

PROVA 135/7 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

**12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos Gerais e Cursos Tecnológicos**

**Duração da prova: 120 minutos
2000**

**ÉPOCA ESPECIAL
(SETEMBRO)**

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

VERSÃO 1

Deve indicar claramente na sua folha de respostas a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação de toda a primeira parte da prova.

Primeira Parte

- As nove questões desta primeira parte são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Qual das seguintes pode ser a expressão analítica de uma função de domínio \mathbb{R} ?

- (A) $\operatorname{tg} x$ (B) $\ln x$ (C) $\frac{x-1}{e^x}$ (D) $\cos\left(\frac{1}{x}\right)$

2. Seja f uma função de domínio \mathbb{R}^+ , estritamente decrescente.

Os eixos coordenados são assíntotas do gráfico de f .

Seja (x_n) a sucessão de termo geral $x_n = \frac{1}{n}$

Indique o valor de $\lim f(x_n)$

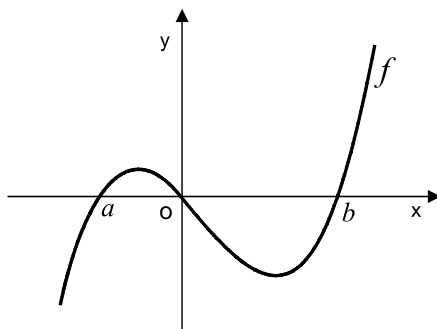
- (A) $+\infty$ (B) $-\infty$ (C) 0 (D) 1

3. Seja g uma função tal que o gráfico de g'' (segunda derivada de g) é uma recta de declive positivo que intersecta o eixo Oy no ponto $(0, 1)$.

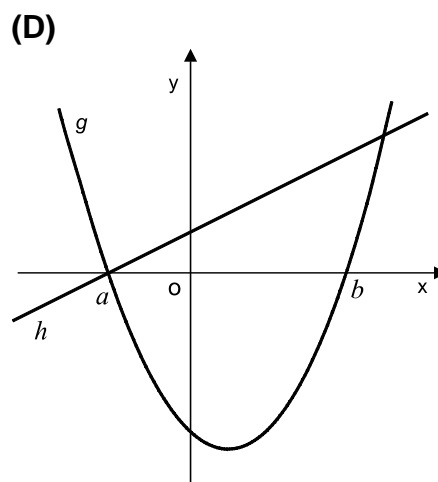
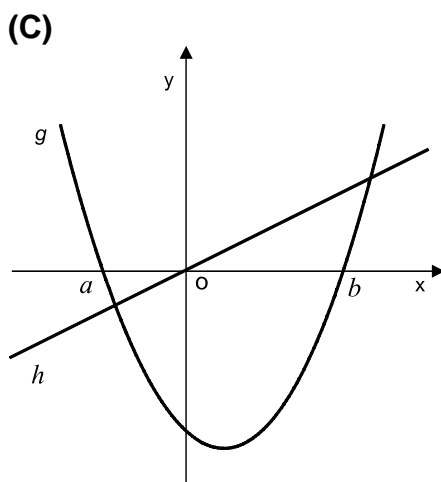
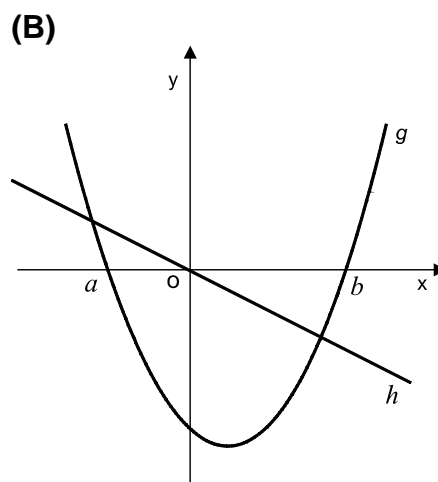
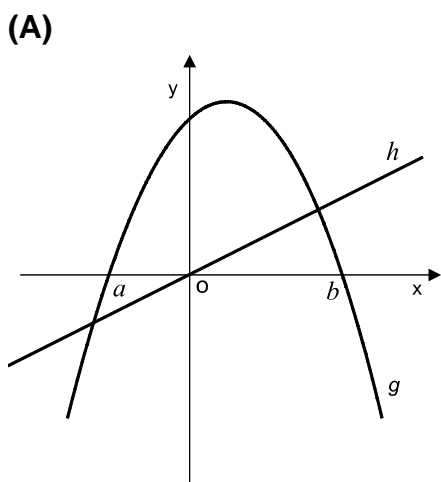
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O gráfico de g tem um ponto de inflexão de abcissa positiva
(B) O gráfico de g tem um ponto de inflexão de abcissa negativa
(C) O gráfico de g tem a concavidade voltada para baixo em \mathbb{R}^+
(D) O gráfico de g tem a concavidade voltada para baixo em \mathbb{R}^-

4. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f , de domínio \mathbb{R} .



