1.

1.1. Como o acontecimento R corresponde à escolha de um boletim em que o festival B ocupa a última preferência, e sabemos que este acontecimento se verificou, temos 4 casos possíveis (excluindo a primeira e a última das opções apresentadas).

Como se pretende que o festival A ocupe a primeira preferência, temos 3 casos possíveis.

Ou seja, temos que $P(Q|R) = \frac{3}{4}$

Resposta: **Opção C**

1.2. Aplicando o método descrito antes de ser contabilizado o voto do Filipe, temos:

- Pontuação do festival A (4 votos na 1.ª preferência e 5 votos na 3.ª preferência):

$$4 \times 5 + 5 \times 1 = 20 + 5 = 25$$

- Pontuação do festival B (3 votos na 1.ª preferência, 4 votos na 2.ª preferência e 2 votos na 3.ª preferência):

$$3 \times 5 + 4 \times 3 + 2 \times 1 = 15 + 12 + 2 = 29$$

- Pontuação do festival C (2 votos na 1.ª preferência, 5 votos na 2.ª preferência e 2 votos na 3.ª preferência):

$$2 \times 5 + 5 \times 3 + 2 \times 1 = 10 + 15 + 2 = 27$$

Como após a contabilização do voto do Filipe o festival C ficou em último lugar, e não se verificaram empates, o voto do Filipe colocou o festival C na 3.ª preferência, porque se fosse a 2.ª ou a 1.ª, mesmo com 5 pontos o festival A não iria obter um número de pontos superior.

Relativamente à 1.ª preferência, o Filipe escolheu o festival A (porque se fosse a 2.ª alternativa iria totalizar o mesmo número de pontos do festival C, e é sabido que não se registou qualquer empate).

Desta forma, o voto do Filipe indicou na 1.ª preferência o festival A, na 2.ª o festival B e na 3.ª o festival C.

E assim, a pontuação de cada festival, após a contabilização do voto do Filipe, é:

- Festival A: $25 + 5 = 30$
- Festival B: $29 + 3 = 32$
- Festival C: $27 + 1 = 28$

2. Como a Elsa valoriza três vezes mais o bilhete B2 do que qualquer um dos outros bilhetes, e todos os outros bilhetes valorizados da mesma forma, podemos dividir a valorização da Elsa em 8 partes, da seguinte forma:

Bilhetes	B1	B2	B3	B4	B5	B6
Valorização da Elsa	1	3	1	1	1	1

Assim, 50% da valorização global dos bilhetes, da Elsa, é de $\frac{8}{2} = 4$ partes. Desta forma, analisando cada uma das opções apresentadas, temos:

Bilhetes	B1	B2	B3	B4	B5	B6	Total
Valorização da Elsa	1	3	1	1	1	1	8
Opção A	1			1		1	3
Opção B		3	1		1		5
Opção C	1		1		1	1	4
Opção D		3	1		1	1	6

Resposta: **Opção C**

3. Procedendo à distribuição dos bens, aplicando o método descrito, temos:

	Elsa	**Gaspar**
F	19	35
M	26	5
T	55	60
Atribuição temporária	M	F+T
Total temporário	26	$35+60=95$
Designação	B	A
Bem usado no ajuste	T	
Total final	$26+\frac{x}{100}\times 55$	$95-\frac{x}{100}\times 60$

Igualando os dois totais finais e revolvendo a equação que traduz a partilha equilibrada, vem:

$$26+\frac{x}{100}\times 55=95-\frac{x}{100}\times 60 \Leftrightarrow 26+\frac{x\times 55}{100}=95-\frac{x\times 60}{100} \Leftrightarrow 26+0{,}55x=95-0{,}6x \Leftrightarrow$$

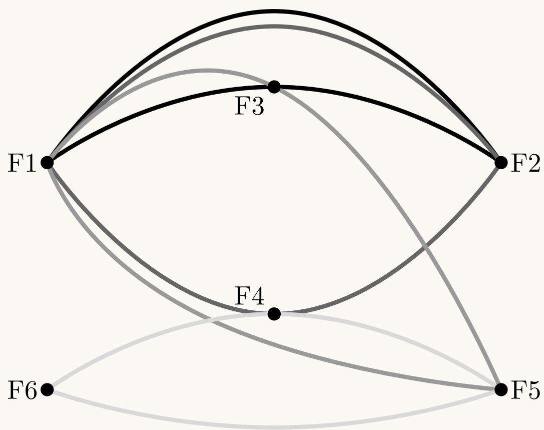
$$\Leftrightarrow 0{,}55x+0{,}6x=95-26 \Leftrightarrow 1{,}15x=69 \Leftrightarrow x=\frac{69}{1{,}15} \Leftrightarrow x=60$$

Assim, a partilha final dos bens pelos dois amigos é:

- A Elsa recebe a mesa de campismo e mais 60% do tempo de utilização da tenda.
- O Gaspar recebe o fogão de campismo e 40% do tempo de utilização da tenda.

