1. Efetuando a soma dos atribuídos a cada local, temos:

	Cabo Girão	**Pico do Areeiro**	**Porto Moniz**	**Santana**
Soma	$2+4+1+3=10$	$1+5+4+1=11$	$3+1+3+4=11$	$4+0+2+2=10$

Como no total existem 40 pontos, nenhum dos locais obteve os 21 pontos necessários para atingir a maioria absoluta. Verifica-se ainda que Santana foi o local menos pontuado, pelo que deve ser eliminado da tabela.

Assim, criando a nova tabela, de acordo com o método descrito, e obtendo a soma das pontuações decorrente desta tabela, temos:

	Cabo Girão	**Pico do Areeiro**	**Porto Moniz**
António	2	1	$3+4=7$
Camila	4	$5+0=5$	1
Dora	1	$4+2=6$	3
Francisco	3	1	$4+2=6$
Soma	10	13	17

Continua a verificar-se que nenhum dos locais obteve os 21 pontos necessários para atingir a maioria absoluta. Verifica-se ainda que o Cabo Girão foi agora o local menos pontuado, pelo que também deve ser eliminado da tabela.

Assim, criando ainda outra tabela, e obtendo as somas, de acordo com o método descrito, temos:

	Pico do Areeiro	**Porto Moniz**
António	1	$7+2=9$
Camila	$5+4=9$	1
Dora	$6+1=7$	3
Francisco	1	$6+3=9$
Soma	18	22

Assim, como Porto Moniz obteve a maioria absoluta dos pontos (mais de 21), este será o primeiro local a visitar pela família Antunes.

2. Calculando o valor total que o António pagaria se tivesse feito a reserva no Hotel Camélia, para 2 quartos duplos por 4 noites, temos:

$$2 \times 134{,}55 \times 4 = 1076{,}40 \text{ €}$$

Calculando o valor total que o António pagaria sem desconto no Hotel Azálea, para 2 quartos duplos por 4 noites, temos:

- Valor das duas primeiras noites: $2 \times 150{,}20 \times 2 = 600{,}80$ €
- Valor das restantes duas noites: $2 \times 142{,}30 \times 2 = 569{,}20$ €
- Valor total das quatro noites: $600{,}80 + 569{,}20 = 1170$ €

Assim, a diferença de valores, ou seja, o valor do desconto é:

$$1170 - 1076{,}40 = 93{,}60 \text{ €}$$

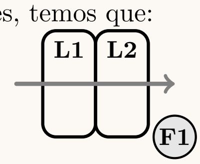
Logo, a percentagem p do desconto, calculada sobre o total do valor a pagar no Hotel Azálea, é:

$$\frac{1170}{93{,}60} = \frac{100}{p} \Leftrightarrow p = \frac{100 \times 93{,}60}{1170} \Leftrightarrow p = 8\%$$

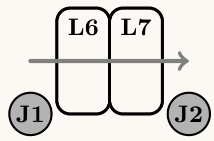
3.

3.1. Aplicando o método descrito, de acordo com a posição dos marcadores, temos que:

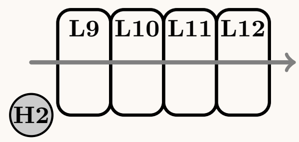
- Percorrendo a linha de cartões, partindo do cartão mais à esquerda, até se encontrar o primeiro marcador, observamos que as levadas L1 e L2 serão atribuídas ao Fernando, que colocou o primeiro marcador.



- Percorrendo a linha de caixas, novamente da esquerda para a direita, até se encontrar o segundo marcador de um dos outros dois guias, observamos que a Joana colocou esse marcador, pelo que lhe serão atribuídas as levadas compreendidas entre os seus primeiro e segundo marcadores, ou seja, as levadas L6 e L7.



- Ao guia que resta, a Helena, são atríbuídas as levadas do seu segundo marcador, as levadas L9, L10, L11 e L12.



- As levadas 3, 4, 5 e 8 serão atribídas por sorteio.

Assim, temos que:

Antes do sorteio de atribuição das levadas que restaram, à Joana serão atribuídas as levadas L6 e L7, à Helena serão atribuídas quatro levadas e, ao Fernando, duas levadas. As levadas L3 e L8 serão duas das atribuídas por sorteio aos três guias.

