

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei nº 286/89, de 29 de Agosto)  
 Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos  
 Cursos das Escolas Secundárias Soares dos Reis e António Arroio

Duração da Prova: 90 min + 30 min de tolerância  
 1997

1ª CHAMADA

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

–

I

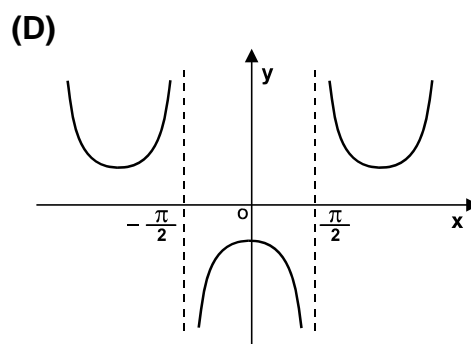
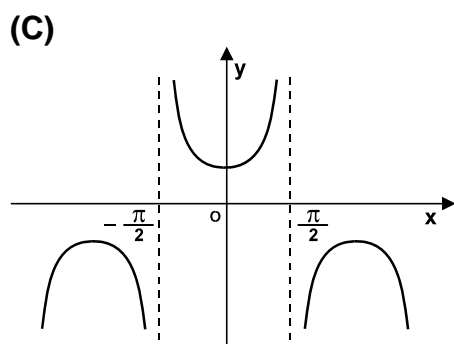
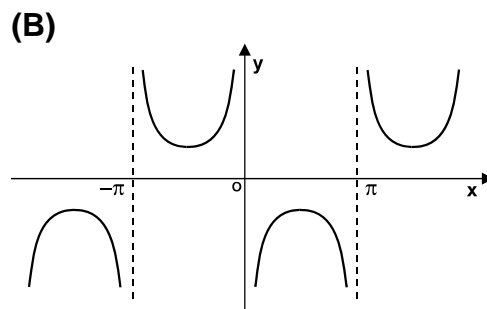
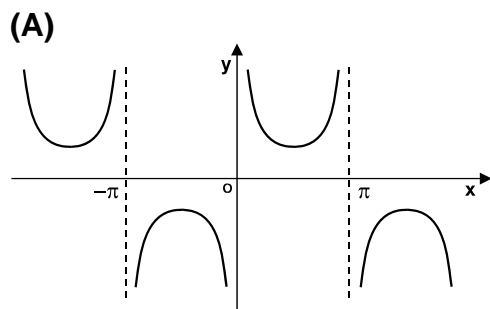
Para cada uma das nove questões deste grupo, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Uma função real de variável real  $f$  é tal que  $f(0) = 1$ .  
 Indique qual das seguintes expressões pode definir a função  $f$  :
 

(A) $\frac{x+2}{x-1}$	(B) $\frac{\ln x}{x+1}$
(C) $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$	(D) $2^{\operatorname{sen} x}$
  
2. Seja  $g$  a função definida em  $\mathbb{R}$  por  $g(x) = x^5 - x + 1$ .  
 O Teorema de Bolzano permite-nos afirmar que a equação  $g(x) = 8$  tem pelo menos uma solução no intervalo
 

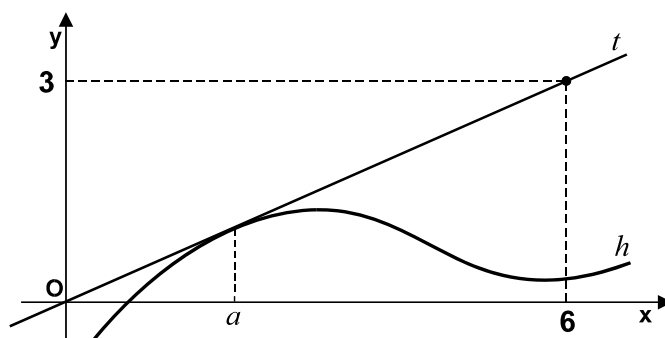
(A) $] -1, 0[$	(B) $] 0, 1[$	(C) $] 1, 2[$	(D) $] 2, 3[$
----------------	---------------	---------------	---------------

