar e produzir argumentos em temas, objetos de debate em aula ou de projetos interdisciplinares e da componente curricular Cidadania e Desenvolvimento, a partir de informação estatística nos sítios eletrónicos da PORDATA, do EyeData e do Instituto Nacional de Estatística, ou outros;</li> <li>organizar e tratar os dados quantitativos e qualitativos, recolhidos a partir de um formulário <i>online</i>, utilizando uma folha de cálculo;</li> <li>interpretar criticamente indicadores e conclusões, em notícias ou outros textos que envolvam resultados estatísticos.</li> </ul>	Conhecedor Sabedor Culto Informado (A, B, G, I, J) Criativo (A, C, D) Crítico Analítico (A, B, C, D, G) Indagador Investigador (C, D, F, H, I) Respeitador do outro e da diferença (A, B, E, F, H) Sistematizador Organizador (A, B, C, I) Questionador (A, F, G, I) Comunicador (A, B, D, E, H) Participativo Colaborador (B, C, D, E, F) Responsável Autónomo (C, D, E, F, G, I, J) Cuidador de si e do outro (B, E, F, G) Autoavaliador (transversal às áreas)

APLICAÇÕES E MODELAÇÃO MATEMÁTICA



## AVALIAÇÃO

### (Sugestões)

Valorizando o caráter formativo da avaliação, esta deve recair, sobretudo, nas atividades de aprendizagem realizadas em aula, fornecendo dados aos alunos para corrigirem erros e desenvolverem competências, tornando-os agentes ativos, reflexivos e responsáveis.

Algumas tarefas poderão ser pensadas especificamente para a avaliação sumativa, ou seja, para fazer balanços sobre as aprendizagens realizadas, mas devem sempre ter em vista futuras aprendizagens. Assim, para que os professores tenham acesso a dados sobre as aprendizagens dos alunos e lhes possam fornecer o *feedback* adequado, os alunos devem, individualmente e em grupo:

- produzir relatos orais e/ou escritos sobre atividades investigativas e de resolução de problemas, explicitando estratégias e raciocínios;
- produzir relatos orais e/ou escritos de interpretação de estudos estatísticos publicados em jornais ou na *internet*;
- construir textos matemáticos – definições, teoremas, justificações/demonstrações, classificações e construções geométricas;
- construir textos matemáticos – tabelas e gráficos que representem distribuições, indicadores estatísticos e sua interpretação crítica, utilizando folha de cálculo;
- produzir rosáceas, frisos e padrões usando transformações geométricas num programa de geometria dinâmica;
- desenvolver e apresentar um projeto sobre arte decorativa tradicional portuguesa ou de outras culturas;
- desenvolver e apresentar um pequeno projeto de recolha, tratamento e interpretação de dados;
- responder a questões sobre os temas em estudo, eventualmente na forma de testes em duas fases e com consulta.