Logo, as correspondências corretas são:

- **I** $\rightarrow$ **b)**
- **II** $\rightarrow$ **b)**
- **III** $\rightarrow$ **a)**
- **IV** $\rightarrow$ **a)**

3.2. Iniciar e terminar um percurso numa mesma levada, percorrendo todos os troços pedonais, incluindo o novo, sem repetir nenhum deles, corresponde à definição de um circuito de Euler. Tal só será possível se todos os vértices tiverem grau par.

Assim, analisando as tabelas apresentas e considerando a construção de um novo troço entre as levadas L3 e L7, temos que:

- Na tabela das opção A e B, existem vértices com grau ímpar que não são alterados com a inclusão da aresta entre os vértices L3 e L7 (o vértice L5 na opção A e os vértices L1 e L5 na opção B), pelo que não é possível definir um circuito de Euler com a inclusão da nova aresta.
- Na tabela da opção C, todos os vértices têm grau par pelo que com a inclusão da aresta entre os vértices L3 e L7, estes vértices passariam a ter um grau ímpar e não seria possível definir um circuito de Euler.
- Na tabela da opção D, apenas os vértices L3 e L7 têm grau ímpar pelo que com a inclusão da aresta entre estes vértices, todos passam a ter um grau par o que torna possível definir um circuito de Euler.

Resposta: **Opção D**

4. Como a Dora pretende visitar miradouros de altitude superior a 350 metros apenas se consideram os miradouros B, CG, E, PA, PB e PR.

Assim, o percurso definido pela Dora, foi:

I - PR (maior altitude). (Alternativas: PA(1818), E(1007) e B(860)).

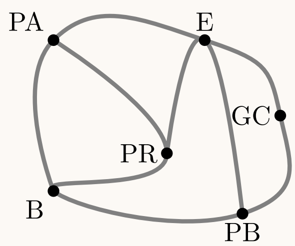
II - PA (Alternativas: PR(já visitado), E(1007) e B(860)).

III - E (Alternativas: PR, PA (já visitados), CG(580) e PB(355)).

IV - CG (Alternativas: E (já visitado), PB(355)).

V - PB (Alternativas: E, CG (já visitados)). B(860)).

VI - B (Alternativas: PR, PA, PB (já visitados)).



Desta forma, o percurso definido pela Dora, que lhe permite visitar seis miradouros, é:

$$\text{PR} \rightarrow \text{PA} \rightarrow \text{E} \rightarrow \text{CG} \rightarrow \text{PB} \rightarrow \text{B}$$

5.

5.1. A amplitude do ângulo ao centro, α, correspondente ao sector circular relativo ao número de turistas de nacionalidade Z, é proporcional à frequência absoluta:

$$\frac{1200}{360} = \frac{210}{\alpha} \Leftrightarrow \alpha = \frac{210 \times 360}{1200} \Leftrightarrow \alpha = 63^\circ$$

Resposta: **Opção D**

5.2. Designado por m a média das idades dos turistas que têm nacionalidade X (que é também a média das idades dos turistas da nacionalidade Z), e como a média dos 1200 turistas, temos que:

$$\frac{m \times 180 + 62 \times 350 + m \times 210 + 56 \times 460}{1200} = 54{,}5 \Leftrightarrow \frac{180m + 21\,700 + 210m + 25\,760}{1200} = 54{,}5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 390m + 47\,460 = 54{,}5 \times 1200 \Leftrightarrow 390m + 47\,460 = 65\,400 \Leftrightarrow 390m = 65\,400 - 47\,460 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 390m = 17\,940 \Leftrightarrow m = \frac{17\,940}{390} \Leftrightarrow m = 46$$

5.3. Observando os histogramas relativos a cada nacionalidade, temos que:

(1) no histograma relativo à nacionalidade Z, podemos observar que a frequência absoluta acumulada da classe $[1{,}0; 1{,}2[$ é zero, ou seja não existe qualquer turista desta nacionalidade com altura inferior a 1,2 m, o que não acontece com as outras nacionalidades.

(2) a percentagem de turistas que medem menos de 1,6 m, é para cada nacionalidade:
$5 + 20 + 45 = 70\%$ para a nacionalidade X; $\dfrac{25+150+100}{350} \times 100 \approx 79\%$ para a nacionalidade Y e $\dfrac{110}{210} \times 100 \approx 52\%$ para a nacionalidade Z.