3. Indique qual das seguintes figuras pode ser parte da representação gráfica da função definida por  $s(x) = \frac{1}{\text{sen } x}$



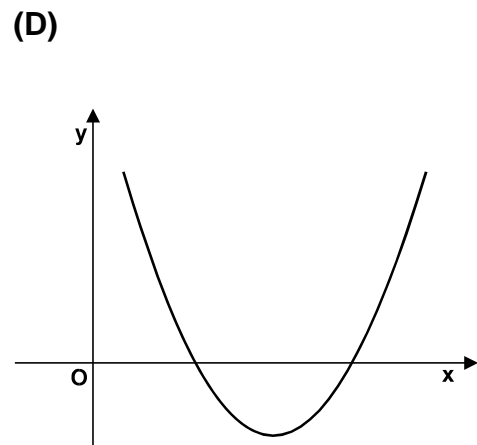
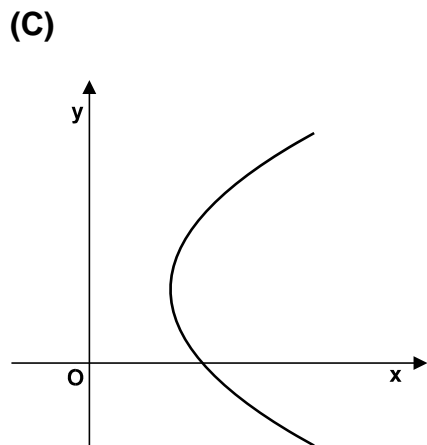
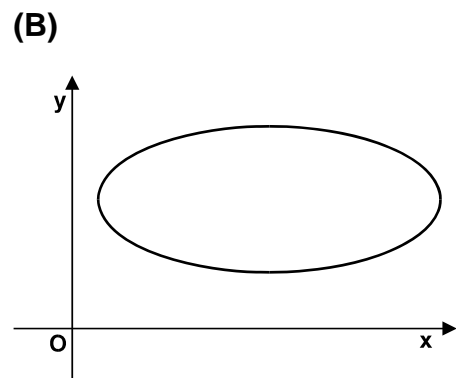
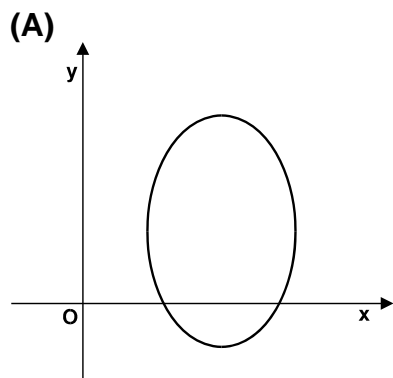
4. Na figura junta está a representação gráfica de uma função  $h$  e de uma recta  $t$ , tangente ao gráfico de  $h$  no ponto de abscissa  $a$ . A recta  $t$  passa pela origem do referencial e pelo ponto de coordenadas  $(6, 3)$ .

O valor de  $h'(a)$  é:



- (A)  $-\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{1}{6}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{1}{2}$

5. Indique qual das figuras seguintes pode representar o lugar geométrico dos pontos equidistantes da recta de equação  $x = 1$  e do ponto de coordenadas  $(5, 3)$ .



6. Num referencial o. n.  $Oxyz$ , o ponto de intersecção da recta  $r : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$  com o plano  $xOz$  tem coordenadas

- (A)  $(-1, 2, 0)$       (B)  $(1, 0, 2)$       (C)  $(1, 0, 6)$       (D)  $(3, 0, 6)$

7. Num referencial o. n.  $Oxyz$ , os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são definidos pelas equações:

$$\alpha : x - y + z + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{e} \quad \beta : 2x + 2y + 2z + 1 = 0$$

Os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são:

- (A) Coincidentes      (B) Estritamente paralelos  
(C) Concorrentes não perpendiculares      (D) Perpendiculares

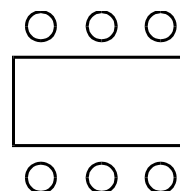
8. Considere todos os números pares com cinco algarismos. Quantos destes números têm quatro algarismos ímpares?
- (A)  $5 \times {}^5C_4$       (B)  $5^5$       (C)  $5!$       (D)  $5 \times {}^5A_4$
9. Lançam-se simultaneamente dois dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6 e multiplicam-se os dois números saídos. A probabilidade do acontecimento "**o produto dos números saídos é 21**" é:
- (A) 0      (B)  $\frac{1}{36}$       (C)  $\frac{1}{18}$       (D)  $\frac{21}{36}$

Nas questões dos grupos II e III, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

## II

1.

