

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

**EXAME NACIONAL  
DE  
MATEMÁTICA**

**3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**

**2007**

**Prova 23 – 1.ª Chamada  
16 páginas**

**Duração da prova: 90 minutos**

# **Critérios de Classificação**

## COTAÇÕES

1. ....	5 pontos
2. ....	6 pontos
3. ....	8 pontos
4. ....	5 pontos
5.1. ....	5 pontos
5.2. ....	6 pontos
5.3. ....	6 pontos
6.1. ....	6 pontos
6.2. ....	6 pontos
7. ....	5 pontos
8. ....	5 pontos
9. ....	8 pontos
10. ....	7 pontos
11. ....	5 pontos
12.1. ....	5 pontos
12.2. ....	5 pontos
12.3. ....	7 pontos
<b>TOTAL</b> .....	<b>100 pontos</b>

# CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

## CrITÉrios gerais

1. A classificação a atribuir a cada resposta deve ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
2. Sempre que o examinando não responda a um item, a respectiva célula da grelha de classificação deve ser trancada.
3. Deve ser atribuída a classificação de zero pontos a respostas ilegíveis.
4. Caso o examinando utilize a(s) página(s) em branco que se encontra(m) no final da prova, o classificador deve classificar a(s) resposta(s) eventualmente apresentada(s) nessa(s) página(s). Se o examinando se enganar na identificação de um item, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser classificada.
5. Não devem ser tomados em consideração erros
  - 5.1. linguísticos e de linguagem simbólica matemática, a não ser que sejam impeditivos da compreensão da resposta;
  - 5.2. derivados de o examinando copiar mal os dados de um item, desde que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade do item.
6. Nos itens de escolha múltipla, às respostas em que o examinando assinala, de forma inequívoca, utilizando uma cruz (**X**) ou outro processo, a alternativa correcta, a classificação a atribuir deve ser a cotação indicada. Se, para além da alternativa correcta, o examinando assinalar outra alternativa que não esteja anulada de forma inequívoca, deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
7. Nos itens que não são de escolha múltipla, sempre que o examinando apresente mais do que uma resolução do mesmo item e não indique, de forma inequívoca, a(s) que pretende anular, apenas a primeira deve ser classificada.
8. Para os itens que não são de escolha múltipla, há dois tipos de **critérios específicos de classificação**.
  - 8.1. *Por níveis de desempenho.*

Indica-se uma descrição para cada nível e a respectiva cotação. Cabe ao classificador enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, sem atender às seguintes incorrecções:

    - erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares;
    - não apresentar o resultado final na forma pedida e/ou apresentá-lo mal arredondado.

**Nota:**  
À classificação a atribuir à resposta a estes itens devem ser aplicadas as seguintes desvalorizações:

    - 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos);
    - 1 ponto, por não apresentar o resultado final na forma pedida (por exemplo: sem unidade de medida) e/ou por apresentar o resultado final mal arredondado.

**8.2.** *Por etapas de resolução do item.*

Indica-se uma descrição de cada etapa e a respectiva cotação. A classificação a atribuir à resposta é a soma das classificações obtidas em cada etapa.

**8.2.1.** Em cada etapa, a classificação a atribuir deve ser:

- a cotação indicada, se a mesma estiver inteiramente correcta ou, mesmo não o estando, se as incorrecções resultarem apenas de erros de cálculo que envolvam as quatro operações elementares;
- zero pontos, nos restantes casos.

**Nota:**

À classificação a atribuir à resposta a estes itens deve ser aplicada a seguinte desvalorização:

- 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos), a não ser que esses erros ocorram apenas em etapas classificadas com zero pontos.

**8.2.2.** Pode acontecer que um examinando, ao resolver um item, não explicita todas as etapas previstas nos critérios específicos de classificação. Todas as etapas não expressas pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução apresentada, devem ser classificadas com a cotação indicada.

