Exame final nacional de Matemática A **(2024, 1.ª fase)**

Proposta de resolução

1. Como o contradomínio da função f é $[-1,3]$, temos que, para qualquer valor de x, $-1 \leq f(x) \leq 3$.
Assim, vem que $-1 \leq f(x-2) \leq 3$, e ainda que:

$$-1+1 \leq f(x-2)+1 \leq 3+1 \Leftrightarrow 0 \leq f(x-2)+1 \leq 4$$

Ou seja, o contradomínio da função g, é $[0,4]$.

Resposta: **Opção C**

2.

2.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar ao acaso, um dos candidatos que participaram no primeiro dia das audições, e os acontecimentos:
V:≪O candidato é violinista≫
N:≪O candidato é português≫

Temos que $P\left(V\right) = \frac{3}{5}$, $P\left(N\right) = P\left(\overline{N}\right) = \frac{1}{2}$ e $P(\overline{V} \cap \overline{N}) = \frac{3}{10} \times P\left(\overline{N}\right) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(\overline{V}\right) = 1 - P(V) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
- $P\left(N \cap \overline{V}\right) = P\left(\overline{V}\right) - P(\overline{V} \cap \overline{N}) = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{1}{4}$
- $P\left(N \cap V\right) = P(N) - P\left(N \cap \overline{V}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

	V	$\overline{V}$	
N	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\overline{N}$		$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

Logo, a probabilidade do candidato ser português, sabendo-se que é violinista, na forma de fração irredutível, é:

$$P\left(N|V\right) = \frac{P\left(N \cap V\right)}{P\left(V\right)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{12}$$

2.2. Como cada fila tem 4 lugares e pretendemos que os 3 contrabaixistas fiquem na mesma fila, o número de formas diferentes de distribuir os três músicos pelos lugares de uma fila é ${}^4A_3$; e como existem 2 filas, o número de formas diferentes de os sentar na mesma fila é $2 \times {}^4A_3$.

E por cada uma das formas anteriores de sentar os contrabaixistas, nos restantes 5 lugares devem sentar-se os restantes 5 músicos, pelo que o número de disposições dos 5 músicos nos 5 lugares é ${}^5A_5 = P_5 = 5!$

Assim, o número de maneiras diferentes de dispor os oito músicos nas condições pretendidas, é:

$$2 \times {}^4A_3 \times 5!$$

Resposta: **Opção B**

2.3. Temos que:

- como a Constança praticou sempre mais 10 minutos, que no dia anterior, à exceção do primeiro dia, então o número de minutos de prática em cada dia, é uma progressão aritmética de razão 10. Assim, designando por c_1 o número de minutos que a Constança praticou no primeiro dia, o número de minutos praticados no dia n, é dado por

$$c_n = c_1 + (n-1) \times 10$$

- como a Constança praticou 60 minutos no quarto dia, vem que:

$$c_4 = 60 \Leftrightarrow c_1 + (4-1) \times 10 = 60 \Leftrightarrow c_1 + 30 = 60 \Leftrightarrow c_1 = 60 - 30 \Leftrightarrow c_1 = 30$$

- como no total dos m dias a Constança praticou 2970 minutos, este valor corresponde à soma de m termos de uma progressão aritmética, ou seja:

$$S_m = \frac{c_1 + c_m}{2} \times m$$

Assim, substituindo o valor de S_m e de c_1 e uma expressão de c_m na expressão anterior, calculamos o valor de m:

$$2970 = \frac{30 + c_1 + (m-1) \times 10}{2} \times m \Leftrightarrow 5940 = (30 + 30 + 10m - 10)m \Leftrightarrow 5940 = (50 + 10m)m \Leftrightarrow$$

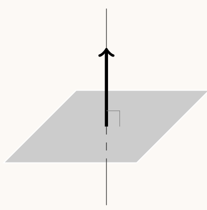
$$\Leftrightarrow 5940 = 50m + 10m^2 \Leftrightarrow 10m^2 + 50m - 5940 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m - 594 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(-594)}}{2} \Leftrightarrow m = -27 \vee m = 22$$

Como $m \in \mathbb{N}$, vem que $m = 22$.

