

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
 Alunos Externos e Autopropostos — alunos que obtiveram aprovação
 no ano de 1999/2000 no programa «antigo» do 12.º ano

Duração da prova: 120 minutos
 2001

1.ª FASE
 2.ª CHAMADA

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

COTAÇÕES

Grupo I81

Cada resposta certa +9
 Cada resposta errada..... - 3
 Cada questão não respondida ou anulada 0

Nota:

Um total negativo neste grupo vale 0 (zero) pontos.

Grupo II119

1. 37
 1.1. 13
 1.2. 12
 1.3. 12

2. 24
 2.1. 12
 2.2. 12

3. 22
 3.1. 10
 3.2. 12

4. 36
 4.1. 12
 4.2. 12
 4.3. 12

TOTAL200

V.S.F.F.

135/C/1

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Grupo I

Deverão ser anuladas todas as questões com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todas as questões em que o examinando dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Versão 1	A	B	A	B	C	C	C	D	D
Versão 2	D	C	D	C	C	B	D	B	A

Na tabela seguinte indicam-se os pontos a atribuir, no primeiro grupo, em função do número de respostas certas e do número de respostas erradas.

Resp. erradas Resp. certas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	9	6	3	0	0	0	0	0	0	
2	18	15	12	9	6	3	0	0		
3	27	24	21	18	15	12	9			
4	36	33	30	27	24	21				
5	45	42	39	36	33					
6	54	51	48	45						
7	63	60	57							
8	72	69								
9	81									

Grupo II

Critérios gerais

A cotação a atribuir a cada alínea deverá ser sempre um número inteiro de pontos.

O professor deverá valorizar o raciocínio do examinando em todas as questões.

Algumas questões da prova podem ser correctamente resolvidas por mais do que um processo. Sempre que um examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nestes critérios, caberá ao professor corrector adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas.

Pode acontecer que um examinando, ao resolver uma questão, não explicitar todos os passos previstos nas distribuições apresentadas nestes critérios. Todos os passos não expressos pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução da questão, devem receber a cotação indicada.

Erros de contas ocasionais, que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade da questão, não devem ser penalizados em mais de dois pontos.

Critérios específicos

1.1.13

$f'(x) = 1 - 2 \operatorname{sen} x$ 2

$1 - 2 \operatorname{sen} x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \vee x = \frac{5\pi}{6}$ 3

Referir que $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ é a ordenada de A 1

Referir que $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ é a ordenada de B 1

$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi + 6\sqrt{3}}{6}$ 3

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{6}\right) &= \\ &= \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{\pi}{6} \text{1} \\ &= \frac{\pi}{6} + 2 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{1} \\ &= \frac{\pi + 6\sqrt{3}}{6} \text{1} \end{aligned}$$

$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{6}$ 3

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5\pi}{6}\right) &= \\ &= \frac{5\pi}{6} + 2 \cos \frac{5\pi}{6} \text{1} \\ &= \frac{5\pi}{6} - 2 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{1} \\ &= \frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{6} \text{1} \end{aligned}$$

1.2.12

$f(2\pi) = 2\pi + 2$ 4

Indicação do contradomínio $\left(\left[\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{6}, 2\pi + 2 \right] \right)$ 8

V.S.F.F.

135/C/3

1.3.	12
$-1 \leq \cos x \leq 1$	4
$-2 \leq 2 \cos x \leq 2$	4
$x - 2 \leq x + 2 \cos x \leq x + 2$	4

2.1.	12
Equacionar o problema ($1,4 = -0,52 + 0,55 \ln(p)$)	4
$\ln(p) \approx 3,49$	2
$p \approx e^{3,49}$	4
$p \approx 33$ (ver nota)	2

Nota:

Se o examinando não apresentar o resultado arredondado às unidades, ou se o arredondamento estiver incorrecto, deverá ser penalizado em 1 ponto.

2.2.	12
$A(2p) = -0,52 + 0,55 \ln(2p)$	2
$A(2p) - A(p) = 0,55 \ln 2$	4
$A(2p) - A(p) \approx 0,38$ (ver nota 1).....	2
Interpretação (ver nota 2)	4

Notas:

- Se o examinando não apresentar o resultado com duas casas decimais, deverá ser penalizado em 1 ponto.
- Apresentam-se a seguir duas interpretações possíveis:
 - «Se o peso de um rapaz é o dobro do peso de outro, a diferença entre as suas alturas é, aproximadamente, 38 cm.»
 - «Se o peso de um rapaz duplica, a sua altura aumenta, aproximadamente, 38 cm.»