**8.2.3.** No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem ser classificadas de acordo com **8.2.1.**

Se, apesar do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes se mantiver, a cotação dessas etapas continua a ser a indicada.

Se, em virtude do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir significativamente, a cotação dessas etapas deve ser metade da cotação indicada, arredondada por defeito.

**9.** Alguns itens da prova poderão ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução correcto, não contemplado nos critérios específicos de classificação, à sua resposta deve ser atribuída a cotação total do item.

Caso contrário, cabe ao professor classificador, tendo como referência os níveis de desempenho/as etapas de resolução do item apresentados e as respectivas cotações, adoptar um critério de distribuição da cotação total do item e utilizá-lo em situações idênticas.

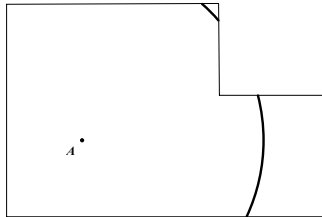
## Critérios específicos

### 1. .... 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido e utiliza o compasso para o desenhar, com *rigor aproximado* (ver notas 1, 2, 3 e 4)..... 5

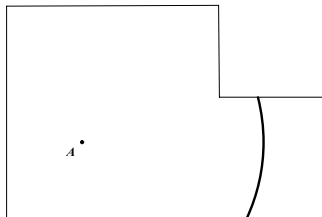
**Exemplo 1:**



$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

Determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido e utiliza o compasso para desenhar, com *rigor aproximado*, um número infinito de pontos estritamente contido nesse lugar geométrico (ver notas 1, 2, 3 e 4)..... 4

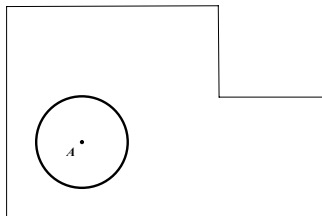
**Exemplo 1:**



$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

**Não** determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido, **mas**, de acordo com o erro cometido, utiliza o compasso para o desenhar, com *rigor aproximado* (ver notas 1, 2 e 4)..... 3

**Exemplo 1:**



$$\frac{100}{x} = \frac{50}{3} \Leftrightarrow x = \frac{50 \times 3}{100} \Leftrightarrow x = 1,5$$

Determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido, **mas não** assinala um número infinito de pontos.

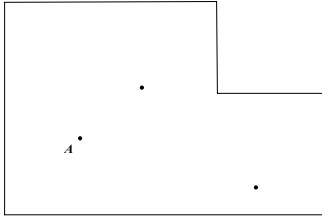
**ou**

Assinala apenas um número finito de pontos, cuja distância ao ponto  $A$  está compreendida entre 5,9 cm e 6,1 cm (inclusive)..... 1

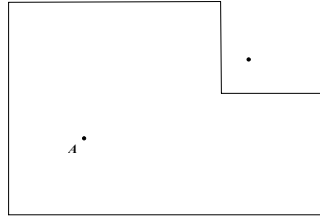
**Exemplo 1:**

$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

**Exemplo 2:**



**Exemplo 3:**



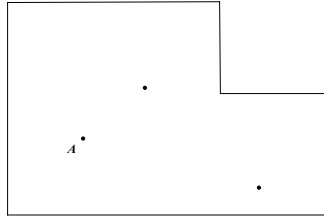
$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

Dá outra resposta..... 0

**Exemplo 1:**

$$\frac{100}{x} = \frac{50}{3} \Leftrightarrow x = \frac{50 \times 3}{100} \Leftrightarrow x = 1,5$$

**Exemplo 2:**



**Notas:**

1. Se houver evidência de que o examinando não utiliza o compasso, para desenhar um número infinito de pontos, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Considera-se que o desenho é feito com *rigor aproximado* se o comprimento do raio da circunferência, que contém o lugar geométrico desenhado, tiver um erro não superior a 0,1 cm.
3. Se o examinando não apresentar os cálculos efectuados, para determinar o raio do lugar geométrico pedido, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.
4. Se o examinando desenhar, de acordo com esta descrição, para além dos limites da planta da sala, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