3.

3.1. Como a reta BC pertence ao plano que contém uma das bases do prisma, é perpendicular aos planos que contêm as faces laterais do prisma, em particular ao plano ABF. Assim, o vetor diretor da reta BC também é um vetor normal do plano ABF .



Assim, a equação do plano ABF é da forma:

$$2x + 3y + 6z + d = 0$$

E como o ponto A pertence ao plano, podemos determinar o valor do parâmetro d, substituindo as coordenadas, na equação anterior:

$$2(4)) + 3(-4) + 6(-3) + d = 0 \Leftrightarrow 8 - 12 - 18 + d = 0 \Leftrightarrow -22 + d = 0 \Leftrightarrow d = 22$$

E assim, a equação do plano ABF, é $2x + 3y + 6z + 22 = 0$.

Resposta: **Opção A**

3.2. Como o ponto B pertence à reta BC, então as suas coordenadas são da forma:

$$B(3+2k,5+3k,1+6k), k \in \mathbb{R}$$

Por outro lado, como sabemos que que a sua ordenada é o dobro da abcissa, x_B, temos que as coordenadas do ponto B também são da forma:

$$B(x_B,2x_B,z_B)$$

Assim, temos que:

$$\begin{cases} 3+2k=x_B \\ 5+3k=2x_B \\ 1+6k=z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2k=x_B \\ 5+3k=2(3+2k) \\ 1+6k=z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2k=x_B \\ 5+3k=6+4k \\ 1+6k=z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2k=x_B \\ 5-6=4k-3k \\ 1+6k=z_B \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3+2(-1)=x_B \\ -1=k \\ 1+6(-1)=z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2=x_B \\ -1=k \\ 1-6=z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=x_B \\ -1=k \\ -5=z_B \end{cases}$$

Ou seja, as coordenadas do ponto B são $(1,2,-5)$.

Assim temos que, como O é a origem do referencial $\overrightarrow{OA}(4,-4,-3)$ e $\overrightarrow{OB}(1,2,-5)$, pelo que:

- $\left\|\overrightarrow{OA}\right\| = \sqrt{4^2+(-4)^2+(-3)^2} = \sqrt{16+16+9} = \sqrt{41}$
- $\left\|\overrightarrow{OB}\right\| = \sqrt{1^2+2^2+(-5)^2} = \sqrt{1+4+25} = \sqrt{30}$

Logo, recorrendo à fórmula do produto escalar vem:

$$\cos\left(\overrightarrow{OA}\hat{\ }\overrightarrow{OB}\right) = \frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left\|\overrightarrow{OA}\right\| \times \left\|\overrightarrow{OB}\right\|} = \frac{(4,-4,-3)\cdot(1,2.-5)}{\sqrt{41}\times\sqrt{30}} = \frac{4-8+15}{\sqrt{41}\times\sqrt{30}} = \frac{11}{\sqrt{41}\times\sqrt{30}}$$

Logo, a amplitude do ângulo convexo AOB, em graus, arredondado às unidades, é:

$$A\hat{O}B = \cos^{-1}\left(\frac{11}{\sqrt{41}\times\sqrt{30}}\right) \approx 72^\circ$$

3.3. Definido o acontecimento F como:
F: «os quatro vértices selecionados pertencerem a uma mesma face lateral do prisma»
Pretende-se calcular $P(\overline{F}) = 1 - P(F)$, ou seja, a probabilidade do acontecimento contrário de F.

O número de escolhas diferentes de 2 vértices de uma das bases do prisma é ${}^4C_2$, porque cada base tem 4 vértices e a ordenação não é relevante no contexto do problema. E por cada escolha numa das bases existem também ${}^4C_2$ na outra base, pelo que o número de escolhas possíveis dos 4 vértices é ${}^4C_2 \times {}^4C_2$.

