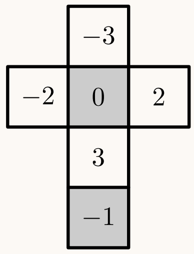
Prova de aferição de Matemática - 3.º ciclo **(2004)**

Proposta de resolução

1.

1.1. Observando a planificação podemos verificar que as faces com os números -3, -2, 3 e 2 são adjacentees à face com o número 0 porque têm uma aresta em comum com esta face.



Desta forma, o número que se encontra na face oposta ao do 0 (zero) é o número -1

1.2. Como o dado é lançado por duas vezes, quando somamos os números saídos, a menor soma que é possível obter resulta de ter saído o menor número nos dois lançamentos, ou seja, a menor soma possível é:

$$-3 + (-3) = -6$$

1.3. A Rita tem razão, porque como o zero não é negativo nem positivo, existem três números negativos (-3, -2 e -1) e só existem dois números positivos (2 e 3).

Assim, quem, no jogo, ganha quando sair um número negativo (o Vítor) tem maior probabilidade de ganhar.

2. Como cada camioneta tem 54 lugares, e $54 \times 2 = 108$, se o número de inscritos for inferior ou igual a 108 será necessário alugar apenas uma camioneta. Se o número de inscritos ultrapassar os 108 será necessário alugar 2 camionetas.

   Como pode ser necessário alugar 2 ou 3 camionetas, calculamos o preço a pagar, por cada inscrito, nas duas hipótese, e para os números mínimo e máximo de alunos em cada hipótese:

Nº de alunos	Nº de camionetas	Custo das camionetas	Custo por aluno
107	2	$250 \times 2 = 500$ euros	$\frac{500}{107} \approx 4{,}68$ euros
108	2	$250 \times 2 = 500$ euros	$\frac{500}{108} \approx 4{,}63$ euros
109	3	$250 \times 3 = 750$ euros	$\frac{750}{109} \approx 6{,}89$ euros
111	3	$250 \times 3 = 750$ euros	$\frac{750}{111} \approx 6{,}76$ euros

   (os arredondamentos devem ser feitos sempre por excesso para que o dinheiro recebido não seja inferior ao montante a pagar)

   Assim, temos que o preço a pagar por cada aluno irá variar entre 4,63 euros (se se inscreverem 108 alunos) e 6,89 euro (no caso de haver 109 inscritos).

3.

   3.1. Observando os pontos do gráfico correspondentes aos objetos 0 e 5, podemos verificar que as respetivas imagens são 3 e 10.

(M) - Mês	janeiro	fevereiro	março	abril	maio	junho
	0	1	2	3	4	5
(C) - comprimento do cabelo (cm)	**3,0**	**4,4**	**5,8**	**7,2**	**8,6**	**10,0**

   3.2. Considerando quaisquer dois meses consecutivos, por exemplo, março (2) e fevereiro (1), e calculando a diferença dos respetivos comprimentos, temos que:

$$C_2 - C_1 = 5{,}8 - 4{,}4 = 1{,}4 \text{ cm}$$

   Como esta diferença é constante para todos os pares de meses consecutivos, porque os pontos estão sobre uma reta, podemos concluir que em cada mês,o cabelo do Vítor cresceu 1,4 cm

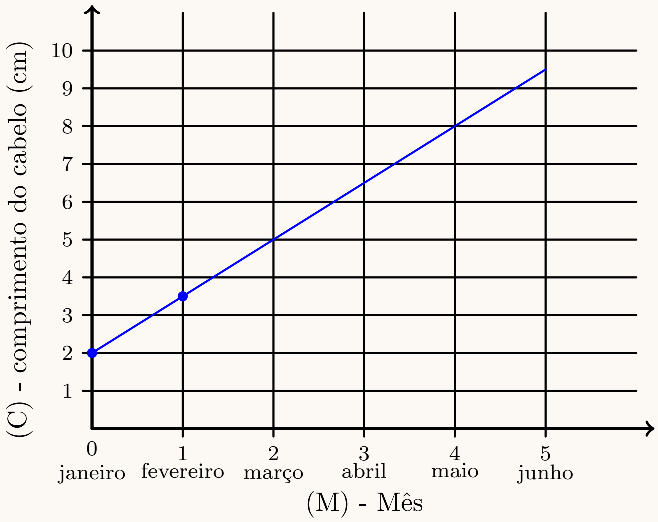
   3.3. Como os pontos do gráfico da função estão sobre uma reta, cujo declive é 1,2 (item anterior), e cuja ordenada na origem é 3 (porque a imagem de 0 é 3), então a equação da reta é $y = 1{,}4x + 3$, pelo que a expressão algébrica da função é: C=1,4M+3

   Resposta: **Opção** C=3+1,4M

3.4. Com o cabelo do João, depois de cortado (ou seja no mês 0) media apenas 2 cm, então temos que a imagem de 0 é 2, ou seja o gráfico contém o ponto de coordenadas (0,2).

