Caderno 1

1.

1.1. Calculando as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AV}$, e a sua norma:

$$\overrightarrow{AV} = V - A = (3, -1,2) - (2,1,0) = (1, -2,2)$$

$$\left\|\overrightarrow{AV}\right\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

Calculando as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AC}$, e a sua norma:

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (0, -1,2) - (2,1,0) = (-2, -2,2)$$

$$\left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4+4+4} = \sqrt{12}$$

Recorrendo à fórmula do produto escalar vem:

$$\cos\left(\overrightarrow{AV}\hat{\ }\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\overrightarrow{AV} \,.\, \overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AV}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\|} = \frac{(1, -2,2).(-2, -2,2)}{3\sqrt{12}} = \frac{-2+4+4}{3\sqrt{12}} = \frac{6}{3\sqrt{12}} = \frac{2}{\sqrt{12}}$$

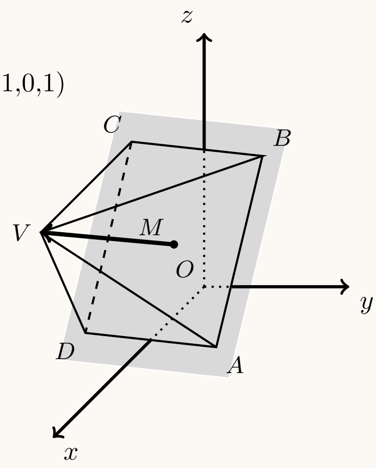
Logo, a amplitude do ângulo VAC, em graus, arredondado às unidades, é

$$V\hat{A}C = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{12}}\right) \approx 55°$$

1.2. Como a pirâmide é quadrangular regular, considerando M o ponto centro da base, ou seja o ponto médio do segmento $[AC]$, temos que o vetor $\overrightarrow{MV}$ é perpendicular ao plano que contém a base, ou seja, é um vetor normal do plano que contém a base da pirâmide.

Determinando as coordenadas do ponto M, temos:

$$\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2} + \frac{z_A + z_C}{2}\right) = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+(-1)}{2} + \frac{0+2}{2}\right) = (1{,}0{,}1)$$



Calculando as coordenadas do vetor $\overrightarrow{MV}$, temos:

$$\overrightarrow{MV} = V - M = (3, -1{,}2) - (1{,}0{,}1) = (2, -1{,}1)$$

Desta forma, a equação do plano é da forma:

$$2x - y + z + d = 0$$

E como o ponto A pertence ao plano, podemos determinar o valor do parâmetro d, substituindo as coordenadas, na equação anterior:

$$2(2) - 1 + 0 + d = 0 \Leftrightarrow 4 - 1 + d = 0 \Leftrightarrow 3 + d = 0 \Leftrightarrow d = -3$$

E assim, a equação do plano é:

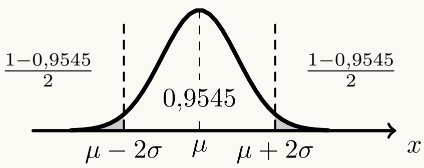
$$2x - y + z - 3 = 0$$

2.

2.1. Como $\mu = 5$ e $sigma = \frac{1}{2}$, então $P(X > 6) = P(X > 5 + 2 \times \frac{1}{2}) = P(X > \mu + 2\sigma)$

Assim, temos que $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$ e como $P(X < \mu - 2\sigma) = P(X > \mu + 2\sigma)$, temos que:

$$P(X > 6) = P(X > \mu + 2\sigma) \approx \frac{1 - 0{,}9545}{2} \approx 0{,}023$$



Resposta: **Opção C**

2.2. Calculando o valor do limite, vem que:

$$\lim \left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n} = \lim \left(\frac{n}{n} + \frac{-2}{n}\right)^{3n} = \left(\lim \left(1 + \frac{-2}{n}\right)^{n}\right)^{3} = \left(e^{-2}\right)^{3} = e^{-2\times 3} = e^{-6} = \frac{1}{e^6}$$

Resposta: **Opção C**

3.