Assim, num ano com 365 dias, o tempo de utilização da tenda destinado ao Gaspar é de $365\times 0{,}4=146$ dias.
Desta forma, no ano em causa, o Gaspar já tinha usado a tenda na totalidade do tempo que lhe era destinado, pelo que não terá direito a usá-la no festival referido.

4. De acordo com as informações da tabela podemos desenhar o grafo da figura ao lado, em que cada vértice representa um festival e cada aresta representa a presença de um dos jovens nos dois festivais relacionados .



Assim podemos verificar que a inexistência de arestas entre:

- os vértices F1 e F6
- os vértices F3 e F4
- os vértices F2 e F5

evidencia que estes 3 pares de festivais podem ter decorrido em simultâneo, pelo que o número mínimo de fins de semana em que os festivais podem ter decorrido é 3.

5. Como o valor final da poupança foi o dobro do depósito inicial, sabemos que o valor depositado inicialmente foi metade da poupança, ou seja, $\frac{240}{2} = 120$ €

Como foram feitos 16 depósitos de uma quantia fixa, e o conjunto desses depósitos totalizaram também 120 €, pelo que, cada um deles tinha o valor de $\frac{120}{16} = 7{,}5$ €

Assim, temos que a percentagem (p) do depósito inicial (120) corresponde a quantia fixa depositada em cada mês (7,5) é:

$$\frac{p}{7{,}5} = \frac{100}{120} \Leftrightarrow p = \frac{100 \times 7{,}5}{120} \Leftrightarrow p = 6{,}25$$

Ou seja, em cada mês o Filipe depositou um montante correspondente a 6,25% do depósito inicial.

6.

6.1. Podemos calcular a a altura em metros, a que o balão se encontrava no instante em que foi lançado, ou seja, o valor do modelo para $t = 0$:

$$A(0) = \frac{30}{1 + 29e^{-2\times 0}} = 1$$

Da mesma forma podemos determinar a altura do balão 1 minuto após o lançamento, ou seja, o valor do modelo para $t = 1$:

$$A(1) = \frac{30}{1 + 29e^{-2\times 1}} \approx 6{,}09$$

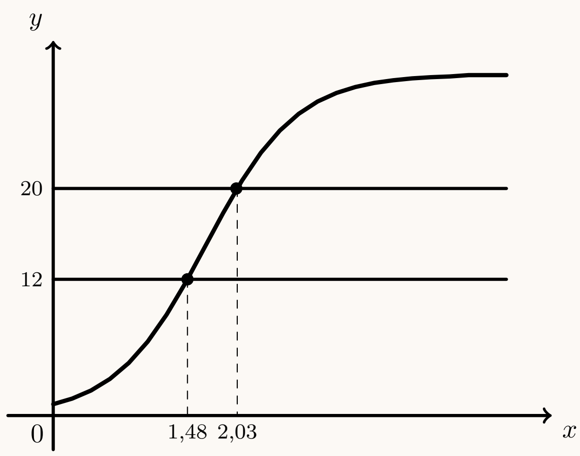
E assim o valor, em metros, arredondado às unidades, da subida do balão no primeiro minuto, é:

$$A(1) - A(0) \approx 6{,}09 - 1 \approx 5$$

6.2. Representamos na calculadora gráfica os gráficos do modelo da altura do balão em função do tempo ($y = \frac{30}{1 + 29e^{-2x}}$) e das retas correspondentes às alturas de 12 metros e de 20 metros ($y = 12$ e $y = 20$), numa janela compatível com o limite temporal do modelo, ou seja, $0 \leq x \leq 5$ e também com os valores esperados para a evolução da altura, ou seja, $0 \leq y < 30$, que se encontra reproduzido na figura seguinte.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção do modelo com as duas retas, obtemos o valor aproximado (às centésimas) das abcissas dos pontos de interseção, ou seja, os valores correspondente aos tempos em que as alturas eram, respetivamente 12 e 20 metros, ou seja, os pontos de coordenadas (1,48 ; 12) e (2,03 ; 20)

Assim, o balão esteve entre os 12 e os 20 metros durante $2{,}03 - 1{,}48 = 0{,}55$ minutos



Calculando o número de segundos correspondentes a 0,55 minutos, temos:

$$0{,}55 \times 60 = 33$$

Ou seja, de acordo com o modelo foram lançados confetes durante 33 segundos.

7.