Como existem 4 faces laterais e cada uma tem 4 vértices, os vértices escolhidos pertencem à mesma face, apenas em 4 casos que correspondem aos vértices de cada face, pelo que o número de casos favoráveis, para o acontecimento F, é 4.

Assim, temos que, a probabilidade de os quatro vértices selecionados não pertencerem a uma mesma face lateral do prisma, na forma de fração irredutível, é

$$P(\overline{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{4}{{}^4C_2 \times {}^4C_2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

4. Considerando $y = \ln x$, temos que:

$$\ln^2 x - \ln x - 2 < 0 \Leftrightarrow y^2 - y - 2 < 0$$

Determinado os zeros da equação $y^2 - y - 2 = 0$, temos:

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-2)}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow y = 2 \vee y = -1$$

Observando que:

- $y = 2 \Leftrightarrow \ln x = 2 \Leftrightarrow x = e^2$
- $y = -1 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1} \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$

Pelo que, fatorizando a expressão polinomial, temos que:

$$\ln^2 x - \ln x - 2 < 0 \Leftrightarrow y^2 - y - 2 < 0 \Leftrightarrow (y-2)(y+1) < 0 \Leftrightarrow (x - e^2)\left(x - \frac{1}{e}\right) < 0$$

Estudando o sinal da função, observando que o domínio de validade da inequação é $\mathbb{R}^+$, porque a função logarítmica só está definida para reais positivos, temos:

x	0		$\frac{1}{e}$		e^2	$+\infty$
$x - e^2$	n.d.	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x - \frac{1}{e}$	n.d.	$-$	0	$+$	$+$	$+$
P	n.d.	$+$	0	$-$	0	$+$

Assim, o conjunto dos números reais que verificam a condição indicada, é: $\left]\frac{1}{e}, e^2\right[$.

5.

5.1. Começamos por determinar a expressão da derivada da função g, em $]1,+\infty[$:

$$g'(x) = \left(x^2-3x-2\ln x\right)' = \left(x^2\right)'-(3x)'-(2\ln x)' = 2x-3-2\,(\ln x)' = 2x-3-2\left(\frac{1}{x}\right) = 2x-3-\frac{2}{x}$$

Calculando os zeros da derivada da função g, em $]1,+\infty[$:

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-3-\frac{2}{x}=0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-3x-2}{x}=0 \Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0 \wedge \underbrace{x\neq 0}_{\text{P.V.}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-4(2)(-2)}}{2\times 2} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-\frac{1}{2}$$

Como no intervalo $]1,+\infty[$ a equação $g'(x)=0$ só tem um zero, estudando a variação do sinal da derivada e relacionando com a monotonia da função, vem:

x	1		2	$+\infty$
$2x^2-3x-2$	n.d.	$-$	0	$+$
x	n.d.	$+$	$+$	$+$
g'	n.d.	$-$	0	$+$
g	n.d.	$\searrow$	min	$\nearrow$

Assim, podemos concluir que a função g:

- é decrescente no intervalo $]1,2]$;
- é crescente no intervalo $[2,+\infty[$;
- tem um mínimo relativo que é $g(2)=2^2-3\times 2-2\ln 2=4-6-2\ln 2=-2-2\ln 2$

5.2. Como a função é contínua em $x=1$, temos que:

$$g(1)=\lim_{x\to 1^-} g(x)=\lim_{x\to 1^+} g(x)$$

Como $\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)=g(1)=1^2-3(1)-2\ln 1=1-3-2\times 0=-2+0=-2$, calculando $\lim\limits_{x\to 1^-} g(x)$, temos:

$$\lim_{x\to 1^-} g(x)=\lim_{x\to 1^-}\left(\frac{1-x}{e^{x-1}-1}-e^{x-k}\right)=\frac{1-1}{e^0-1}-e^{1-k}=\frac{0}{0}-e^{1-k}\ \text{(Indeterminação)}$$