**2. .... 6**

Responde correctamente ( $c = 2,54 p$ )..... 6

Dá outra resposta..... 0

**3. .... 8**

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Substituir correctamente, na 1.ª equação,  $y$  pela expressão  $\frac{x}{2} - 2$ ..... 3

Resolver a equação obtida ( $x = 2$ )..... 1

Substituir correctamente, na 2.ª equação,  $x$  pelo valor encontrado..... 2

Resolver a equação obtida ( $y = -1$ )..... 1

Escrever o par ordenado  $((2, -1))$ ..... 1

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Resolver uma das equações em ordem a uma das incógnitas ( $x$  **ou**  $y$ )..... 1

Substituir, na outra equação, essa incógnita pela expressão obtida..... 2

Resolver a equação obtida..... 1

Substituir correctamente, na outra equação, a incógnita ( $y$  **ou**  $x$ ) pelo valor encontrado..... 2

Resolver a equação obtida..... 1

Escrever o par ordenado  $((2, -1))$ ..... 1

4. .... 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Mostra que o período de repetição do programa (no mesmo dia, nos três canais) é de 72 dias e responde correctamente (1.º, 73.º e 145.º dias de campanha) (**ver nota**)..... 5

**Exemplo 1:**

$$\text{m.m.c.}(9, 18, 24) = 72$$

A emissão do programa coincidiu no 1.º, 73.º e 145.º dias de campanha.

**Exemplo 2:**

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180

18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180

24, 48, 72, 96, 120, 144, 168

A emissão do programa coincidiu no 1.º, 73.º e 145.º dias de campanha.

Correctamente, mostra apenas que o período de repetição do programa (no mesmo dia, nos três canais) é de 72 dias..... 3

**Exemplo 1:**

$$\text{m.m.c.}(9, 18, 24) = 72$$

A emissão do programa coincidiu no 72.º dia de campanha.

Determina incorrectamente o período de repetição do programa (no mesmo dia, nos três canais) e responde correctamente de acordo com o erro cometido (**ver nota**)..... 2

**Exemplo 1:**

$$\text{m.m.c.}(9, 18, 24) = 24$$

A emissão do programa coincidiu no 1.º, 25.º, 49.º, 73.º, 97.º, 121.º, 145.º, 169.º dias de campanha.

Correctamente, apenas decompõe 9, 18 e 24 num produto de factores primos.

**OU**

Responde correctamente, **mas não** mostra como obteve a resposta (**ver nota**)..... 1

Dá outra resposta..... 0

**Nota:**

Se o examinando não indicar na sua resposta o 1.º dia de campanha, a mesma não deve ser desvalorizada.



**5.1. .... 5**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (*BD* ou *AE* ou *CG*)..... 5

Dá outra resposta..... 0

**5.2. .... 6**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever a equação  $\frac{1}{3}a^3 = 9$  (ou equivalente)..... 3

$\frac{1}{3}a^3 = 9 \Leftrightarrow a^3 = 27$ ..... 1

$a^3 = 27 \Leftrightarrow a = 3$ ..... 1

Responder correctamente, indicando a unidade (3 cm ou equivalente)..... 1

**5.3. .... 6**

Responde correctamente (Gráfico **D**)..... 6

Dá outra resposta..... 0

**6.1. .... 6**

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 - 663 = 17$ ..... 1

$\frac{17}{680} = 0,025$ ..... 4

Responder correctamente (2,5%)..... 1

### 2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 - 663 = 17$ .....	1
$\frac{17}{680} = \frac{x}{100}$ .....	4
Responder correctamente (2,5%).....	1

### 3.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$\frac{663}{680} = 0,975$ .....	3
$1 - 0,975 = 0,025$ .....	2
Responder correctamente (2,5%).....	1