3.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma bola da caixa, e os acontecimentos:

- A: A bola ser amarela
- L: A bola ter o logotipo desenhado

Designando por n o número de bolas que a caixa contém, de acordo com o enunciado, temos que:

- $P(A) = \frac{10}{n}$
- $P(L|A) = \frac{3}{10}$
- $P\left(\overline{A} \cup \overline{L}\right) = \frac{15}{16}$

Desta forma, usando as leis de DeMorgan, e a probabilidade do acontecimento contrário, temos que:

$$P\left(\overline{A} \cup \overline{L}\right) = P\left(\overline{A \cap L}\right) = 1 - P(A \cap L)$$

E assim, vem que:

$$P\left(\overline{A} \cup \overline{L}\right) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow 1 - P(A \cap L) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow 1 - \frac{15}{16} = P(A \cap L) \Leftrightarrow \frac{1}{16} = P(A \cap L)$$

Logo, recorrendo à definição de probabilidade condicionada, podemos determinar o valor de n, ou seja, o número de bolas que a caixa contém:

$$P(L|A) = \frac{P(L \cap A)}{P(A)} \Leftrightarrow \frac{3}{10} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{10}{n}} \Leftrightarrow \frac{3 \times 10}{10 \times n} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{3}{n} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow 16 \times 3 = n \Leftrightarrow 48 = n$$

3.2. Como existem 10 posições na fila e pretendemos observar as posições em ficam as 3 bolas com logotipo serão colocadas, podemos considerar apenas as 3 posições que serão ocupadas pelas bolas com logotipo, de entre as 10 posições, considerando as restantes posições irrelevantes porque serão ocupadas por bolas indistinguíveis. Assim, o número de conjuntos de 3 posições que é possível escolher, ou seja, o número de casos possíveis, é ${}^{10}C_3$

De entre estes ${}^{10}C_3$ conjuntos de posições, os que correspondem a três posições adjacentes, são 8 (considerando o bloco de três bolas como único, só existem 8 posições - as setes posições de bolas sem logotipo e a posição ocupada pelo bloco de bolas com logotipo), pelo que a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas, é:

$$p = \frac{8}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{15}$$

Resposta: **Opção B**

4. Para que os números sejam ímpares e maiores do que seis milhões, têm que, cumulativamente, ter o primeiro algarismo maior ou igual a 6 e o último algarismo ímpar.

   Como só existe um algarismo 7, os números ímpares que se podem formar maiores que sete milhões, devem terminar em 5, pelo que usando o 7 para o algarismo dos milhões e um dos 5 para o algarismo das unidades, restam escolher a posição do outro algarismo 5, de entre as 5 posições disponíveis, sendo que as restantes posições serão ocupadas por algarismos 6. Assim, nestas condições o número de números ímpares que se podem formar maiores que sete milhões é: ${}^5C_1 = 5$

   Caso o algarismo dos milhões seja um 6, podemos considerar a hipótese do algarismo das unidades ser o 7, e neste caso, a contagem do número de hipóteses corresponde a escolher 2 das 5 posições restantes onde devem figurar os algarismos 5, ou seja, ${}^5C_2 = 10$

   Ainda no caso do algarismo dos milhões ser um 6, devemos considerar a hipótese do algarismo das unidades ser 5, e nesse caso será necessário escolher uma posição para o 5 restante, de entre as 5 posições restantes e outra para o 7, de entre as 4 restantes, ou seja, ${}^5C_1 \times {}^4C_1 = 20$

   Assim, o número de números ímpares e maiores do que seis milhões, de acordo com as restrições do enunciado, é:
$${}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_1 \times {}^4C_1 = 5 + 10 + 20 = 35$$

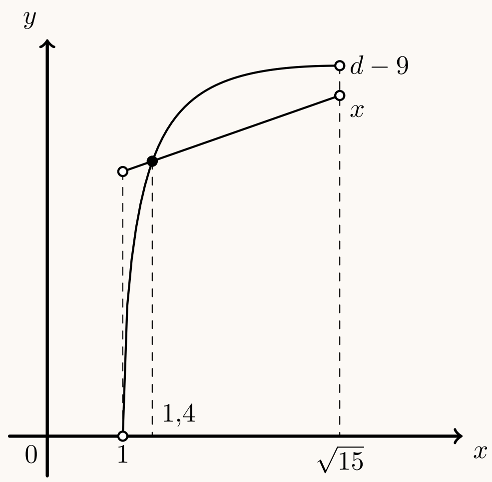
5. Como a lente de contacto foi obtida a partir de superfícies esféricas com 7 mm e 8 mm de raio, e $r_2 > r_1$, temos que $r_2 = 8$ e $r_1 = 7$.

