Prova de aferição de Matemática - 3.º ciclo **(2003)**

Proposta de resolução

1.

1.1. Quando se lança o dado uma vez, existem oito números possíveis de se obter: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8. Dos oito casos possíveis, apenas 4 são casos favoráveis, porque são 4 o divisores de 8: 1, 2, 4 e 8
Assim, a probabilidade de se obter um número divisor de 8, quando se lança o dado uma vez, é:

$$p = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

1.2. Como em cada lançamento do dado a probabilidade de sair um número par é de 50%, porque existem tantos números pares como números ímpares, em particular no nono lançamento desta série a probabilidade de sair um número par, continua a ser de 50%, pelo que é tão provável que saia um número par como um ímpar.

Resposta: **Opção** É tão provável que saia um número par como um ímpar.

2.

2.1. Como a tenda tem a forma de um prisma triangular, calculando o seu volume, em metros cúbicos, e arredondado o resultado às décimas, vem que:

$$V_{\text{PT}} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \frac{1{,}8 \times 1{,}6}{2} \times 2{,}3 \approx 3{,}3 \text{ m}^3$$

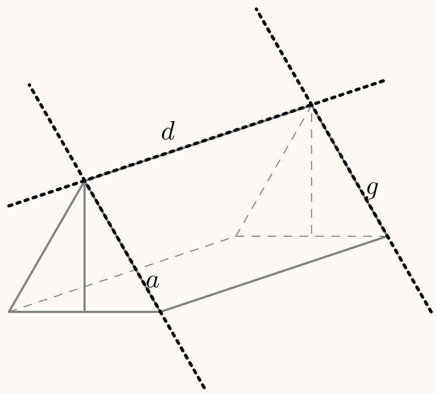
2.2.

2.2.1. Como as faces laterais de um prisma são retângulos, quaisquer duas arestas opostas de uma face lateral são paralelas, tal como os ferros correspondentes, ou seja, por exemplo, os ferros:

$$a \text{ e } g$$

2.2.2. De forma análoga, quaisquer duas arestas concorrentes de uma face lateral são perpendiculares, tal como os ferros correspondentes, ou seja, por exemplo, os ferros:

$$a \text{ e } d$$



3.

3.1. As idades do Paulo e da Teresa em pesavam o mesmo correspondem às abcissas dos pontos em que os dois gráficos se intersectam, ou seja, o Paulo e a Teresa pesavam o mesmo aos 10 e aos 15 anos de idade.

3.2. Observando o gráfico relativo à variação do peso da Teresa, podemos verificar que aos 5 anos de idade, a Teresa pesava mais que 10 kg e menos que 15 kg. Podemos ainda verificar que aos 10 anos pesava exatamente 30 kg.
Assim, podemos verificar que, entre os 5 e os 10 anos de idade o aumento de peso da Teresa foi inferior a 20 kg $(30 - 10)$ e superior a 15 $(30 - 15)$.

Resposta: **Opção** A Teresa aumentou mais do que 15 kg e menos do que 20 kg.

3.3.

3.3.1. Observando o gráfico relativo à variação do peso da Paulo, podemos verificar que aos 20 anos de idade, ao peso correspondente é de 75 kg $(P = 75)$.
Como o Paulo, aos 20 anos, mede 1,82 metros $(a = 1{,}82)$, podemos calcular o índice de massa corporal:

$$\text{Índice de massa corporal} = \frac{P}{a^2} = \frac{75}{1{,}82^2} \approx 22{,}64$$

Como o índice de massa corporal do Paulo pertence ao intervalo [20,25], então segundo a Organização Mundial de Saúde, o Paulo é considerado uma pessoa de peso normal.

3.3.2. Como o amigo do Paulo tem 1,70 m de altura e, para que ele seja considerado uma pessoa de peso normal, o índice de massa corporal deve estar entre 20 e 25, então temos que:

- Se considerarmos o índice 20, então o valor do peso corresponde é:

$$\text{Índice de massa corporal} = \frac{P}{a^2} \Leftrightarrow 20 = \frac{P}{1{,}70^2} \Leftrightarrow 20 \times 1{,}70^2 = P \Leftrightarrow 57{,}8 = P$$

- Se considerarmos o índice 25, então o valor do peso corresponde é:

$$\text{Índice de massa corporal} = \frac{P}{a^2} \Leftrightarrow 25 = \frac{P}{1{,}70^2} \Leftrightarrow 25 \times 1{,}70^2 = P \Leftrightarrow 72{,}25 = P$$

Pelo que, medindo 1,70 m de altura, o amigo do Paulo deve pesar mais do que 57,8 kg e menos do que 72,25 kg para que seja considerado uma pessoa com peso normal.

