

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

**EXAME NACIONAL  
DE  
MATEMÁTICA**

**3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**

**2006**

**Prova 23 – 2.ª Chamada  
16 páginas**

**Duração da prova: 90 minutos**

# **Critérios de Classificação**

Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro, com as alterações introduzidas pelo Decreto-Lei n.º 209/2002, de 17 de Outubro.

Este exame destina-se a alunos abrangidos pelo disposto:

- no n.º 42 do Despacho Normativo n.º 1/2005, de 5 de Janeiro, com as alterações introduzidas pelo Despacho n.º 18/2006, de 14 de Março;
- nos n.ºs 43.2 e 43.3 do Despacho Normativo n.º 18/2006, de 14 de Março.

## COTAÇÕES

1. ....	16 pontos
1.1. ....	6 pontos
1.2.1. ....	5 pontos
1.2.2. ....	5 pontos
2. ....	10 pontos
2.1. ....	5 pontos
2.2. ....	5 pontos
3. ....	4 pontos
4. ....	11 pontos
4.1. ....	4 pontos
4.2. ....	7 pontos
5. ....	5 pontos
6. ....	6 pontos
7. ....	9 pontos
7.1. ....	4 pontos
7.2. ....	5 pontos
8. ....	5 pontos
9. ....	5 pontos
10. ....	11 pontos
10.1. ....	4 pontos
10.2. ....	7 pontos
11. ....	6 pontos
12. ....	5 pontos
13. ....	7 pontos
<b>TOTAL</b> .....	<b>100 pontos</b>

# CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

## Critérios gerais

1. A cotação a atribuir a cada resposta deverá ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
2. Sempre que o examinando não responda a um item, a respectiva célula da grelha de classificação deverá ser trancada.
3. Deverá ser atribuída a cotação de zero pontos a respostas ilegíveis.
4. Caso o examinando utilize as páginas em branco que se encontram no final da prova, o classificador deverá classificar a(s) resposta(s) eventualmente apresentada(s) nessas páginas. Se o examinando se enganar na identificação de um item, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser classificada.
5. Não devem ser tomados em consideração erros
  - 5.1. linguísticos e de linguagem simbólica matemática, a não ser que sejam impeditivos da compreensão da resposta;
  - 5.2. derivados de o examinando copiar mal os dados de um item, desde que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade do item.
6. Nos itens de escolha múltipla, deve ser atribuída a cotação indicada às respostas em que o examinando assinala de forma inequívoca, utilizando uma cruz (**X**) ou outro processo, a alternativa correcta. Se, para além da alternativa correcta, o examinando assinalar outra alternativa, deverá ser atribuída a cotação de zero pontos.
7. Nos itens que não são de escolha múltipla, sempre que o examinando apresente mais do que uma resolução do mesmo item e não indicar, de forma inequívoca, a(s) que pretende anular, apenas a primeira deverá ser classificada.
8. Para os itens que não são de escolha múltipla, há dois tipos de **critérios específicos de classificação**.
  - 8.1. *Por níveis de desempenho.*

Indica-se uma descrição para cada nível e a respectiva cotação. Cabe ao classificador enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, sem atender às seguintes incorrecções:

    - erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares;
    - não apresentar o resultado final na forma pedida e/ou apresentá-lo mal arredondado.

**Nota:**  
À cotação final a atribuir à resposta a estes itens devem ser aplicadas as seguintes desvalorizações:

    - 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos);
    - 1 ponto, por não apresentar o resultado final na forma pedida (por exemplo: responde noutra unidade de medida, que não a pedida) e/ou por apresentar o resultado final mal arredondado.

**8.2.** *Por etapas de resolução do item.*

Indica-se uma descrição de cada etapa e a respectiva cotação. A cotação a atribuir à resposta é a soma das cotações obtidas em cada etapa.

**8.2.1.** Em cada etapa, a cotação a atribuir deverá ser:

- a indicada, se a mesma estiver inteiramente correcta ou, mesmo não o estando, se as incorrecções resultarem apenas de erros de cálculo que envolvam as quatro operações elementares;
- zero pontos, nos restantes casos.

**Nota:**

À cotação final a atribuir à resposta a estes itens devem ser aplicadas as seguintes desvalorizações:

- 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos);
- 1 ponto, por não apresentar o resultado final na forma pedida (por exemplo: responde noutra unidade de medida, que não a pedida) e/ou por apresentar o resultado final mal arredondado.