   Assim, temos que:
$$\frac{\sqrt{[(7+8)^2 - x^2]\,[x^2 - (7-8)^2]}}{x}\ \text{, com } 8-7 < x < \sqrt{8^2 - 7^2}$$

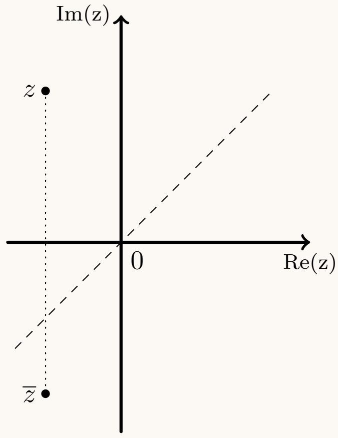
   Ou seja:
$$\frac{\sqrt{(225 - x^2)(x^2 - 1)}}{x}\ \text{, com } 1 < x < \sqrt{15}$$

   Como o diâmetro da lente d excede em 9 mm a distância entre os centros das duas superfícies esféricas, ou seja, x, temos que:
$$d = x + 9 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(225 - x^2)(x^2 - 1)}}{x} = x + 9$$

   Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função d e a reta $y = x + 9$, para os valores de x indicados, $1 < x < \sqrt{15}$, (reproduzidos na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos um valor aproximado (às décimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, a solução da equação:
$$x \approx 1{,}4$$



6. Como $z = -1 + 2i$, temos que $\overline{z} = -1 - 2i$



Como $\text{Re}\,(z) < 0$ e $\text{Im}\,(z) < 0$, temos que θ é um ângulo do 3º quadrante, ou seja, $\theta \in \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$, pelo que $\theta < \frac{3\pi}{2}$

Por outro lado, como $\text{tg}\,\theta = \frac{-2}{-1} = 2$, ou seja, $\text{tg}\,\theta > 1$, temos que $\theta > \frac{5\pi}{4}$

Assim, vem que:

$$\theta \in \left]\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right[$$

Resposta: **Opção D**

7. Designado por a o maior dos dois termos considerados da progressão geométrica, e por b 0 menor, como a razão é r, temos que:

$$\frac{a}{b} = r \Leftrightarrow a = b \times r$$

Como a soma dos termos é 12, temos que: $a + b = 12 \Leftrightarrow b \times r + b = 12 \Leftrightarrow b \times r = 12 - b$

Como a diferença dos termos é 3, temos que: $a - b = 3 \Leftrightarrow b \times r - b = 3 \Leftrightarrow b \times r = 3 + b$

Assim, por transitividade das duas igualdades anteriores, temos que:

$$12 - b = 3 + b \Leftrightarrow 12 - 3 = b + b \Leftrightarrow 9 = 2b \Leftrightarrow \frac{9}{2} = b$$

Substituindo o valor de b na igualdade $b \times r - b = 3$, e resolvendo a equação, obtemos o valor de r:

$$\frac{9}{2} \times r = 3 + \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{9}{2} \times r = \frac{6}{2} + \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{9}{2} \times r = \frac{15}{2} \Leftrightarrow r = \frac{15 \times 2}{2 \times 9} \Leftrightarrow r = \frac{5}{3}$$

8. Usando as propriedades dos logaritmos, temos que:

$$\ln(a^2 - b^2) - 2\ln(a + b) = \ln(a^2 - b^2) - \ln(a + b)^2 = \ln \frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2} = \ln \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)(a + b)} = \ln \frac{a - b}{a + b}$$

Como $a + b = 2(a - b)$, obtendo o valor da aproximação com a calculadora, temos que:

$$\ln \frac{a - b}{a + b} = \ln \frac{a - b}{2(a - b)} = \ln \frac{1}{2} \approx -0{,}7$$

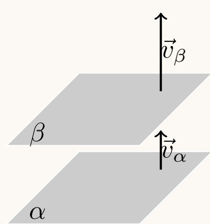
Resposta: **Opção C**

Caderno 2

9.