$$\lim_{x\to 1^-}\left(\frac{1-x}{e^{x-1}-1}-e^{x-k}\right)=\lim_{x\to 1^-}\left(\frac{-(x-1)}{e^{x-1}-1}-e^{x-k}\right)=\lim_{x\to 1^-}\left(-\frac{x-1}{e^{x-1}-1}-e^{x-k}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\left(-\frac{1}{\frac{e^{x-1}-1}{x-1}}-e^{x-k}\right)=-\frac{\lim\limits_{x\to 1^-} 1}{\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{e^{x-1}-1}{x-1}}-\lim_{x\to 1^-} e^{x-k}=-\frac{1}{\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{e^{x-1}-1}{x-1}}-e^{1-k}=$$

(fazendo $y=x-1$, temos que se $x\to 1^-$, então $y\to 0^-$)

$$=-\frac{1}{\underbrace{\lim\limits_{y\to 0^-}\frac{e^y-1}{y}}_{\text{Lim. Notável}}}-e^{1-k}=-\frac{1}{1}-e^{1-k}=-1-e^{1-k}$$

Assim, como $g(1)=-2$, e g é contínua em $x=1$, temos que:

$$\lim_{x\to 1^-} g(x)=g(1) \Leftrightarrow -2=-1-e^{1-k} \Leftrightarrow e^{1-k}=1 \Leftrightarrow 1-k=\ln 1 \Leftrightarrow 1-k=0 \Leftrightarrow 1=k$$

6. Inserindo numa lista da calculadora gráfica as classificações (em valores) dos alunos da turma, e noutra lista as frequências absolutas, calculadas a partir das frequências relativas observadas no gráfico:

Classificações	**Frequência absoluta**
8	$0{,}05 \times 20 = 1$
10	$0{,}15 \times 20 = 3$
12	$0{,}1 \times 20 = 2$
13	$0{,}2 \times 20 = 4$
14	$0{,}25 \times 20 = 5$
17	$0{,}2 \times 20 = 4$
20	$0{,}05 \times 20 = 1$

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da mediana, da média e o do desvio padrão, com aproximação às décimas:

$$\tilde{x} = 13{,}5; \ \overline{x} = 13{,}6 \text{ e } \sigma \approx 2{,}9$$

Podemos ainda observar que a percentagem de alunos com classificação inferior a 13 é $5+15+10 = 30\%$, e que esta percentagem corresponde a $0{,}3 \times 20 = 6$ alunos.

Logo, as correspondências corretas são:

- **I $\rightarrow$ b)**
- **II $\rightarrow$ c)**
- **III $\rightarrow$ b)**
- **IV $\rightarrow$ a)**

7. Como a função é contínua em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (porque resulta de operações entre funções contínuas e $x = 0$ é o único valor que anula o denominador), a reta de equação $x = 0$ é a única reta vertical que pode ser assíntota do gráfico de f.

Desta forma, temos que:

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^4} = \frac{1 - \cos 0}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \ \text{(Indeterminação)}$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^4} = \lim_{x \to 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{x^4(1 + \cos x)} = \lim_{x \to 0} \frac{1^2 - \cos^2 x}{x^4(1 + \cos x)} = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^4(1 + \cos x)} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^4(1 + \cos x)} = \lim_{x \to 0} \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x} \times \frac{\operatorname{sen} x}{x} \times \frac{1}{x^2(1 + \cos x)} \right) =$$

$$= \underbrace{\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x}}_{\text{Lim. Notável}} \times \underbrace{\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x}}_{\text{Lim. Notável}} \times \lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2(1 + \cos x)} = 1 \times 1 \times \frac{1}{0^2(1 + \cos 0)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

Logo, podemos concluir que a reta de equação $x = 0$ é a única assíntota vertical do gráfico de f.