## 6.2. .... 6

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

### 1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Equacionar o problema ( $680 = \frac{680+663+682+x}{4}$ ou equivalente).....	4
Resolver a equação ( $x = 695$ ).....	2

### 2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 \times 4 = 2720$ .....	3
$2720 - 680 - 663 - 682 = 695$ .....	3

### 3.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 - 663 = 17$ .....	1
$682 - 680 = 2$ .....	1
$17 - 2 = 15$ .....	2
$680 + 15 = 695$ .....	2

## 7. .... 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde «  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{6}{5}$  » e justifica completamente a sua resposta, escrevendo uma razão válida para cada um dos valores apresentados..... 5

**Exemplo 1:**

Os valores são  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{6}{5}$ , porque  $\frac{2}{5}$  é menor do que 0,5 e  $\frac{6}{5}$  é maior do que 1.

Responde «  $\frac{3}{5}$  » e justifica a sua resposta, referindo que a probabilidade do acontecimento em causa está compreendida entre 0,5 e 1..... 4

Responde «  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{6}{5}$  » e justifica parcialmente a sua resposta, escrevendo uma razão válida para um dos valores apresentados ..... 3

**Exemplo 1:**

Os valores são  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{6}{5}$ , porque  $\frac{2}{5}$  é menor do que  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{6}{5}$  é maior do que 1.

Responde «  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{5}$  » ou «  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{6}{5}$  » ou «  $\frac{2}{5}$  » ou «  $\frac{6}{5}$  » e escreve uma razão válida para o valor correctamente apresentado ..... 2

**Exemplo 1:**

Os valores são  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{5}$ , porque são menores do que 1.

Responde «  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{6}{5}$  » mas não justifica, ou justifica incorrectamente, a sua resposta ..... 1

**Exemplo 1:**

Os valores são  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{6}{5}$ , porque  $\frac{2}{5}$  é menor do que  $\frac{3}{5}$ .

Dá outra resposta..... 0

8. .... 5

Responde correctamente ( ] - ∞, + ∞[ )..... 5

Dá outra resposta..... 0

9. .... 8

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desenvolver correctamente o quadrado do binómio..... 3

Obter uma equação equivalente à dada, na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ ..... 1

Substituir correctamente, na fórmula resolvente,  $a$ ,  $b$  e  $c$  pelos respectivos valores (**ver nota 1**)..... 2

Obter as duas soluções da equação ( - 1 e 2) (**ver nota 2**)..... 2

**Notas:**

1. Se o examinando não identificar correctamente os três coeficientes,  $a$ ,  $b$  e  $c$ , a esta etapa devem ser atribuídos zero pontos.
2. Se o examinando obtiver apenas uma das duas soluções da equação, esta etapa deve ser desvalorizada em 1 ponto.

10. .... 7

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema e determina correctamente as dimensões do ecrã (56 cm e 42 cm ou equivalente) (**ver notas 1, 2 e 3**)..... 7

**Exemplo 1:**

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

$$\frac{70}{x} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x = 56$$

$$\frac{70}{y} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow y = 42$$

As dimensões do ecrã são 56 cm e 42 cm.

**Exemplo 2:**

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

$$\frac{70}{5} = 14$$

$$4 \times 14 = 56$$

$$3 \times 14 = 42$$

As dimensões do ecrã são 56 cm e 42 cm.

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema, **mas** determina incorrectamente o comprimento da diagonal do rectângulo (**ver notas 1, 2 e 3**)..... 5

**Exemplo 1:**

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d^2 = 6 + 8$$

$$d = 7$$

$$\frac{70}{x} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = 40$$

$$\frac{70}{y} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow y = 30$$

**Exemplo 2:**

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 12,5$$

$$\frac{70}{12,5} = 5,6$$

$$5,6 \times 4 = 22,4$$

$$5,6 \times 3 = 16,8$$

Determina correctamente o comprimento da diagonal do rectângulo e estabelece correctamente uma proporção que permite calcular uma das dimensões pedidas (**ver notas 1 e 2**).