**8.2.2.** Pode acontecer que um examinando, ao resolver um item, não explicita todas as etapas previstas nos critérios específicos de classificação. Todas as etapas não expressas pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução apresentada, devem receber a cotação indicada.

**8.2.3.** No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem ser cotadas de acordo com **8.2.1.**

Se, apesar do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes se mantiver, a cotação máxima dessas etapas continua a ser a indicada.

Se, em virtude do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir significativamente, a cotação dessas etapas deverá ser, no máximo, metade da cotação indicada, arredondada por defeito.

**8.2.4.** Alguns destes itens poderão ser correctamente resolvidos por mais do que um processo.

Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução correcto, não contemplado nos critérios específicos de classificação, à sua resposta deverá ser atribuída a cotação total do item.

Caso contrário, caberá ao professor classificador, tendo como referência as etapas apresentadas para a resolução do item e as respectivas cotações, adoptar um critério de distribuição da cotação total do item e utilizá-lo em situações idênticas.

## Critérios específicos

### 1.1. .... 6

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item como, por exemplo:

#### 1.º Processo

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Medir as dimensões da bandeira e do rectângulo verde.....	1
Determinar a área da bandeira e do rectângulo verde.....	1
Determinar a razão $\frac{\text{área do rectângulo verde}}{\text{área da bandeira}}$ .....	2
Comparar a razão $\frac{\text{área do rectângulo verde}}{\text{área da bandeira}}$ com $\frac{2}{5}$ .....	1
Responder de acordo com a comparação efectuada.....	1

#### 2.º Processo

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Medir o comprimento da bandeira e do rectângulo verde.....	1
Referir que a razão dos comprimentos é igual à razão das áreas (ou equivalente).....	2
Determinar a razão $\frac{\text{comprimento do rectângulo verde}}{\text{comprimento da bandeira}}$ .....	1
Comparar a razão $\frac{\text{comprimento do rectângulo verde}}{\text{comprimento da bandeira}}$ com $\frac{2}{5}$ .....	1
Responder de acordo com a comparação efectuada.....	1

#### 3.º Processo

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Medir as dimensões da bandeira e do rectângulo verde.....	1
Determinar a área da bandeira e do rectângulo verde.....	1
Determinar $\frac{2}{5} \times$ área total da bandeira.....	2
Comparar $\frac{2}{5} \times$ área total da bandeira com a área do rectângulo verde.....	1
Responder de acordo com a comparação efectuada.....	1

1.2.1. .... 5

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Traça o segmento de recta pedido ( $y = 1,5x$  e  $10 \leq x \leq 60$ )..... 5

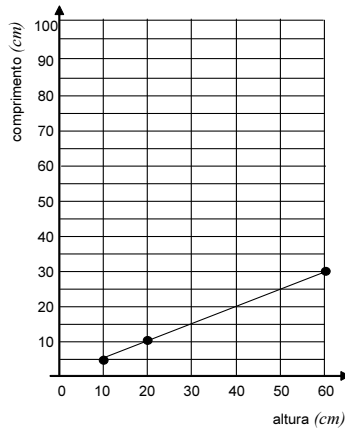
Traça um segmento de recta diferente do pedido, **mas** contido na semi-recta  $y = 1,5x$  e  $x \geq 0$ ..... 4

**Não** traça um segmento de recta. Todos os pontos que marca (no mínimo dois) pertencem ao segmento de recta pedido..... 3

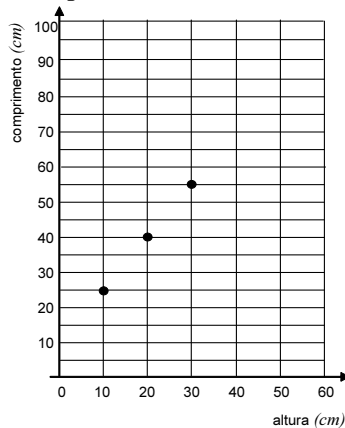
**Não** traça um segmento de recta. Todos os pontos que marca (no mínimo dois) pertencem à semi-recta  $y = 1,5x$  e  $x \geq 0$ , **mas** nem todos pertencem ao segmento de recta pedido..... 2