4.

4.1.

4.1.1. Como em todas as figuras apresentadas existem 2 azulejos brancos, então na figura 5 também existem 2 azulejos brancos.

4.1.2. Como na figura 1 existem 3 azulejos cinzentos, na figura 2 existem 6 (ou seja 2×3), e na figura 3 existem 9 (ou seja 3×3) e na figura 4 existem 12 (ou seja 4×3), então na figura 5 existem

$$5 \times 3 = 15 \text{ azulejos cinzentos}$$

4.2. Como $22 \times 3 = 66$ então na figura 22 existem 66 azulejos cinzentos, pelo que somando os 2 brancos, resultam num total de $66 + 2 = 68$ azulejos.
A figura anterior, ou seja, a figura 21 tem $21 \times 3 = 63$ azulejos cinzentos, pelo que somando os 2 brancos, resultam num total de $63 + 2 = 65$ azulejos.

Assim, como a figura 21 tem menos que 66 azulejos (tal como todas as figuras anteriores) e a figura 22 tem mais que 66 (tal como todas as figuras seguintes), então não existe qualquer figura com um total de 66 azulejos.

4.3. Como a figura 1 tem 3 azulejos cinzentos e cada figura tem mais 3 azulejos cinzentos que a anterior, na figura de ordem n terão sido adicionados 3 azulejos cinzentos por n vezes, ou seja o número de azulejos cinzentos é:

$$n \times 3$$

5.

5.1. Como a altura é perpendicular ao solo, a torre forma, com o solo, um triângulo retângulo em que os catetos medem 36 m e 9,6 m e a hipotenusa tem medida h
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular a medida do comprimento, h, da torre e apresentando o resultado aproximado às unidades, temos:

$$h^2 = 36^2 + 9{,}6^2 \Leftrightarrow h^2 = 1296 + 92.16 \Leftrightarrow h^2 = 1388{,}16 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{1388{,}16} \Rightarrow h \approx 37 \text{ m}$$

5.2. Como os lados opostos de um paralelogramo são paralelos, o ângulo CDA também tem amplitude igual à do ângulo α.
Desta forma os dois ângulo assinalados na figura são ângulos suplementares, pelo que é possível determinar a amplitude do ângulo α:

$$75 + \alpha = 180 \Leftrightarrow \alpha = 180 - 75 \Leftrightarrow \alpha = 105^\circ$$

6.

6.1. Uma pessoa que tenha nascido em 1995, em 2011 completará:

$$2011 - 1995 = 16 \text{ anos de idade}$$

Pelo que se irá situar no grupo etário 10-19

6.2. Em 2001, no grupo etário 10-19, estavam aproximadamente 610 000 homens e 620 000 mulheres, num total de

$$610\,000 + 620\,000 = 1\,230\,000$$

Como a totalidade da população portuguesa era de 10 066 000, calculando a percentagem da população que pertencia ao grupo etário 10–19, vem:

$$\begin{array}{ccc} 100\,\% & \text{——} & 10\,066\,000 \\ x & \text{——} & 1\,230\,000 \end{array} \qquad x = \frac{1\,230\,000 \times 100}{10\,066\,000} \approx 12{,}22\%$$

6.3. Analisando os grupos etários mais numerosos temos que:

- em 1991, o grupo 10-19;
- em 2001, o grupo 20-29 (10 anos depois, o grupo mais numeroso corresponde ao mesmo grupo de pessoas, mas 10 anos mais velhas);
- em 2011, foi o grupo 30-39 (10 anos depois, o grupo mais numeroso corresponde ao mesmo grupo de pessoas, mas 10 anos mais velhas);

Então, se a distribuição da população portuguesa continuar a evoluir de forma semelhante, em 2021, o grupo etário que será, previsivelmente, o mais numeroso será o grupo 40-49 - correspondente ao mesmo grupo de pessoas, mas 10 anos mais velhas.