(3) o número de turistas que medem pelo menos de 1,6 m, é para cada nacionalidade:
$(0{,}2+0{,}1)\times 180 = 54$ para a nacionalidade X; 75 para a nacionalidade Y e $210-110 = 100$ para a nacionalidade Z, sendo o maior número de turistas neste intervalo de alturas da nacionalidade Z.

(4) A classe em que se situam as alturas mais frequentes é para cada nacionalidade:
$[1{,}4; 1{,}6[$ para a nacionalidade X; $[1{,}2; 1{,}4[$ para a nacionalidade Y e $[1{,}4; 1{,}6[$ para a nacionalidade Z.

(5) a percentagem de turistas que medem pelo menos de 1,4 m, é para cada nacionalidade:
$(0{,}4+0{,}2+0{,}1)\times 100 = 70\%$ para a nacionalidade X; $\dfrac{100+75+0}{350} \times 100 = 50\%$ para a nacionalidade Y e $\dfrac{210-30}{210} \times 100 \approx 86\%$ para a nacionalidade Z.

(6) o número de turistas que medem pelo menos 1,6 metros e menos de 1,8 metros, é para cada nacionalidade:
$0{,}2 = 36$ para a nacionalidade X; 75 para a nacionalidade Y e $180-110 = 70$ para a nacionalidade Z, sendo o menor número de turistas neste intervalo de alturas da nacionalidade X.

(7) o número de turistas cuja altura pertence à classe $[1{,}4; 1{,}6[$, é para cada nacionalidade:
$0{,}45 \times 180 = 81$ para a nacionalidade X; 100 para a nacionalidade Y e $110-30 = 80$ para a nacionalidade Z.

Logo, as correspondências corretas são:

- **(a) → (2),(6)**
- **(b) → (4),(5)**
- **(c) → (1),(3),(7)**

6.

6.1. Como, de acordo com o modelo apresentado, o tempo é medido em décadas e $t = 0$ corresponde ao final de 1900, então o final de 1970 corresponde a $t = 7$ e o final de 2000, a $t = 10$, pelo que o número de habitantes no final destes anos, é:

- $A(7) = 1 + 30e^{-0{,}02\times 7} \approx 27{,}081$ centenas
- $A(10) = 1 + 30e^{-0{,}02\times 10} \approx 25{,}562$ centenas

Assim, o valor da diminuição do número de habitantes entre o final de 1970 e o final de 2000 é:

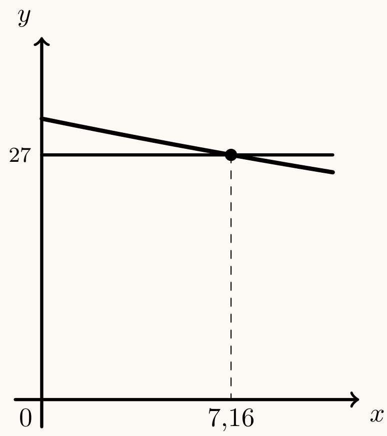
$$A(7) - A(10) \approx 27{,}081 - 25{,}562 \approx 1{,}519 \text{ centenas}$$

Esta diminuição, em percentagem, p, relativamente ao final de 1970, arredondada às unidades, é:

$$\frac{27{,}081}{100} = \frac{1{,}519}{p} \Leftrightarrow p = \frac{1{,}519 \times 100}{27{,}081} \Leftrightarrow p \approx 6\%$$

6.2. Como 2700 são 27 centenas, para determinar o ano em que, no final, o número de habitantes da freguesia A foi, pela primeira vez, inferior a 2700, devemos resolver a equação $A(t) = 27$.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção da representação gráfica do modelo com a reta, representamos o gráfico da função $f(x) = 1 + 30e^{-0,2x}$ e a reta $g(x) = 27$, numa janela ajustada, obtemos o valor aproximado (com duas casas decimais) das coordenadas do ponto de interseção: $(7{,}16\,;\,27)$.



Assim, temos que no final do ano de 1971 ($t = 7{,}1$) a população ainda não era inferior a 2700, pelo que foi apenas no ano de 1972 que o número de habitantes da freguesia A foi, pela primeira vez, inferior a 2700 .