8. Temos que:

   - Como $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ e $f(2) > 0$, então $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) \neq f(2)$ pela que a função f não é contínua em $x = 2$, logo não é contínua em [1,3].
     Assim, não é possível recorrer ao Teorema de Bolzano-Cauchy para garantir a existência, neste intervalo, de qualquer valor, em particular, a existência de um zero, pelo que a afirmação **I.** é falsa.
   - Observando que: $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)} = \frac{1}{f(2)}$ e $\frac{1}{f(2)}$ é um valor finito, porque $f(2) \neq 0$; e que $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)} = \frac{1}{-\infty} = 0$; então a reta de equação $x = 2$ não é uma assíntota do gráfico de $\frac{1}{f}$ porque $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{1}{f(x)}$ e $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{1}{f(x)}$ são ambos finitos, logo a afirmação **II.** é falsa.

9. Como o setor circular correspondente ao ângulo orientado AOB, ou seja ao ângulo de amplitude α, e tem raio 2, vem que sua área é:

$$A_{AOB} = \frac{\alpha \times 2^2}{2} = \alpha \times 2 = 2\alpha$$

   Relativamente aos pontos B, C e D sabemos que:

   - como o ponto B está sobre a circunferência de raio 2, as suas coordenadas, em função de α, são $(2\cos\alpha, 2\text{sen}\,\alpha)$;
   - como o ponto C é simétrico de B relativamente ao eixo Oy, as suas coordenadas, em função de α, são $(-2\cos\alpha, 2\text{sen}\,\alpha)$;
   - como o ângulo ODC é reto, e o ponto D pertence ao eixo Ox, as suas coordenadas, em função de α, são $(-2\cos\alpha, 0)$;

   Logo, vem que:

   - $\overline{BC} = x_B + |x_C| = 2\cos\alpha + |-2\cos\alpha| = 4\cos\alpha$
   - $\overline{CD} = y_C = 2\,\text{sen}\,\alpha$
   - $\overline{OD} = |x_D| = |-2\cos\alpha| = 2\cos\alpha$

   Pelo que a área do trapézio $[OBCD]$ é:

$$A_{[OBCD]} = \frac{\overline{BC} + \overline{OD}}{2} \times \overline{CD} = \frac{4\cos\alpha + 2\cos\alpha}{2} \times 2\,\text{sen}\,\alpha = 6\cos\alpha\,\text{sen}\,\alpha = 3 \times 2\cos\alpha\,\text{sen}\,\alpha = 3\,\text{sen}\,(2\alpha)$$

   Logo, como a área da região sombreada, A, é dada, em função de α é dada pela soma das duas áreas, temos que:

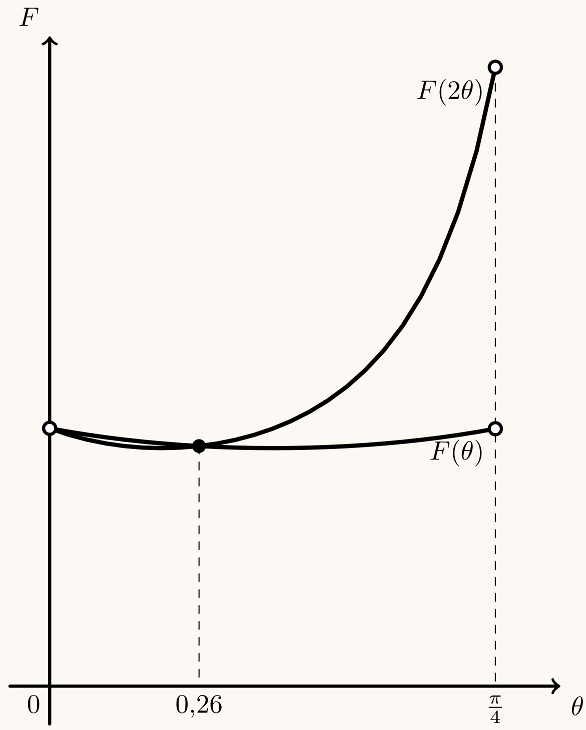
$$A = A_{AOB} + A_{[OBCD]} = 2\alpha + 3\,\text{sen}\,(2\alpha)$$