Como o cabelo cresceu 1,5 cm a cada mês, no mês de fevereiro (mês 1), o comprimento correspondente é de $2 + 1{,}5 = 3{,}5$ cm, ou seja o gráfico contém o ponto de coordenadas $(1; 3{,}5)$.

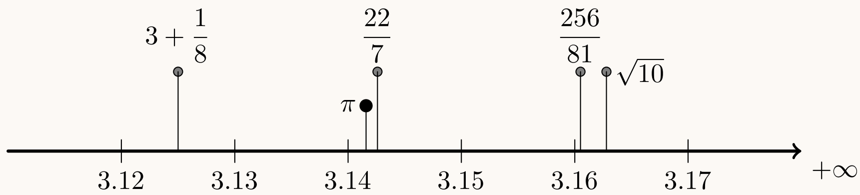
Como o gráfico é parte de uma reta, corresponde ao segmento de reta que contém os pontos anteriores e está compreendido entre os objetos 0 e 5.



4. Como a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é $S = (n-2) \times 180°$, no caso do quadrilátero temos:

$$S = (4-2) \times 180 = 2 \times 180 = 360°$$

5. Como $\frac{256}{81} \approx 3{,}1605$; $\frac{22}{7} \approx 3{,}1426$; $\sqrt{10} \approx 3{,}1628$; $3 + \frac{1}{8} = 3{,}125$ e $\pi \approx 3{,}1416$, representando os valores na reta real, temos:



Assim, podemos verificar que o valor mais próximo de π é $\frac{22}{7}$

Resposta: **Opção** Gregos

6.

6.1. Como o total de eleitores (100%) foi de 7 617 257, e o número de abstenções foi de 1 857 106, então, calculando a percentagem de abstenções (x), arredondada às centésimas, temos que:

$$\begin{array}{ccc} 100\,\% & \text{——} & 7\,617\,257 \\ x & \text{——} & 1\,875\,106 \end{array} \qquad x = \frac{1\,875\,106 \times 100}{7\,617\,257} \approx 24{,}62\%$$

6.2. Para que um candidato seja eleito na primeira volta é necessário que obtenha mais de metade dos votos validamente expressos.
Calculando metade dos votos validamente expressos, temos:

$$\frac{2\,629\,597 + 1\,443\,683 + 1\,185\,867 + 418\,961}{2} = \frac{5\,678\,108}{2} = 2\,839\,054$$

Como o candidato mais votado obteve 2 626 597 votos, e este é um número inferior a metade dos votos validamente expressos, temos que nenhum dos candidatos foi eleito na primeira volta.

7. Colocando o fator x em evidência e aplicando a lei do anulamento do produto, vem:

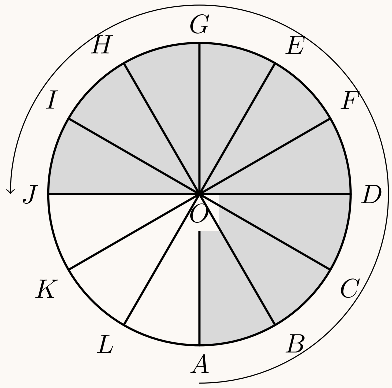
$$3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x(3x-6) = 0 \Leftrightarrow x(3x-6) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = 6 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{6}{3} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

C.S.={0,2}

8.

8.1. Ao fim de cada volta completa cada cadeira volta à sua posição inicial, pelo que ao fim de duas voltass completas a cadeira da Rita está novamenta na posição A



Assim, após completar os restantes $\frac{3}{4}$ de volta a cadeira da Rita estará na posição assinalada com a

letra J

8.2. Como o perímetro de um círculo de raio r é $P_\circ = 2\pi r$. Como neste caso o diâmetro é de 10 m, temos que raio é $r = \frac{10}{2} = 5$ m. E assim o perímetro do círculo, em metros, é dado por:

$$P_\circ = 2\pi \times 5 = 10\pi \text{ m}$$

Como o comprimento total corresponde a 6 voltas completas, o comprimento total do percurso, em metros, arredondado às unidades, é:

$$C_T = 6 \times 10\pi = 60\pi \approx 188 \text{ m}$$

8.3. Como existem 12 cadeiras igualmente espaçadas sobre a circunferência, os 12 ângulos ao centro têm a mesma amplitude.
Assim, temos que a amplitude de cada um destes ângulos, e o ângulo DOF em particular, é:

$$D\hat{O}F = \frac{360}{12} = 30^\circ$$

9.