9.1. Observando as equações dos planos α e β, podemos verificar que os respetivos vetores normais ($\overrightarrow{v}_\alpha = (1{,}1{,}1{,}1)$ e $\overrightarrow{v}_\beta = (2{,}2{,}2)$) são colineares, porque: $\overrightarrow{v}_\beta = 2\overrightarrow{v}_\alpha$
Desta forma, como as duas equações não são equivalentes, podemos concluir que os planos α e β são estritamente paralelos.

Logo, não existem pontos em comum entre estes dois planos, pelo que também não existem pontos em comum aos três planos, ou seja, a intersecção dos planos α, β e γ é o conjunto vazio.



Resposta: **Opção A**

9.2. Como a área do círculo é 9π, podemos calcular a medida do raio (r), recorrendo à fórmula da área:

$$A_\circ = \pi r^2 \Leftrightarrow \pi r^2 = 9\pi \Leftrightarrow r^2 = \frac{9\pi}{\pi} \underset{r \geq 0}{\Rightarrow} r = \sqrt{9} \Rightarrow r = 3$$

Assim, relativamente à elipse, podemos verificar que o semieixo menor (vertical) tem comprimento 3 $(b = 3)$, tal como a semidistância focal$(c = 3)$.

Calculando o comprimento de a, semieixo maior (horizontal), vem que:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 9 + 9 \Leftrightarrow a^2 = 18 \underset{a \geq 0}{\Rightarrow} a = \sqrt{18}$$

Logo, a equação da elipse é:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\sqrt{18}^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Resposta: **Opção A**

10. Simplificando a expressão de w, como $i^6 = i^{4+2} = i^4 \times i^2 = 1 \times (-1) = -1$, e $\overline{z_1} = 3 - 4i$ temos que:

$$w = \frac{3 + 4i + (-1) + 2(3 - 4i)}{3 + 4i - (4 + 6i)} = \frac{3 + 4i - 1 + 6 - 8i}{3 + 4i - 4 - 6i} = \frac{8 - 4i}{-1 - 2i} = \frac{(8 - 4i)(-1 + 2i)}{(-1 - 2i)(-1 + 2i)} =$$

$$= \frac{-8 + 16i + 4i - 8i^2}{(-1)^2 - (2i)^2} = \frac{-8 + 20i - 8(-1)}{1 - 4i^2} = \frac{-8 + 20i + 8}{1 - 4(-1)} = \frac{20i}{1 + 4} = \frac{20i}{5} = 4i$$

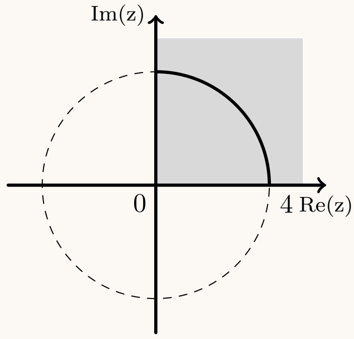
Assim, temos que:

$$|w| = \sqrt{0^2 + 4^2} = 4$$

E a condição $|z| = |w| \Leftrightarrow |z| = 4$ define uma circunferência de centro na origem e raio 4, pelo que a condição $|z| = |w| \wedge \text{Im}\, z \geq 0 \wedge \text{Re}\, z \geq 0$ corresponde a um quarto da circunferência anterior.

Desta forma o comprimento da linha definido pela condição é um quarto do perímetro da circunferência:

$$\frac{P_\circ}{4} = \frac{2\pi r}{4} = \frac{2\pi \times 4}{4} = 2\pi$$



11. Simplificando a equação, temos:

$$2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

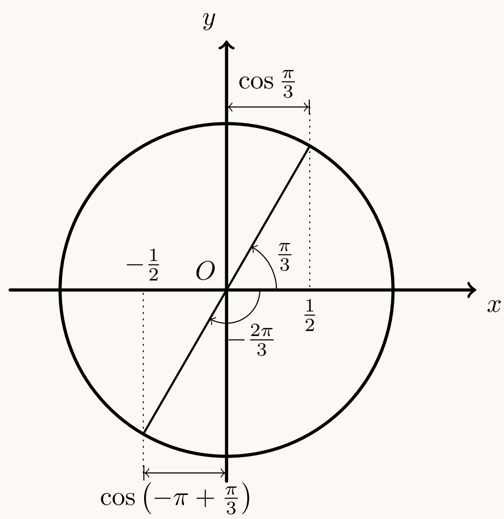
Como $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, podemos observar no círculo trigonométrico que:

$$\cos\left(-\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

Pelo que a solução da equação no intervalo $[-\pi, 0]$ é:

$$x = -\frac{2\pi}{3}$$

Resposta: **Opção B**



12.