6.3. Representando os dois modelos na calculadora gráfica e observando a sua representação em tabela, podemos comparar o número de habitantes de cada freguesia ao fim de cada década:

t	$A(t)$	$B(t)$
0	31,000	20,400
1	30,406	21,000
2	29,824	21,600
3	29,253	22,200
4	28,693	22,800
5	28,145	23,400
6	27,608	24,000
7	27,081	24,600
8	26,564	25,200
9	26,058	25,800
10	25,562	26,400

Assim, temos que:

No final do ano de 1900, o número de habitantes da freguesia A era 3100, sendo superior ao número de habitantes da freguesia B. Decorridas dez décadas, a freguesia que até então tinha menor número de habitantes passou a ser a freguesia com maior número de habitantes.
Decorridas duas décadas após o final do ano de 1900, é possível afirmar que, na freguesia B, o número de habitantes era superior a 2000.

Logo, as correspondências corretas são:

- **I → a)**
- **II → c)**
- **III → a)**
- **IV → c)**

7.

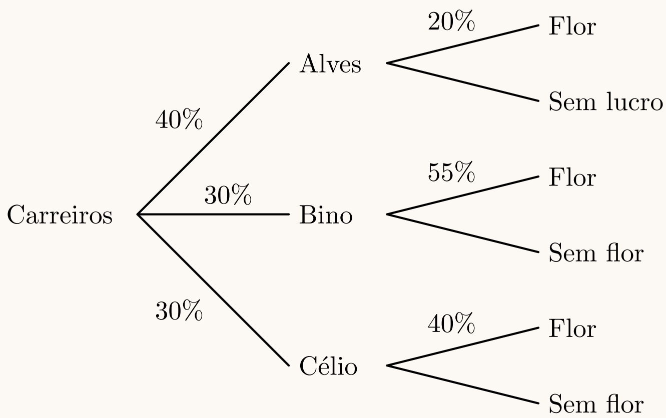
7.1. Organizando todas as hipóteses, com recurso a uma tabela, identificando os empates (E), as situações em que o vencedor é o Francisco (F) e as situações em que o vencedor é o irmão (I) temos:

Irmão \ Francisco	1	2	3	4	5	6
1	E	F	F	F	F	F
2	I	E	F	F	F	F
3	I	I	E	F	F	F
4	I	I	I	E	F	F
5	I	I	I	I	E	F
6	I	I	I	I	I	E

Assim, é possível verificar que, de entre as 36 hipóteses possíveis de obter no lançamento dos 2 dados (ou seja 36 casos possíveis), o Francisco ganha o jogo em 15 deles(15 casos favoráveis).
Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade de o Francisco ganhar o jogo à primeira tentativa, na forma de fração irredutível, é:

$$p = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

7.2. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um carreiro para conduzir o carro na descida, e os acontecimentos:
A:≪A descida foi feita num carro conduzido pelo Alves≫
B:≪A descida foi feita num carro conduzido pelo Bino≫
C:≪A descida foi feita num carro conduzido pelo Célio≫
F:≪O carreiro oferecer uma flor≫

Temos, que a probabilidade de a senhora Antunes ter realizado a descida num carro de vime conduzido pelo Bino sabendo que o carreiro ofereceu uma flor no final da descida, na na forma de dízima, com arredondamento às centésimas, é:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{P(B \cap F)}{P(A \cap F) + P(B \cap F) + P(C \cap F)} =$$

$$= \frac{0{,}3 \times 0{,}55}{0{,}4 \times 0{,}2 + 0{,}3 \times 0{,}55 + 0{,}3 \times 0{,}4} = \frac{0{,}165}{0{,}365} \approx 0{,}45$$

8. O número de turistas que foram questionados, ou seja, a dimensão da amostra, é $n = 105$.

Como o intervalo $]0{,}306; 0{,}494[$ é um intervalo de confiança a 95%, sabemos que o valor de z correspondente a este nível de confiança é 1,960.

Sabendo que o valor de $\hat{p}$, ou seja, proporção de turistas que ficariam no máximo três dias na ilha, é o ponto médio do intervalo de confiança para a proporção, temos que:

$$\hat{p} = \frac{0{,}306 + 0{,}494}{2} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4$$

Sabemos ainda que, designado por k o número de turistas que responderam que ficariam exatamente três dias na ilha, a proporção correspondente é $\frac{18+k}{105}$ (considerando os turistas que ficaram 2 ou 3 dias na ilha), pelo que, podemos calcular obter o valor de k através da equação:

$$\hat{p} = \frac{18+k}{105} \Leftrightarrow 0{,}4 = \frac{18+k}{105} \Leftrightarrow 0{,}4 \times 105 = 18 + k \Leftrightarrow 42 - 18 = k \Leftrightarrow 24 = k$$