Teste Intermédio de MATEMÁTICA - 9º ano
31 de janeiro de 2008

Proposta de resolução

1. Como o mês de março tem 31 dias, existem 31 casos possíveis para o dia em que a Pedro faz anos.
   Como para que façam anos no mesmo dia, o Pedro tem que fazer anos no dia 1, tal como a Inês, então o número de casos favoráveis é 1, e assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade é:

$$p = \frac{1}{31}$$

2. Organizando numa lista todas as hipóteses de observações do conjunto dos dois lançamentos, temos:

   - Face nacional - Face nacional
   - Face nacional - Face europeia
   - Face europeia - Face nacional
   - Face europeia - Face europeia

   Assim, considerando as 4 observações possíveis podemos constatar que

   - o André entregará a prenda 1 em cada 4 vezes
   - o Bruno entregará a prenda 1 em cada 4 vezes
   - o Carlos entregará a prenda 2 em cada 4 vezes

   Pelo que podemos verificar que o Carlos tem maior probabilidade de entregar a prenda que o André e o Bruno.

3. Como sabemos que a mediana é 4, e, existe apenas um registo igual a 4, então, na lista ordenada existem tantos elementos antes do registo 4 como depois deste registo.

$$\underbrace{1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 3\ \ 3\ \ 3}_{50\%}\ \ 4\ \ \underbrace{5\ \ ?\ \ ?\ \ ?\ \ ?}_{50\%}$$

   Como existem 12 registos menores que 4, existem também 12 registos superiores a 4, e assim considerando também o registo igual a 4 podemos calcular o número de pessoas que foram convidadas para a festa de aniversário da Maria:

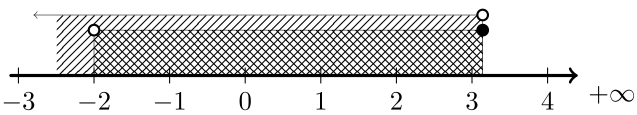
$$12 + 1 + 12 = 25$$

4. Como

- $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$, temos que $\sqrt{\frac{1}{16}} \in \mathbb{Q}$
- $\sqrt{0{,}16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, temos que $\sqrt{0{,}16} \in \mathbb{Q}$
- $\frac{1}{16} \in \mathbb{Q}$

e $\sqrt{1{,}16}$ é uma dízima infinita não periódica, ou seja é o único número irracional de entres as opções apresentadas.

5. Representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto A na reta real, temos:



Como $3{,}141 < \pi$ temos que $A =]-2; 3{,}141[$

6.

6.1. Como a Maria teve que pagar 30 cêntimos, pela observação do gráfico, podemos verificar que o convite para a sua festa tem um peso compreendido entre 0 e 20 gramas, por isso um valor possível para o peso, em gramas, do convite é de

10 gramas

6.2. Calculando o custo total para as duas alternativas, temos:

- Envio no mesmo envelope:
  Peso total (2 cartões e 1 envelope): $16 + 19 + 2 = 37$ gramas
  Custo do envio para correspondência com 37 gramas: 50 cêntimos
- Envio em envelopes separados:
  Peso total de cada envelope (1 cartão e 1 envelope): $16 + 2 = 18$ gramas e $19 + 2 = 21$ gramas
  Custo do envio para correspondência com 19 e 21 gramas: $30 + 50 = 80$ cêntimos

Desta forma podemos verificar que o envio dos dois cartões no mesmo envelope terá um custo inferior do que se o envio for feito em envelopes separados.

7. Resolvendo o sistema, vem

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y = \frac{x+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 2y = \frac{3-y+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 2y = \frac{3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{1}_{(2)} - \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{2} - \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

C.S. $= \left\{ \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}$

8. Como os convites de aniversário da Maria têm a forma de um retângulo com 100 cm^2 de área, sabemos que a relação entre a base e a altura destes retângulos é:

$$base \times altura = 100$$

Como o produto das duas grandezas é constantes temos uma relação de proporcionalidade inversa, pelo que a representação gráfica desta relação é parte de uma hipérbole.
Desta forma o único gráfico que pode representar a relação entre a base e a altura de retângulos com 100 cm^2 de área é o gráfico da opção (A).