Em qual das figuras seguintes poderá estar representada parte dos gráficos de duas funções, g e h , de domínio \mathbb{R} , tais que $f = g \times h$?



Segunda Parte

Nas questões desta segunda parte apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias.

Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \sin(2x) - \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Recorrendo exclusivamente a processos analíticos (ou seja, **sem** utilização da calculadora), resolva as alíneas seguintes:

- 1.1. Estude a função f quanto à existência de assíptotas verticais ao seu gráfico.
- 1.2. Verifique se a função f tem máximo no intervalo $] - \infty, 0[$ e, em caso afirmativo, determine-o.
- 1.3. Determine os zeros de f no intervalo $] - 3, 3[$.

2. A magnitude aparente (m) e a magnitude absoluta (M) de uma estrela são grandezas utilizadas em Astronomia para calcular a distância (d) a que essa estrela se encontra da Terra.

As três variáveis estão relacionadas pela fórmula $10^{0,4(m-M)} = \frac{d^2}{100}$

(d é medida em *parsec*, unidade utilizada em Astronomia para grandes distâncias.)

- 2.1. A Estrela Polar tem magnitude aparente $m = 2$, sendo a sua magnitude absoluta $M = -4,6$.

Qual é a distância da Terra à Estrela Polar? (Apresente o resultado em *parsec*, arredondado às unidades.)

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

- 2.2. Prove que, para quaisquer m , M e d , se tem: $m = M - 5(1 - \log_{10} d)$

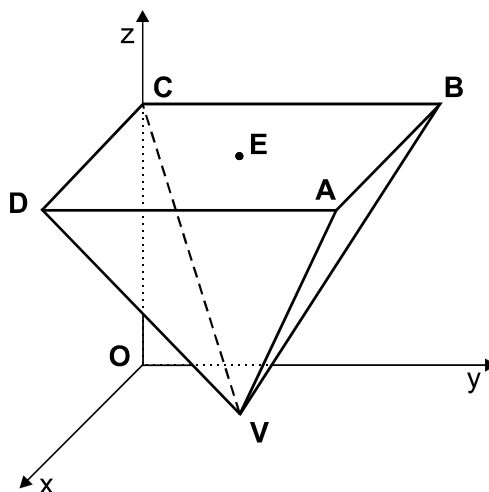
- 3.** O João e a irmã Alice querem telefonar a um amigo.
Ele lembra-se de que o número de telefone do amigo começa por 21 e tem mais sete algarismos: um 3, dois 5, dois 7, dois 8.

3.1. Quantos números existem nestas condições?

3.2. A Alice também se lembra de que o número de telefone do amigo termina em 857. Se eles digitarem ao acaso os restantes quatro algarismos, qual é a probabilidade de acertarem à primeira tentativa? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

- 4.** Na figura está representada, em referencial o. n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide é paralela ao plano xOy
- O ponto A tem coordenadas $(8, 8, 7)$
- O ponto B pertence ao plano yOz
- O ponto C pertence ao eixo Oz
- O ponto D pertence ao plano xOz
- O ponto E é o centro da base da pirâmide
- O vértice V da pirâmide pertence ao plano xOy



4.1. Determine o perímetro de uma face lateral da pirâmide.

4.2. Determine a amplitude do ângulo DVB .
Apresente o resultado em graus, com aproximação à décima de grau.

4.3. Seja α o plano que contém o ponto E e que é paralelo ao plano AVB .
Mostre que o eixo Ox está contido em α .

FIM

COTAÇÕES

Primeira Parte..... 81

Cada resposta certa	+9
Cada resposta errada.....	- 3
Cada questão não respondida ou anulada	0

Nota: um total negativo nesta parte da prova vale 0 (zero) pontos.

Segunda Parte 119

1. 42

1.1. 12

1.2. 16

1.3. 14

2. 19

2.1. 7

2.2. 12

3. 22

3.1. 11

3.2. 11

4. 36

4.1. 12

4.2. 12

4.3. 12

TOTAL200