7. Recorrendo ao produto de potências com a mesma base, podemos escrever (por exemplo):

$$7^5 = 7^{3+2} = 7^3 \times 7^2$$

Pelo que dois números que multiplicados um pelo outro, deem o resultado de 7^5, são, por exemplo

$$7^3 \quad \text{e} \quad 7^2$$

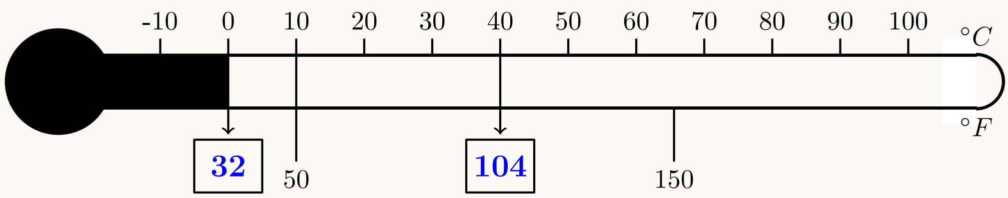
8. Como $\overline{QR} = 5$ e o triângulo $[PQR]$ é equilátero, o seu perímetro é $P_{[PQR]} = 3 \times 5 = 15$
Assim, temos que os triângulos $[PQR]$ e $[ABC]$ são semelhantes, então podemos afirmar que a razão entre os perímetros é igual à razão de semelhança (neste caso a razão do perímetro maior pelo menor para que a razão de semelhança seja inferior a 1, porque se trata de uma redução).
Assim, vem que:
$$\frac{P_{[PQR]}}{P_{[ABC]}} = 0{,}5$$
Substituindo o perímetro do triângulo $[PQR]$, calculamos o perímetro do triângulo $[ABC]$:
$$\frac{15}{P_{[ABC]}} = 0{,}5 \Leftrightarrow \frac{15}{0{,}5} = P_{[ABC]} \Leftrightarrow 30 = P_{[ABC]}$$

9. Considerando dois números inteiros positivos consecutivos, um deles é par e o outro ímpar.
A soma de um número par com um ímpar é sempre um número ímpar.
Assim temos que a soma de dois números inteiros positivos consecutivos, é a soma de um número par com um número ímpar, pelo que é sempre um número ímpar.

10.

10.1. Utilizando a fórmula vem que:
- Se $C = 0$ então, $F = \frac{9}{5} \times 0 + 32 = 0 + 32 = 32$
- Se $C = 40$ então, $F = \frac{9}{5} \times 40 + 32 = 72 + 32 = 104$

E assim, preenchendo os retângulos, vem que:



10.2. A temperatura $212°F$ correspondente a $F = 212$
Assim, substituindo o valor de F na fórmula, calculamos o valor da temperatura correspondente, em graus Celsius:
$$212 = \frac{9}{5}C + 32 \Leftrightarrow 212 - 32 = \frac{9}{5}C \Leftrightarrow 180 = \frac{9}{5}C \Leftrightarrow 180 \times 5 = 9C \Leftrightarrow \frac{900}{9} = C \Leftrightarrow 100 = C$$

11. Calculando a nota final de acordo com as etapas, temos:

1.

Mérito Técnico	8,0	8,4	8,5	~~8,6~~	~~7,6~~
Impressão Artística	8,6	8,3	8,3	~~8,1~~	~~8,7~~

2.
Mérito Técnico $\quad \overline{x}_T = \frac{8 + 8{,}4 + 8{,}5}{3} = \frac{24{,}9}{3} = 8{,}3$

Impressão Artística $\quad \overline{x}_A = \frac{8{,}6 + 8{,}3 + 8{,}3}{3} = \frac{25{,}2}{3} = 8{,}4$

3.
- $6 \times \overline{x}_T = 6 \times 8{,}3 = 49{,}8$
- $4 \times \overline{x}_A = 4 \times 8{,}4 = 33{,}6$

4. Nota final: $6 \times \overline{x}_T + 4 \times \overline{x}_A = 49{,}8 + 33{,}6 = 83{,}4$

12.

12.1. Como todos os valores da temperatura média são negativos, o que representa a temperatura média mais baixa é o que está mais afastado de zero, ou seja, $-24{,}0°C$, o que se verificou no mês de

julho

12.2. Considerando o decréscimo das temperaturas médias anuais de $0{,}7°C$ por década, podemos identificar a temperatura média de cada década, até obter uma previsão da temperatura média anual para a década de 2000/2009:

- Década de 1980/1989: $-17{,}4°C$
- Década de 1990/1999: $-17{,}4 - 0{,}7 = -18{,}1°C$
- Década de 2000/2009: $-18{,}1 - 0{,}7 = -18{,}8°C$

13. O friso B pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 90° no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

O friso C pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 90° no sentido dos ponteiros do relógio.

O friso D pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 180°.

Pelo que o friso A é o único que não pode ser construído com 3 destes azulejos.

Resposta: **Opção** Friso A