Resposta: **Opção A**

9. Designando por l o número de pacotes de leite e por s o número de pacotes de sumo, como o número de pacotes de leite comprados é o triplo do número de pacotes de sumo, temos que

$$l = 3s$$

Por outro lado, como cada pacote de leite custou 70 cêntimos, ou seja 0,7 euros, l pacotes de leite custaram $l \times 0{,}7$ euros, ou mais simplesmente $0{,}7l$. Da mesma forma como cada pacote de sumo custou 60 cêntimos, s pacotes de sumo custaram $0{,}6s$ euros. Logo, como se gastaram 54 euros na compra de pacotes de leite e de pacotes de sumo, vem que

$$0{,}7l + 0{,}6s = 54$$

Assim, temos que, um sistema de duas equações do 1.º grau que traduza o problema, é

$$\begin{cases} l = 3s \\ \\ 0{,}7l + 0{,}6s = 54 \end{cases}$$

10.

10.1. Como 3 pessoas contribuíam com 20 euros cada, temos que o custo total da prenda é:

$$3 \times 20 = 60 \text{ euros}$$

Como o número de pessoas a contribuir duplicou, passou a ser de 6 pessoas, então a parte de cada uma será de

$$\frac{60}{6} = 10 \text{ euros}$$

Ou seja, com o aumento do número de pessoas para o dobro, o valor com que cada um irá contribuir diminuiu para metade.

Resposta: **Opção C**

10.2. Como 3 pessoas contribuíam com 20 euros cada, temos que o custo total da prenda é:

$$3 \times 20 = 60 \text{ euros}$$

Assim, como no final desta iniciativa, cada um dos participantes contribuiu com 7 euros e 50 cêntimos, temos que o número de pessoas que participaram na compra da prenda (n) pode ser calculado como:

$$\frac{60}{n} = 7{,}5 \Leftrightarrow \frac{60}{7{,}5} = n \Leftrightarrow 8 = n$$

Logo, podemos afirmar que 8 pessoas participaram na compra da prenda.

11.

11.1. Como as diagonais de um quadrado dividem o quadrado em 4 triângulos congruentes (ou seja com a mesma área), temos que:

- a área sombreada do quadrado $[ABFG]$ corresponde a $\frac{2}{4}$ da área do quadrado, ou seja:

$$A_{[ABFG]} \times \frac{2}{4} = A_{[ABFG]} \times \frac{1}{2} = \frac{A_{[ABFG]}}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

- a área sombreada do quadrado $[BCDE]$ corresponde a $\frac{3}{4}$ da área do quadrado, ou seja:

$$A_{[BCDE]} \times \frac{3}{4} = 64 \times \frac{3}{4} = 48$$

E assim, a área sombreada, no total é:

$$18 + 48 = 66$$

Resposta: **Opção B**

11.2. Como $[ABFG]$ é um quadrado de área 36 e $[BCDE]$ é um quadrado de área 64, podemos calcular as medida dos lados:

$$\overline{FG} = \sqrt{36} = 6 \quad \text{e} \quad \overline{BE} = \sqrt{64} = 8$$

Como o ponto F pertence ao segmento $[BE]$, e $\overline{FG} = \overline{BF}$ temos que:

$$\overline{BE} = \overline{BF} + \overline{FE} \Leftrightarrow 8 = 6 - \overline{FE} \Leftrightarrow 8 - 6 = \overline{FE} \Leftrightarrow 2 = \overline{FE}$$

Como o segmento $[FG]$ é perpendicular ao segmento $[BE]$, temos que o triângulo $[GFE]$ é retângulo em F, e assim recorrendo ao Teorema de Pitágoras, calculamos o valor exato de $\overline{EG}$:

$$\overline{EG}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{FE}^2 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 6^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 36 + 4 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 40 \underset{\overline{EG}>0}{\Rightarrow} \overline{EG} = \sqrt{40}$$