**Não** identifica correctamente a relação entre o comprimento e a altura da bandeira. **Todos** os pontos que marca (no mínimo dois) pertencem à recta  $y = 0,5x$  **ou** à família de rectas  $y = 1,5x + b$  e  $b \neq 0$ ..... 1

**Exemplo 1:**



**Exemplo 2:**



Dá outra resposta..... 0

**1.2.2. .... 5**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente ( $P = 5 a$ )..... 5

Dá outra resposta..... 0

**2.1. .... 5**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresenta uma explicação completa e correcta (**ver nota**)..... 5

Apresenta uma explicação incompleta, **mas** correcta (**ver nota**).

**OU**

Indica nove valores e determina correctamente a respectiva mediana..... 2

**Exemplo 1:**

A mediana é a idade do primo do meio.

**Exemplo 2:**

6 8 9 11 12 13 14 16 18

A mediana é 12.

Dá outra resposta..... 0

**Nota:**

Uma explicação completa e correcta deve incluir os seguintes aspectos:

- as idades dos nove primos do Roberto têm de ser ordenadas (por ordem crescente ou decrescente);
- a idade que ocupa a posição central corresponde à mediana.

**2.2. .... 5**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (6 **ou** 6 raparigas) e apresenta uma justificação completa e correcta..... 5

**Exemplo 1:**

$$\frac{1}{3} \times 9 = 3$$

São 6 raparigas.

**Exemplo 2:**

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 9 = 6$$

**Exemplo 3:**

Se são 9 primos e a probabilidade de ser rapaz é  $\frac{1}{3}$ , há 3 rapazes e

6 raparigas.

Apresenta uma justificação incompleta, em que **não** determina, **ou** determina incorrectamente, o número de raparigas, **mas** determina correctamente o número de rapazes.

**OU**

Apresenta uma justificação incompleta, em que **não** determina, **ou** determina incorrectamente, o número de raparigas, **mas** determina correctamente a probabilidade de ser rapariga..... 3

**Exemplo 1:**

$$\frac{\text{n.º de rapazes}}{9}$$

São 3 rapazes.

**Exemplo 2:**

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

**Exemplo 3:**

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 3 = 2$$

Responde apenas «6» **ou** «6 raparigas».

**OU**

Escreve correctamente a probabilidade de ser rapaz ou de ser rapariga, como uma razão de denominador 9 (nove).

**OU**

Apresenta, para um total de 3 primos, uma justificação completa e correcta..... 1

**Exemplo 1:**

$$\frac{\text{n.º de rapazes}}{9}$$

**Exemplo 2:**

$$P(\text{rapaz}) = \frac{1}{3}$$

Há 1 rapaz em 3, logo há 2 raparigas.

Dá outra resposta..... 0

**Exemplo 1:**

$$(1 - 0,3) \times 9 = 6,3$$

São 6 raparigas.

**Exemplo 2:**

$$0,3 \times 9 = 2,7$$

São 6 raparigas.

**3.** ..... **4**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente  $(x^2 - 2x + 1 = 0)$ ..... 4

Dá outra resposta..... 0



**4.1. .... 4**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

- Responde correctamente (4 ou 4 horas)..... 4
- Indica o intervalo de tempo correspondente às alturas superiores ou iguais a 60°, **mas não** responde..... 3
- Indica as horas do dia em que a altura do Sol é 60° (10:38 e 14:38)..... 1
- Dá outra resposta..... 0

**4.2. .... 7**

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item como, por exemplo:

**1.º Processo**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Desenhar um esboço que ilustre a situação (**ver nota**)..... 2
- Estabelecer a igualdade  $tg 50^\circ = \frac{30}{s}$  (**ou** equivalente)..... 3
- Determinar o valor de  $s$  (25)..... 2

**2.º Processo**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Desenhar um esboço que ilustre a situação (**ver nota**)..... 2
- Estabelecer a igualdade  $sen 50^\circ = \frac{30}{x}$  (**ou** equivalente)..... 1
- Determinar o valor de  $x$ ..... 1
- Estabelecer a igualdade  $x^2 = s^2 + 30^2$  (**ou** equivalente)..... 1
- Determinar o valor de  $s$  (25)..... 2

**Nota:**

Considera-se que o examinando desenha um esboço que ilustra a situação quando faz o esboço de um triângulo rectângulo onde estão correctamente identificadas a amplitude do ângulo correspondente à altura do Sol e a altura do monumento.