9.1. Como o Vítor acertou sempre no alvo, cada lançamento corresponde a uma pontuação, pelo que a soma das frequências das pontuações é igual ao número de lançamentos efetuados pelo Vítor:

$$1 + 2 + 1 + 4 + 0 = 8$$

9.2. Como, para ser automaticamente apurado, a média dos três lançamentos deve ser, no mínimo 33, calculamos o pontuação do terceiro lançamento (p_3) para que a média seja 33:

$$\frac{31 + 34 + p_3}{3} = 33 \Leftrightarrow 31 + 34 + p_3 = 33 \times 3 \Leftrightarrow 65 + p_3 = 99 \Leftrightarrow p_3 = 99 - 65 \Leftrightarrow p_3 = 34$$

Desta forma podemos afirmar que o João terá que conseguir, no mínimo, 34 pontos no terceiro lançamento, ou seja, uma pontuação de 34 ou 35 pontos.

10.

10.1. Recorrendo ao Teorema de Pitágoras para determinar a medida h da hipotenusa do triângulo:

$$h^2 = 3^2 + 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 9 + 36 \Leftrightarrow h^2 = 45 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{45}$$

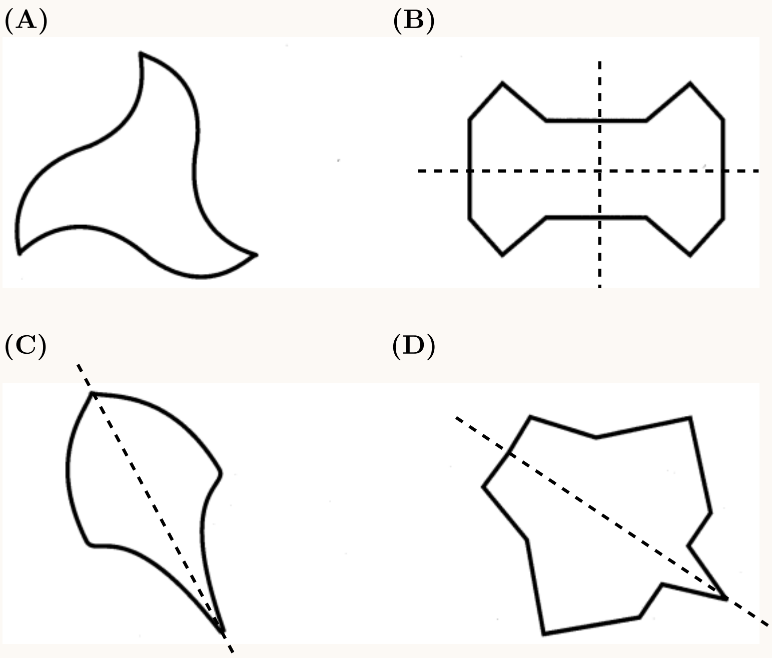
Pelo que podemos afirmar que o Vítor respondeu corretamente.

10.2. Como num triângulo retângulo, a hipotenusa é sempre o lado de maior comprimento, a opção (B) não pode ser a correta porque, neste caso a hipotenusa seria menor que o cateto de comprimento 6.

Como num triângulo, a medida do comprimento do lado maior tem que ser inferior à soma das medidas dos comprimentos dos lados menores, neste caso, como a soma dos comprimentos dos lados menores é $6 + 3 = 9$, 10 não pode ser a medida do comprimento do lado maior, pelo que a opção (C) também não é a opção correta.

11. Podemos identificar eixos de simetria nas figuras das opções (B), (C) e (D) (assinalados na figura ao lado), pelo que a figura que não tem qualquer eixos de simetria é a figura da opção (A).

Resposta: **Opção A**



12.

12.1. Como se pretende escrever sob a forma de fração um número compreendido entre 0,1818 e 0,2727, e considerando, por exemplo, o número 0,3 porque $0{,}1818 < 0{,}3 < 0{,}2727$, então temos que:

$$0{,}2 = \frac{2}{10}$$

12.2. Como a sequência sugere, cada termo pode ser obtido adicionando ao anterior o valor 0,0909 Assim, o 5º termo da sequência pode ser obtido, somando ao 4º termo 0,0909, ou seja:

$$0{,}3636 + 0{,}0909 = 0{,}4545$$

12.3. Como cada termo pode ser obtido adicionando ao anterior o valor 0,0909, e o primeiro termo é também 0,0909, o termo de ordem n é $n \times 0{,}0909$, porque resulta de adicionar 0,0909, n vezes. Assim calculando alguns termos da sequência, temos:

- 10º termo: $10 \times 0{,}0909 = 0{,}909$
- 11º termo: $11 \times 0{,}0909 = 0{,}9999$
- 12º termo: $12 \times 0{,}0909 = 1{,}0908$

Desta forma o primeiro termo da sequência que é maior que 1, é o 12º termo, ou seja 1,0908