3.1.	10
Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:	
1.º Processo	
Escrita da expressão $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	9
Resultado final	1

2.º Processo

$$\text{Número de casos possíveis} = 3^2$$

$$\text{Número de casos favoráveis} = 1$$

$$\text{Probabilidade pedida} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Neste segundo processo, as cotações devem ser atribuídas de acordo com o seguinte critério:

Escrita da fracção $\frac{1}{3^2}$ (ver notas 1, 2, 3 e 4)	9
Resultado final	1

Notas:

1. O examinando pode começar por indicar o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis e só depois escrever a fracção.

No entanto, se não o fizer, isto é, se escrever directamente a fracção, não deverá ser penalizado.

2. Indicam-se a seguir possíveis respostas do examinando, no que respeita à escrita da fracção, com a respectiva cotação a atribuir.

$$\frac{1}{3^2} \text{ (fracção correcta)} \dots\dots\dots 9$$

$$\text{Outras fracções com denominador } 3^2 \dots\dots\dots 3$$

3. Se o examinando indicar o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, mas não escrever a fracção, deverá ser atribuído à sua resposta menos 1 ponto do que nas situações atrás referidas.

4. Se o examinando indicar (correctamente) apenas o número de casos possíveis ou apenas o número de casos favoráveis, deverão ser atribuídos 2 pontos à sua resposta.

V.S.F.F.

135/C/5

Número de casos possíveis = $6!$

Número de casos favoráveis = 2^4

Probabilidade pedida $\approx 2\%$

As cotações devem ser atribuídas de acordo com o seguinte critério:

Escrita da fracção $\frac{2^4}{6!}$ (ver notas 1, 2, 3, 4 e 5)	10
Resultado final (ver nota 6).....	2

Notas:

- O examinando pode começar por indicar o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis e só depois escrever a fracção.
No entanto, se não o fizer, isto é, se escrever directamente a fracção, não deverá ser penalizado.
- Indicam-se a seguir possíveis respostas do examinando, no que respeita à escrita da fracção, com a respectiva cotação a atribuir.

$\frac{2^4}{6!}$ (fracção correcta)..... 10

$\frac{2^3}{6!}$ 6

$\frac{2}{6!}$ 5

Outras fracções com denominador $6!$ 4

- Se o examinando indicar o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, mas não escrever a fracção, deverá ser atribuído à sua resposta menos 1 ponto do que nas situações atrás referidas.
- Se o examinando indicar (correctamente) apenas o número de casos possíveis, deverão ser atribuídos 3 pontos à sua resposta.
- Se o examinando indicar (correctamente) apenas o número de casos favoráveis, deverão ser atribuídos 6 pontos à sua resposta.
- Se o examinando não apresentar o resultado arredondado às unidades, deverá ser penalizado em 1 ponto.

4.1. 12

$D = (4, 0, 4)$ 2
 $E = (2, 2, -2)$ 4
 Conclusão 6

4.2. 12

$B = (0, 4, 4)$ 2
 Escrever $2x - 2(y - 4) + 6(z - 4) = 0$
 ou $x - (y - 4) + 3(z - 4) = 0$ 10

ou

$B = (0, 4, 4)$ 2
 Escrever $2x - 2y + 6z + d = 0$ ou $x - y + 3z + d = 0$ 5
 Substituir x por 0, y por 4 e z por 4 4
 Determinar o valor de d 1

4.3. 12

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:

1.º Processo

Área da base da pirâmide = 16 1

Referir que a parte da pirâmide situada no 5º octante é uma nova pirâmide, semelhante à dada e cuja altura é $1/3$ da altura da primeira4

Concluir que a área da base da nova pirâmide é $1/9$ da área da base da pirâmide inicial6

Área pedida = $\frac{16}{9}$ 1

V.S.F.F.

135/C/7

2.º Processo

- Comprimento de metade da aresta da base da pirâmide = 2..... 1
- Estabelecer a proporção $\frac{6}{2} = \frac{2}{x}$ 7
- Concluir que metade do lado da secção é $2/3$ 2
- Concluir que o lado da secção é $4/3$ 1
- Área pedida = $\frac{16}{9}$ 1

3.º Processo

- Determinar as coordenadas do ponto de intersecção da recta DE
com o plano xOy 4
- Concluir que o lado da secção é $4/3$ (ou que a diagonal é
 $4\sqrt{2}/3$) 7
- Área pedida = $\frac{16}{9}$ 1