Seis amigos entram numa pastelaria para tomar café e sentam-se ao acaso numa mesa rectangular com três lugares de cada lado, como esquematizado na figura junta. Determine a probabilidade de dois desses amigos, a Joana e o Rui, ficarem sentados em frente um do outro.



2. Na pastelaria acima referida a temperatura ambiente é constante. A temperatura, em graus centígrados, de um café servido nessa pastelaria,  $t$  minutos após ter sido colocado na chávena, é dada por

$$f(t) = 20 + 50 e^{-0,04 t} \quad (t \geq 0)$$

- a) Determine a temperatura do café no instante em que é colocado na chávena.
- b) Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas, à monotonia e ao sentido das concavidades. Esboce o gráfico de  $f$ .
- c) Com o decorrer do tempo, a temperatura do café tende a igualar a temperatura ambiente. Indique, justificando, a temperatura ambiente.
- d) Justifique a seguinte afirmação: **a taxa de variação média da função  $f$ , em qualquer intervalo do seu domínio, é negativa.**
- e) Quanto tempo decorre entre o instante em que o café é colocado na chávena e o instante em que a sua temperatura atinge 65 graus centígrados? Apresente o resultado em minutos e segundos.  
(Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve no mínimo três casas decimais.)

### III

Considere, num referencial o. n.  $Oxyz$ , um cilindro de revolução como o representado na figura junta.

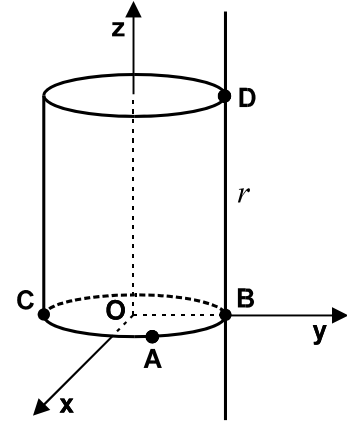
A base inferior do cilindro tem centro na origem  $O$  do referencial e está contida no plano  $xOy$ .

$[BC]$  é um diâmetro da base inferior, contido no eixo  $Oy$ . O ponto  $C$  tem coordenadas  $(0, -5, 0)$ .

O ponto  $A$  pertence à circunferência que limita a base inferior do cilindro e tem coordenadas  $(4, 3, 0)$ .

A recta  $r$  passa no ponto  $B$  e é paralela ao eixo  $Oz$ .

O ponto  $D$  pertence à recta  $r$  e à circunferência que limita a base superior do cilindro.



- a) Justifique que a recta  $AC$  é perpendicular à recta  $AB$ .
- b) Escreva uma equação vectorial da recta  $r$ .
- c) Justifique que  $\vec{AC}$  é um vector perpendicular ao plano  $ABD$ .  
Determine uma equação deste plano.
- d) Designando por  $\alpha$  a amplitude do ângulo  $BOD$ , mostre que o volume do cilindro é dado por  $V(\alpha) = 125\pi \operatorname{tg} \alpha$ , com  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}[$ .  
Determine  $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} V(\alpha)$  e interprete o resultado obtido.

$$\text{Volume do Cilindro} = \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

**FIM**

## COTAÇÕES

GRUPO I.....81

Cada questão certa ..... +9  
Cada questão errada..... - 3  
Cada questão não respondida ou anulada ..... 0

GRUPO II .....73

1 ..... 20

2 ..... 53

a) .....5

b).....20

c).....7

d).....7

e).....14

GRUPO III .....46

a) .....6

b).....8

c).....14

d).....18

TOTAL ..... 200