12.1. Organizando todas as somas possíveis numa tabela, temos:

	-1	1	1	1	1	1
-1	-2	0	0	0	0	0
1	0	2	2	2	2	2
1	0	2	2	2	2	2
1	0	2	2	2	2	2
1	0	2	2	2	2	2
1	0	2	2	2	2	2

Logo, pela observação da tabela, podemos observar os valores possíveis para a soma e as respetivas probabilidades:

- $P(X = -2) = \frac{1}{36}$
- $P(X = 0) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$
- $P(X = 2) = \frac{25}{36}$

Assim, temos que $P(X = k) = \frac{5}{18}$, para $k = 0$

Resposta: **Opção A**

12.2. Para um oscilador harmónico escrito na forma $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, ω é a pulsação, e o período é dado por $\frac{2\pi}{\omega}$

Assim, no caso deste oscilador harmónico, temos que $\omega = \pi$, pelo que o período é: $\frac{2\pi}{\pi} = 2$

Resposta: **Opção A**

13.

13.1. Para calcular o declive da reta tangente, no ponto de abcissa 1 começamos por determinar a expressão da derivada da função, para $x > 0$:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x - \ln x}\right)' = \frac{(x)'(x - \ln x) - x(x - \ln x)'}{(x - \ln x)^2} = \frac{1 \times (x - \ln x) - x\left(1 - \frac{1}{x}\right)}{(x - \ln x)^2} =$$

$$= \frac{x - \ln x - x + \frac{x}{x}}{(x - \ln x)^2} \underset{x>0}{=} \frac{1 - \ln x}{(x - \ln x)^2}$$

Assim, temos que o declive da reta tangente no ponto de abcissa 4 é:

$$m = f'(1) = \frac{1 - \ln 1}{(1 - \ln 1)^2} = \frac{1 - 0}{(1 - 0)^2} = 1$$

Logo a equação da reta tangente é da forma $y = 1 \times x + b \Leftrightarrow y = x + b$

Como $f(1) = f'(1) = \frac{1}{1 - \ln 1} = \frac{1}{1 - 0} = 1$, sabemos que o ponto $P(1,1)$ pertence ao gráfico da função e também à reta tangente.
Assim, substituindo as coordenadas do ponto de tangência na equação da reta, podemos calcular o valor de b:

$$1 = 1 + b \Leftrightarrow 1 - 1 = b \Leftrightarrow 0 = b$$

Pelo que a equação da reta tangente é:

$$y = x - 0 \Leftrightarrow y = x$$

13.2. Para mostrar que a função f é contínua em $x = 0$, temos que verificar que $f(0) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$:

- $f(0) = 0$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left(\frac{x}{x - \ln x}\right) = \frac{0^+}{0^+ - \ln 0^+} = \frac{0^+}{0^+ - (-\infty)} = \frac{0^+}{+\infty} = 0$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left(\frac{1 - \cos x}{x}\right) = \frac{1 - \cos(0^-)}{0^-} = \frac{0}{0}$ (Indeterminação)

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1 - \cos x}{x} = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{1 - \cos x}{x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}\right) = \lim_{x\to 0^-} \frac{1^2 - \cos^2 x}{x(1 + \cos x)} = \lim_{x\to 0^-} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x(1 + \cos x)} =$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{\operatorname{sen} x \times \operatorname{sen} x}{x \times (1 + \cos x)}\right) = \underbrace{\lim_{x\to 0^-} \frac{\operatorname{sen} x}{x}}_{\text{Lim. Notável}} \times \lim_{x\to 0^-} \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} = 1 \times \frac{\operatorname{sen} 0^+}{1 + \cos 0^+} = 1 \times \frac{0}{1 + 1} = 1 \times 0 = 0$$

Assim, temos que, como $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$, a função f é contínua em $x = 0$

14.