7.1. Como o tempo médio de espera é referente a 9 pessoas, tendo os tempos do Filipe e do amigo iguais (porque permaneceram juntos na fila), designado por t este valor, temos que:

$$\frac{30+24+22{,}5+18+12+8+3+t+t}{9} = 15{,}5 \Leftrightarrow 117{,}5+2t = 15{,}5\times 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t = 139{,}5-117{,}5 \Leftrightarrow t = \frac{22}{2} \Leftrightarrow t = 11$$

7.2. Observando que as pessoas indicadas na tabela, as que esperaram menos de três horas foram as pessoas A, B e C, ou seja 3 pessoas e designando por t o número total de clientes que, nesse dia, adquiriram bilhete, temos que:

- $t\times 0{,}6$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete (60% do total)
- $t\times 0{,}6\times 0{,}004$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete e que figuram na tabela (0,4% do valor anterior)

Assim, determinando o valor de t, temos:

$$t\times 0{,}6\times 0{,}04 = 3 \Leftrightarrow t = \frac{3}{0{,}6\times 0{,}004} \Leftrightarrow t = 1250$$

Resposta: **Opção A**

7.3. Inserindo na calculadora gráfica as listas com os dados apresentados, temos:

x	y
30	0,5
24	1
22,5	2
18	4
12	8
8	9
3	12

Determinando a equação da reta de regressão ($y = ax + b$), temos que os valores de a e b, usando valores aproximados com três casas decimais, são $a \approx -0{,}459$ e $b \approx 12{,}913$.

Desta forma a equação da reta de regressão é $y = -0{,}459x + 12{,}913$, pelo que uma pessoa que tenha estado seis horas na fila antes da abertura da bilheteira ($x = 6$), terá tido registado um tempo decorrido desde a abertura da bilheteira até à aquisição dos bilhetes (y), arredondado às unidades, de:

$$y \approx -0{,}459\times 6 + 12{,}913 \approx 10 \text{ horas}$$

8.

8.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma pessoa que foi ao último dia do festival, e os acontecimentos:
$C1$:≪A pessoa assistiu ao primeiro concerto do dia≫
F:≪A pessoa viu o fogo de artifício≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P\left(C1\right) = 0{,}6$, $P\left(C1 \cap F\right) = 0{,}48$ e $P\left(\overline{F}|\overline{C1}\right) = 0{,}3$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(\overline{C1}\right) = 1 - P\left(C1\right) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$
- $P\left(C1 \cap \overline{F}\right) = P\left(C1\right) - P\left(C1 \cap F\right) = 0{,}6 - 0{,}48 = 0{,}12$
- $P\left(\overline{C1} \cap \overline{F}\right) = P\left(\overline{F}|\overline{C1}\right) \times P\left(\overline{C1}\right) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$

	F	$\overline{F}$	
$C1$	0,48	0,12	0,6
$\overline{C1}$		0,12	0,4
			1

Desta forma a probabilidade de escolher ao acaso uma pessoa que foi ao último dia do festival e essa pessoa não ter visto o fogo de artifício, é:

$$P\left(\overline{F}\right) = P\left(C1 \cap \overline{F}\right) + P\left(\overline{C1} \cap \overline{F}\right) = 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}24$$

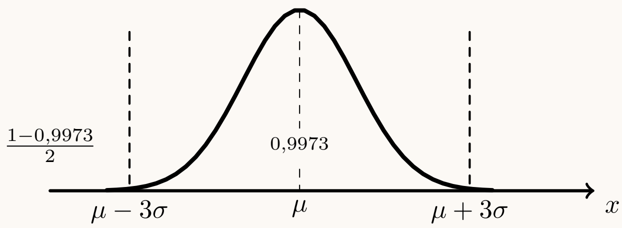
8.2. Como o consumo de bebidas segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 1,5 litros e desvio padrão 0,4 litros, temos que o valor de 0,3 litros de bebida corresponde a $1{,}5 - 3 \times 0{,}4$ litros, ou seja, $\mu - 3\sigma$

Sabemos que a distribuição normal é simétrica relativamente ao valor médio, ou seja,

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973 \quad \text{e} \quad P(X < \mu - 3\sigma) = P(X > \mu + 3\sigma)$$

Logo, considerando a variável aleatória X: Consumo de bebida das pessoas presentes no festival, temos que a probabilidade de uma pessoa ter consumido menos de 0,3 litros de bebida, é:

$$P(X < \mu - 3\sigma) \approx \frac{1 - 0{,}9973}{2} \approx 0{,}00135$$



Como o número de pessoas que estiveram presentes durante os vários dias do festival foi 60 000, o número esperado de pessoas que tenham consumido no máximo 0,3 litros de bebida, é:

$$0{,}00135 \times 60\,000 = 81$$

9. Calculando a proporção de pessoas inquiridas que têm intenção de acampar na zona Z1, temos:

$$\hat{p} = \frac{125}{125 + 250 + 150 + 100} = \frac{125}{625} = 0{,}2$$

E o número de inquiridos é:

$$n = 125 + 250 + 150 + 100 = 625$$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção $\left(\left] \hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\, , \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[\right)$, temos que a amplitude é:

$$\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção ($\hat{p}$) e de n, e resolvendo a equação, temos:

$$2z\sqrt{\frac{0{,}2(1-0{,}2)}{625}} = 0{,}05264 \Leftrightarrow z = \frac{0{,}05264}{2 \times \sqrt{\frac{0{,}2(1-0{,}2)}{625}}} \Rightarrow z \approx 1{,}645$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1{,}645$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é de 90%