**OU**

Determina correctamente o comprimento da diagonal do rectângulo e a razão de semelhança (**ver notas 1 e 2**)..... 3

**Exemplo 1:**

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

$$\frac{70}{x} = \frac{5}{4}$$

**Exemplo 2:**

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = 5$$

$$r = \frac{70}{5} = 14$$

$$3 + 14 = 17$$

Apresenta uma resolução em que apenas determina correctamente o comprimento da diagonal do rectângulo (**ver nota 1**).

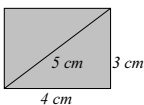
**OU**

Apresenta uma resolução em que apenas estabelece correctamente uma proporção que permite calcular uma das dimensões pedidas.

**OU**

Responde correctamente, **mas não** mostra como obteve a resposta..... 1

**Exemplo 1:**



Dá outra resposta ..... 0

**Notas:**

1. Não se exige que o examinando apresente a solução negativa da equação do 2.º grau, tendo em conta o universo das soluções possíveis para o problema.
2. Se o examinando, ao resolver o problema, obtiver (um ou mais) valores não reais, reais não positivos ou, para as dimensões do ecrã, valores superiores a 70 cm, a sua resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos.
3. Caso o examinando determine correctamente apenas uma das dimensões pedidas, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Equacionar o problema.....	4
Resolver a equação ( <b>ver nota</b> ).....	2
Responder ao problema (56 cm e 42 cm <b>ou</b> equivalente).....	1

**Nota:**

Não se exige que o examinando apresente a solução negativa da equação do 2.º grau, tendo em conta o universo das soluções possíveis para o problema.

**11. .... 5**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente ( $3^{-2}$ ).....	5
Dá outra resposta.....	0

**12.1. .... 5**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (60 <b>ou</b> $60^\circ$ ).....	5
Dá outra resposta.....	0

**12.2. .... 5**

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Estabelecer a igualdade $\text{sen } 30^\circ = \frac{\overline{ED}}{5}$ ( <b>ou</b> equivalente).....	3
Determinar $\overline{ED}$ .....	2

## 2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Estabelecer a igualdade $\cos 30^\circ = \frac{\overline{AE}}{5}$ (ou equivalente).....	1
Determinar o valor de $\overline{AE}$ .....	1
Estabelecer a igualdade $5^2 = \overline{ED}^2 + \overline{AE}^2$ (ou equivalente).....	2
Determinar $\overline{ED}$ .....	1

## 12.3. .... 7

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

### 1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Referir que $BD$ é um eixo de simetria da circunferência.....	2
Justificar que $\widehat{AED} = 90^\circ$ .....	1
Referir que a imagem do ponto $A$ é o ponto $C$ e que os pontos $E$ e $D$ são imagens de si próprios.....	3
Concluir a igualdade dos dois triângulos (Uma simetria em relação a uma recta transforma uma figura noutra geometricamente igual.).....	1

### 2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Justificar que $\overline{AE} = \overline{EC}$ .....	3
Referir que $[DE]$ é um lado comum aos dois triângulos.....	1
Justificar que $\widehat{AED} = \widehat{DEC}$ .....	1
Concluir a igualdade dos dois triângulos (Os triângulos têm dois lados iguais e o ângulo por eles formado também é igual.) (ver nota).....	2

### 3.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Referir que  $[DE]$  é um lado comum aos dois triângulos..... 1
- Justificar que  $\widehat{AED} = \widehat{DEC}$ ..... 1
- Justificar que  $\widehat{ADE} = \widehat{CED}$  ..... 3
- Concluir a igualdade dos dois triângulos (Os triângulos têm um lado igual e os ângulos adjacentes a esse lado também são iguais.) (**ver nota**)..... 2

**Nota:**

Só devem ser atribuídos 2 pontos a esta etapa se houver evidência de que o examinando reconhece quais são as igualdades que permitem concluir que os triângulos são geometricamente iguais.