Prova de aferição de Matemática - 8.º ano **(2016)**

Proposta de resolução

PARTE A

1. Como o número de alunos matriculados em 2013 é igual a $\frac{4}{5}$ do número de alunos matriculados em 2011, temos que o número de alunos matriculados em 2013 é:

$$\frac{4}{5} \times 840 = 672$$

E assim, calculando a média do número de alunos matriculados, por ano, de 2011 a 2015, temos:

$$\overline{x} = \frac{840 + 766 + 672 + 752 + 820}{5} = \frac{3850}{5} = 770 \text{ alunos}$$

2. Recorrendo à calculadora podemos verificar que:

- $\frac{6}{7} \approx 0{,}857$
- $\sqrt{0{,}72} \approx 0{,}849$

Observando que $\sqrt[3]{-8} = -2$ (porque $(-2)^3 = -8$) e que $-\frac{19}{10} = -1{,}9$, podemos escrever os números por ordem crescente:

$$-2 \quad < \quad -1{,}9 \quad < \quad 0{,}849 \quad < \quad 0{,}85 \quad < \quad 0{,}857$$

Ou seja:

$$\sqrt[3]{-8} \quad < \quad -\frac{19}{10} \quad < \quad \sqrt{0{,}72} \quad < \quad 0{,}85 \quad < \quad \frac{6}{7}$$

3. Como as raízes quadradas de números naturais só são números racionais se forem também números naturais, então os números que verificam a condição imposta são os quadrados perfeitos maiores que 200 e menores do que 350.
Verificando que:

- $\sqrt{200} \approx 14{,}1$
- $\sqrt{350} \approx 18{,}7$

Temos que os quadrados perfeitos maiores que 200 e menores do que 350 são:

$$15^2 \ , \ 16^2 \ , \ 17^2 \text{ e } 18^2$$

Ou seja, os números naturais:

$$225 \ , \ 256 \ , \ 289 \text{ e } 324$$

4. Como a Matilde pagou 4,25 euros por 0,5 quilogramas de queijo, então o preço de 1 quilograma de queijo é:

$$4{,}25 + 4{,}25 = 8{,}5$$

Assim, por cada x quilogramas de queijo, o valor a pagar é de $8{,}5x$ euros. Ou seja, a expressão algébrica da função f é:

$$f(x) = 8{,}5x$$

Resposta: **Opção D**

5. Como o cubo tem 6 faces, então a área de cada face é:

$$A_{\text{Face}} = \frac{34{,}56}{6} = 5{,}76 \text{ cm}^2$$

E assim, a medida do lado do quadrado é:

$$l = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4 \text{ cm}$$

Pelo que o volume do cubo é:

$$V = 2{,}4^3 = 13{,}824 \text{ cm}^3$$

6.

6.1. Como $E\hat{F}B = 90°$, o triângulo $[EFB]$, retângulo em F

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{BE}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FB}^2 \Leftrightarrow 7{,}8^2 = \overline{EF}^2 + 3^2 \Leftrightarrow 60{,}84 = \overline{EF}^2 + 9 \Leftrightarrow 60{,}84 - 9 = \overline{EF}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 51{,}84 = \overline{EF}^2 \underset{\overline{EF}>0}{\Rightarrow} \sqrt{51{,}84} = \overline{EF} \Leftrightarrow \overline{EF} = 7{,}2 \text{ cm}$$

6.2. Os triângulos $[EFB]$ e $[CDE]$ são semelhantes. Podemos justificar a semelhança pelo critério AA ($E\hat{F}B = C\hat{D}E$ e $B\hat{E}F = E\hat{C}D$).
Assim, a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{EC}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{FB}}$$

Logo, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{EC}}{7{,}8} = \frac{6{,}3}{3} \Leftrightarrow \overline{EC} = \frac{6{,}3 \times 7{,}8}{3} \Leftrightarrow \overline{EC} = 16{,}38 \text{ cm}$$

7. Como a razão das áreas dos triângulos é o quadrado da razão de semelhança, e o triângulo $[STU]$ é uma ampliação do triângulo $[PQR]$, então estabelecendo a relação de proporcionalidade e substituindo os valores conhecidos, calculamos o valor da área do triângulo $[STU]$, em cm^2, e arredondamos o resultado às unidades:

$$\frac{A_{[STU]}}{A_{[PQR]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[STU]}}{25{,}98} = 4^2 \Leftrightarrow A_{[STU]} = 16 \times 25{,}98 \Leftrightarrow A_{[STU]} = 415{,}68 \Rightarrow A_{[STU]} \approx 416 \text{ cm}^2$$

PARTE B

8. Ordenando os dados da tabela, temos:

$$\underbrace{7{,}9 \quad 7{,}9 \quad 8{,}5 \quad 9{,}2}_{4} \quad \underbrace{9{,}4}_{\tilde{x}} \quad \underbrace{9{,}6 \quad 9{,}7 \quad 9{,}9 \quad 10{,}0}_{4}$$

E assim a mediana deste conjunto de números é $\tilde{x} = 9{,}4$

Resposta: **Opção C**

9. Designando a fração $\frac{a}{b}$ por x, temos que:

- $x = 0{,}545454...$
- $100x = 54{,}545454...$

Fazendo a subtração, obtemos:

$$\begin{array}{r} 54{,}545454... \\ -\ \ 0{,}545454... \\ \hline 54{,}000000... \end{array}$$

Pelo que podemos escrever que:

$$100x - x = 54 \Leftrightarrow 99x = 54 \Leftrightarrow x = \frac{54}{99}$$

E assim, temos que $a = 54$ e $b = 99$

10.