10. Como um dos valores pretendidos é o dobro do outro, e ambos correspondem à mesma intensidade mínima da força, o menor dos valores é a solução da equação:

$$F(\theta) = F(2\theta)$$

Assim, visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função $f(x) = \dfrac{4095}{5\,\text{sen}\,(x) + 12\cos(x)}$, e o gráfico da função $f(2x)$, para $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ (porque sabemos que o menor valor pertence ao intervalo $\left]0, \dfrac{\pi}{4}\right[$), reproduzido na figura ao lado, e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às centésimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja:

$$\theta_1 \approx 0{,}26$$



11. Como o ponto A pertence à circunferência de raio 2 centrada na origem e também ao semieixo imaginário negativo, sabemos que é o afixo do número complexo $z = -2i$.
Como z é uma raiz cúbica de w, temos que:

$$w = z^3 = (-2i)^3 = (-2)^3 \times i^3 = -8 \times (-i) = 8i = 8e^{i\frac{\pi}{2}}$$

Resposta: **Opção C**

12. Observando que $i^7 = i^{4+3} = i^3 = -i$, temos que:

$$z = \frac{4}{1+i} - \frac{2}{i^7} = \frac{4(1-i)}{(1+i)(1-i)} - \frac{2}{-i} = \frac{4-4i}{1^2 - i^2} - \frac{2(i)}{(-i)(i)} = \frac{4-4i}{1+1} - \frac{2i}{1} = 2 - 2i - 2i = 2 - 4i$$

Como $|z \times w| = 5\sqrt{2}$ e $z \times w$ pertencente à bissetriz do terceiro quadrante, ou seja, $\text{Arg}\,(z \times w) = \pi + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}$.
Assim, temos que:

$$z \times w = 5\sqrt{2}e^{i\left(\frac{5\pi}{4}\right)} = 5\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\,\text{sen}\,\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{5 \times (\sqrt{2})^2}{2} - i\frac{5 \times (\sqrt{2})^2}{2} = -5 - 5i$$

Logo, temos que $z \times w = -5 - 5i \Leftrightarrow w = \dfrac{-5-5i}{z}$, pelo que determinando o número complexo w na forma algébrica, vem:

$$w = \frac{-5-5i}{z} = \frac{-5-5i}{2-4i} = \frac{(-5-5i)(2+4i)}{(2-4i)(2+4i)} = \frac{-10-20i-10i-20i^2}{2^2 - (4i)^2} = \frac{-10-30i+20}{4+16} = \frac{10-30i}{20} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

13. Como o declive da reta tangente ao gráfico de f, em cada ponto é dado por $f'(x)$, começamos por derivar a função f:

$$f'(x) = \left(2x^2 + bx + 5\right) = 4x + b$$

Designado por a a abcissa do ponto de tangência, temos que:

- a ordenada do ponto de tangência é: $f(a) = 2a^2 + ba + 5$
- o declive da reta tangente é: $m = f'(a) = 4a + b$

Assim, substituindo as coordenadas do ponto de tangência, $(a,2a^2 + ba + 5)$, e a expressão do declive na equação da reta tangente $(y = mx + 1)$, podemos determinar o valor de a:

$$y = mx + 1 \;\Leftrightarrow\; 2a^2 + ba + 5 = (4a + b) \times a + 1 \;\Leftrightarrow\; 2a^2 + ba + 5 = 4a^2 + ba + 1 \;\Leftrightarrow\; 2a^2 + 5 = 4a^2 + 1 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 5 - 1 = 4a^2 - 2a^2 \;\Leftrightarrow\; 4 = 2a^2 \;\Leftrightarrow\; a^2 = 2 \;\Leftrightarrow\; a = \pm\sqrt{2}$$

Como a abcissa do ponto de tangência é positiva, temos que $a = \sqrt{2}$.