Se no triângulo não estiverem identificados estes valores, mas na resolução apresentada os mesmos estiverem implícitos, considera-se que o esboço ilustra a situação.

5. .... 5

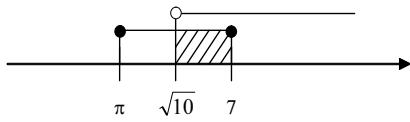
A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente ( $] \sqrt{10}, 7]$ )..... 5

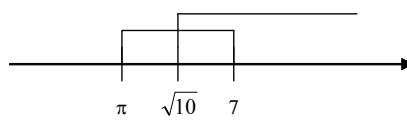
Não responde correctamente, **mas** escreve um intervalo de números reais cujos extremos são  $\sqrt{10}$  e 7..... 3

Não responde, **mas** faz um esboço da representação gráfica dos intervalos dados, no qual evidencia ordenar correctamente  $\pi$ ,  $\sqrt{10}$  e 7 ..... 2

**Exemplo 1:**



**Exemplo 2:**



Dá outra resposta..... 0

**Exemplo 1:**

$] \pi, 7]$

**Exemplo 2:**

$\pi = 3,14 \dots$  e  $\sqrt{10} = 3,16 \dots$

6. .... 6

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Constrói, com *rigor aproximado*, o triângulo equilátero que tem 9 cm de lado (**ver nota**)..... 6

Evidencia conhecer um processo de construção de uma ampliação de razão 1,5 do triângulo dado, **mas não** o constrói com *rigor aproximado* (**ver nota**)..... 5

Constrói, com *rigor aproximado*, uma ampliação do triângulo dado, **mas** a razão de semelhança não é igual a 1,5 (**ver nota**)..... 4

Constrói, com *rigor aproximado*, uma redução do triângulo dado (**ver nota**)..... 3

Dá outra resposta..... 0

**Nota:**

Considera-se que a construção é feita com *rigor aproximado* se:

- a amplitude dos ângulos internos do triângulo estiver compreendida entre  $59^\circ$  e  $61^\circ$  (inclusive);
- o comprimento dos lados do triângulo tiver um erro inferior ou igual a 1 milímetro.

**7.1. .... 4**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente..... 4

**Exemplo 1:**

O preço a que o computador foi comprado.

Dá outra resposta..... 0

**7.2. .... 5**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresenta uma justificação completa e correcta e responde correctamente (600 ou 600 euros)..... 5

**Exemplo 1:**

$$2100 - 300 - 300 = 1500$$
$$2100 - 1500 = 600$$

**Exemplo 2:**

$$300 \times 2 = 600$$

**Exemplo 3:**

Por ano, o computador desvaloriza 300 euros.

Ao fim de dois anos, a desvalorização é de 600 euros.

Apresenta uma justificação em que determina correctamente o valor do computador, dois anos após a sua compra, **mas não** determina a sua desvalorização.

**ou**

Apresenta uma justificação em que apenas identifica correctamente o valor da desvalorização do computador, um ano após a sua compra..... 3

**Exemplo 1:**

$$2100 - 300 = 1800$$
$$1800 - 300 = 1500$$

**Exemplo 2:**

$$v = -300 \times 2 + 2100$$
$$v = 1500$$

**Exemplo 3:**

Por ano, o computador desvaloriza 300 euros.

Responde apenas «600» ou «600 euros»..... 1

Dá outra resposta..... 0

**Exemplo 1:**

300 euros.

**8. .... 5**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente..... 5

Dá outra resposta..... 0

**9. .... 5**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (Figura B)..... 5

Dá outra resposta..... 0

**10.1. .... 4**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente..... 4

Dá outra resposta..... 0

**10.2. .... 7**

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item como, por exemplo:

**1.º Processo**

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Determinar o volume do paralelepípedo  $[ABCDEFGH]$   
(400 **ou**  $400 m^3$ )..... 1

Determinar o volume do prisma triangular  $[EILFJK]$ ..... 4

Determinar a área do triângulo  $[EIL]$   
(7 **ou**  $7 m^2$ )..... 2

Identificar a altura do prisma e determinar o seu volume  
(70 **ou**  $70 m^3$ )..... 2