10.1. Considerando $n = 0$, temos que $V = 2 + 1{,}5 \times 0 = 2$

Assim, no contexto do problema, 2 é o valor, em euros, a pagar se não for utilizada qualquer atração, ou seja, o valor do bilhete de entrada.

10.2. Se a Laura pagou um total de 5 euros, temos que $V = 5$
Calculando o valor de n correspondente, vem que:

$$5 = 2 + 1{,}5n \Leftrightarrow 5 - 2 = 1{,}5n \Leftrightarrow 3 = 1{,}5n \Leftrightarrow \frac{3}{1{,}5} = n \Leftrightarrow \frac{3}{\frac{15}{10}} = n \Leftrightarrow \frac{30}{15} = n \Leftrightarrow 2 = n$$

Resposta: **Opção B**

11. Como a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é $S = (n-2) \times 180°$, no caso do pentágono temos:

$$S = (5-2) \times 180 = 3 \times 180 = 540°$$

Subtraindo a amplitude do ângulo interno de vértice em A e dividindo por 4 (porque os restantes 4 ângulos internos são iguais), obtemos a amplitude de cada um dos restantes ângulos internos, em particular do ângulo interno de vértice em B:

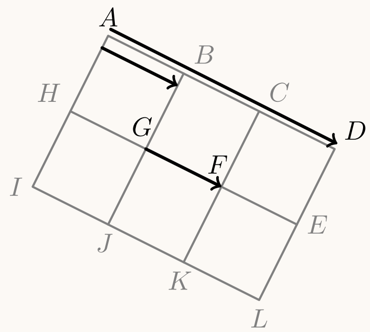
$$A\hat{B}C = \frac{S - 60}{4} = \frac{540 - 60}{4} = \frac{480}{4} = 120°$$

12.

12.1. Como $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$, então $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$

E assim, temos que a imagem do ponto G pela translação associada ao vetor $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, ou seja, ao vetor $\overrightarrow{AB}$, é:

o ponto F

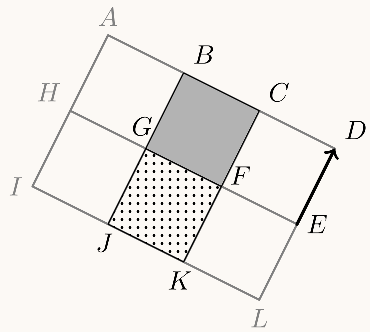


12.2. Como podemos observar que:

- $G + \overrightarrow{ED} = B$
- $F + \overrightarrow{ED} = C$
- $K + \overrightarrow{ED} = F$
- $J + \overrightarrow{ED} = G$

Logo, o transformado do quadrado $[GFKJ]$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{ED}$ é o quadrado $[BCFG]$

Resposta: **Opção D**



13. Usando as regras operatórias de potências, temos que:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{3} \times \frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{6}{5}\right)^{-3}$$

14. Simplificando as expressões da direita na segunda coluna, temos que:

- A: $(x-5)^2 = x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2 = x^2 - 10x + 25$
- B: $(x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$
- C: $(x-2)(x-2) = (x-2)^2$
- D: $(x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$
- E: $(x+2)^2 = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

Resposta: **Letras B e E**

15.

15.1. Como o ponto de interseção pertence à reta r e também à reta s, as suas coordenadas verificam as equações de ambas as retas, ou seja, as coordenadas deste ponto é a solução do sistema:

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ \\ y = 5x - 4 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4 = -x + 2 \\ \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + x = 2 + 4 \\ \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 6 \\ \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{6} \\ \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \\ y = 5(1) - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \\ y = 5 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \\ y = 1 \end{cases}$$

Pelo que as coordenadas do ponto de interseção das retas r e s são: (1,1)

15.2. A reta s é a reta de declive 5 que interseta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, -4)$
A reta definida pela equação $y = ax$ é a reta de declive a que passa na origem do referencial.

Como retas paralelas têm o mesmo declive, então para que esta reta seja paralela à reta s, deve ter declive 5, ou seja:

$$a = 5$$

16. Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{1}{5}(1-x) = \frac{1}{2} + x \Leftrightarrow \frac{1}{5}_{(2)} - \frac{x}{5}_{(2)} = \frac{1}{2}_{(5)} + \frac{x}{1}_{(10)} \Leftrightarrow \frac{2}{10} - \frac{2x}{10} = \frac{5}{10} + \frac{10x}{10} \Leftrightarrow 2 - 2x = 5 + 10x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 - 5 = 10x + 2x \Leftrightarrow -3 = 12x \Leftrightarrow -\frac{3}{12} = x \Leftrightarrow -\frac{1}{4} = x$$

$$C.S. = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$$

17. Fazendo o produto dos polinómios, o desenvolvimento do caso notável, e reduzindo os termos semelhantes, vem:

$$(x-2)(1+3x) + (x-1)^2 = x + 3x^2 - 2 - 6x + x^2 - 2 \times 1 \times x + 1^2 = x + 3x^2 - 2 - 6x + x^2 - 2x + 1 =$$

$$= (3x^2 + x^2) + (x - 6x - 2x) + (-2 + 1) = 4x^2 - 7x - 1$$