14.1. Começamos por determinar a expressão da derivada da função g, em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$:

$$g'(x) = \left(\frac{e^{-x}}{x}\right)' = \frac{\left((-x)'e^{-x}\right)x - e^{-x}\times(x)'}{x^2} = \frac{-1\times e^{-x}\times x - e^{-x}\times 1}{x^2} = \frac{-xe^{-x}-e^{-x}}{x^2}$$

Calculando os zeros da derivada da função g, em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$:

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{-xe^{-x}-e^{-x}}{x^2}=0 \Leftrightarrow \frac{e^{-x}(-x-1)}{x^2}=0 \Leftrightarrow e^{-x}(-x-1)=0 \wedge \underbrace{x^2\neq 0}_{\text{P.V, pq } x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{e^{-x}=0}_{\text{Impossível}} \vee -x-1=0 \Leftrightarrow -1=x$$

Estudando a variação do sinal da derivada e relacionando com a monotonia da função, vem:

x	$-\infty$	-1		0	$+\infty$
e^{-x}	$+$	$+$	$+$	n.d.	$+$
$(-x-1)$	$+$	0	$-$	n.d.	$-$
$e^{-x}(-x-1)$	$+$	0	$-$	n.d.	$-$
x^2	$+$	$+$	$+$	n.d.	$+$
g'	$+$	0	$-$	n.d.	$-$
g	$\nearrow$	Máx	$\searrow$	n.d.	$\searrow$

Assim, podemos concluir que a função g:

- é decrescente no intervalo $]-1{,}0[$ e também no intervalo $]0,+\infty[$;
- é crescente no intervalo $]-\infty,-1]$;
- tem um máximo relativo que é $f(-1) = \dfrac{e^{-(-1)}}{-1} = \dfrac{e^1}{-1} = -e$

14.2. Como a função h tem domínio $\mathbb{R}^+$, o e o respetivo gráfico tem uma assíntota oblíqua, o seu declive m, é o valor de $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

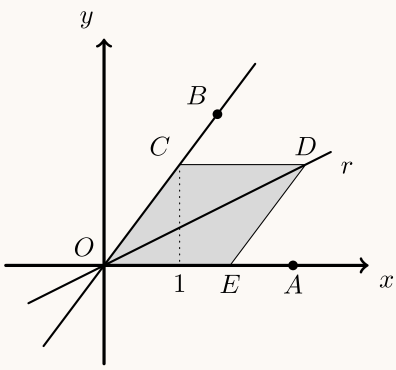
Assim, calculando o valor do declive, temos:

$$m = \lim_{x\to+\infty}\frac{h(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)+2x-\frac{1}{\sqrt{x}}}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{e^{-x}}{x}+2x-\frac{1}{\sqrt{x}}}{x} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\frac{e^{-x}}{x}}{x}+\frac{2x}{x}-\frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{x}\right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{e^{-x}}{x^2}+2-\frac{1}{x\sqrt{x}}\right) = \frac{e^{-(+\infty)}}{+\infty}+2-\frac{1}{+\infty\times+\infty} = \frac{0^+}{+\infty}+2-\frac{1}{+\infty} = 0+2-0=2$$

Resposta: **Opção B**

15. Identificando que a diagonal de um losango bisseta os ângulos relativos aos vértices que definem essa diagonal, podemos considerar que a reta r contém a diagonal de um losango $[OCDE]$, em que C é um ponto da reta OB e E é um ponto sobre o eixo das abcissas (como na figura ao lado).



Assim, assumindo, sem perda de generalidade que a abcissa do ponto C é 1, calculamos a ordenada:

$$y_C = \frac{4}{3} \times 1 = \frac{4}{3}$$

Desta forma, como as coordenadas do ponto C são $\left(1,\frac{4}{3}\right)$, o lado do losango é:

$$\overline{OC} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{9}{9} + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

Assim, como $[OCDE]$ é um losango, $\overline{OC} = \overline{CD}$, pelo que a ordenada do ponto D é $y_D = \frac{4}{3}$ e a abcissa é $x_D = 1 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$

Logo, o declive da reta OD, ou seja, a reta r, é:

$$m_r = \frac{y_D - y_O}{x_D - x_O} = \frac{\frac{4}{3} - 0}{\frac{8}{3} - 0} = \frac{3 \times 4}{3 \times 8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Pelo que, como a reta r contém a origem, a respetiva ordenada na origem é nula, e assim a sua equação reduzida é:

$$y = \frac{1}{2}x$$