Indicar o volume da piscina (330 **ou**  $330 m^3$ )..... 1

Responder correctamente (330 000 **ou** 330 000 *litros*)..... 1

## 2.º Processo

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Determinar metade do volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ (200 ou $200 m^3$ ).....	1
Determinar o volume do prisma cuja base é um trapézio.....	4
Determinar a área do trapézio da base (13 ou $13 m^2$ ).....	2
Identificar a altura do prisma e determinar o seu volume (130 ou $130 m^3$ ).....	2
Indicar o volume da piscina (330 ou $330 m^3$ ).....	1
Responder correctamente (330 000 ou 330 000 <i>litros</i> ).....	1

### Nota:

Caso o examinando indique incorrectamente a unidade de medida (escrevendo, por exemplo,  $m$  em vez de  $m^2$ ), numa ou mais etapas, excepto na última, a sua resposta deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

## 11. .... 6

A cotação deverá ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a inequação de denominadores.....	2
Isolar os termos em $x$ num dos membros da inequação.....	2
Obter a desigualdade $x \leq \frac{3}{7}$ (ou $\frac{3}{7} \geq x$ ).....	2

## 12. .... 5

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (40 ou $40^\circ$ ).....	5
Responde a amplitude do arco $BAC$ (320 ou $320^\circ$ ).....	4
Dá outra resposta.....	0

13. .... 7

A cotação deverá ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema e responde correctamente (Promoção B, com desconto de 20% na compra do casaco e de 10 euros na compra das calças.) (ver notas 1 e 3)..... 7

**Exemplo 1:**

$$80 \times 0,25 = 20$$

$$30 \times 0,1 = 3$$

$$80 \times 0,2 = 16$$

Com a promoção B, poupa 26 euros, com desconto de 20% na compra do casaco e de 10 euros na compra das calças.

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema, mas não responde, ou responde incorrectamente (ver nota 3)..... 5

**Exemplo 1:**

$$80 \times 0,75 = 60$$

$$30 \times 0,9 = 27$$

$$60 + 27 = 87$$

$$80 \times 0,8 = 64$$

$$30 - 10 = 20$$

$$64 + 20 = 84$$

$$80 \times 0,9 = 72$$

$$30 \times 0,75 = 22,5$$

$$72 + 22,5 = 94,5$$

$$30 \times 0,8 = 24$$

$$80 - 10 = 70$$

$$70 + 24 = 94$$

Elabora uma estratégia adequada à resolução do problema, mas não a completa, ou completa-a incorrectamente (ver notas 2 e 3)..... 3

**Exemplo 1:**

$$80 \times 0,25 = 20$$

$$80 \times 0,2 = 16$$

**Exemplo 2:**

Na promoção A, o artigo com maior desconto é o mais caro.

$$0,2x \geq 10$$

$$x \geq 50$$

Na promoção B, o artigo com desconto de 20% é o casaco.

**Exemplo 3:**

$$80 \times 0,25 = 20$$

$$30 \times 0,1 = 3$$

$$80 \times 0,1 = 8$$

$$30 \times 0,25 = 7,5$$

Dá outra resposta..... 0

**Exemplo 1:**

$$80 \times 0,25 = 20$$

$$30 \times 0,1 = 3$$

**Notas:**

1. Se, na conclusão, o examinando responder apenas a promoção que permite gastar menos dinheiro e não indicar o desconto a aplicar a cada artigo, a sua resposta deverá ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Exige-se que, no mínimo, o examinando determine correctamente
  - o desconto (ou o preço a pagar), em ambas as promoções, pelo mesmo artigo

**ou**

  - numa das promoções o desconto correspondente a cada artigo (ou o preço a pagar), evidenciando compreender que o desconto a aplicar a cada artigo é relevante.
3. Se o examinando, ao resolver o problema, obtiver um valor absurdo, a sua resposta deverá ser desvalorizada em 2 pontos. Se obtiver mais do que um valor absurdo, à sua resposta deverá ser atribuída a cotação de zero pontos.

São exemplos de valores absurdos:

- descontos superiores ao preço de venda de um artigo;
- preço final a pagar pelo artigo, depois de aplicado o respectivo desconto, superior ao preço de venda desse artigo, sem desconto.