

Sugestão de resolução da prova de exame de Matemática B (código 735)
2ª fase – 16/07/2008

1.

1.1.

Coordenadas dos pontos:

$$A \rightarrow (0,0)$$

$$B \rightarrow (750, 0)$$

$$C \rightarrow (750,450)$$

$$D \rightarrow (900,450)$$

$$E \rightarrow (900,750)$$

$$F \rightarrow (500,750)$$

1.2.

Uma equação reduzida da recta é da forma:

$$y = mx + b, m, b \in \mathfrak{R}$$

Como a recta passa na origem do referencial a ordenada na origem é 0, donde $b=0$.

Ou seja, a recta pertence à família de rectas da forma $y = mx, m \in \mathfrak{R}$.

Sendo $F \rightarrow (500,750)$ um ponto pertencente à recta, temos:

$$750 = m \times 500 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

A equação da recta é $y = \frac{3}{2}x$

2.

2.1.

A equação $P(x)=1$ significa que o número de trutas é igual ao número total de peixes existentes no tanque, o que é impossível porque existem também 300 robalos.

2.2.

Se a proporção de trutas é 25% do total teremos que:

$$P(x) = \frac{25}{100} \Leftrightarrow \frac{x}{300+x} = \frac{25}{100}$$

$$\text{Donde resulta: } x \times 100 = (300 + x) \times 25 \Leftrightarrow 100x - 25x = 7500 \Leftrightarrow x = 100$$

O número total de trutas a introduzir no tanque seria 100.

3.

3.1.

Número total de peixes no tanque: $300+200 = 500$

Número de robalos: 300

Probabilidade de pescar um robalo = $\frac{300}{500}$ ou seja a probabilidade é de $\frac{3}{5}$

3.2.

Introduzindo nas listas da calculadora, em L1 (comprimento a) e em L2 (peso p) e, com o menu estatístico, pedindo a regressão linear de L1 e L2 obtém-se:

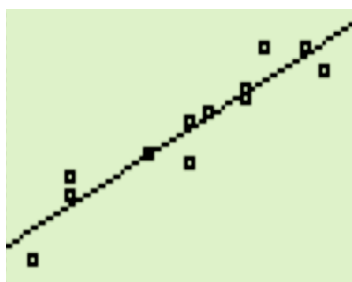
$$y=ax+b$$

$$a=1,71373556\dots$$

$$b=-129,055199\dots$$

com um coeficiente de correlação linear de 0,94270...

A nuvem de pontos correspondente às duas variáveis, obtida com a calculadora é a seguinte:



Assim, o valor pedido é 0,94, que representa uma correlação positiva muito forte significando que a recta de regressão se ajusta bem à nuvem de pontos, a qual traduz o facto de o peso e o comprimento aumentarem na mesma proporção.

4.

4.1.

θ	0°	90°	180°	270°	360°
h	7	12	7	2	7

$$\text{sen}(\theta) = \frac{\overline{PD}}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \text{sen}(\theta) = \frac{\overline{PD}}{5} \Leftrightarrow \overline{PD} = 5\text{sen}(\theta)$$

Como $0^\circ < \theta < 90^\circ$ a distância à base do painel é dada por $\overline{OB} + \overline{PD}$.

Assim temos que: $h(\theta) = 7 + 5\text{sen}(\theta)$.

4.2.

Se os raios das circunferências estão em progressão aritmética de razão 0,1 m os perímetros das mesmas estão em progressão aritmética de razão $0,1 \times 2\pi = 0,2\pi$.

Assim, a quantidade de fio para as 10 circunferências é dada pela soma dos 10 primeiros termos da sucessão dos perímetros: $P(n) = 6\pi + 0,2\pi(n-1)$.

$$S_{10} = \frac{P_1 + P_{10}}{2} \times 10 \Leftrightarrow S_{10} = \frac{6\pi + 6\pi + 1,8\pi}{2} \times 10 \Leftrightarrow S_{10} \approx 216,77 \text{ metros}$$

O número de metros de fio necessário para executar o trabalho é de 216,77 metros.

5.
5.1.

Para fabricar 4 toneladas de FarX e 3 toneladas de FarY são necessários :

$$\begin{aligned}2 \times 4 + 1 \times 3 &= 11 \text{ quilogramas de vitaminas} \\1 \times 4 + 2 \times 3 &= 10 \text{ quilogramas de sabores} \\1 \times 4 + 3 \times 3 &= 13 \text{ quilogramas de conservantes}\end{aligned}$$

Como temos: 16 quilogramas de vitaminas, 11 quilogramas de sabores e 15 quilogramas de conservantes é possível fabricar, num só dia, as 4 toneladas de FarX e as 3 toneladas de FarY.

5.2.

Sendo x o número de toneladas de FarX e y o número de toneladas de FarY, tendo em consideração que as produções devem ser não negativas e as limitações impostas pelos componentes, temos as seguintes restrições:

$$\begin{aligned}x &\geq 0 \\y &\geq 0 \\2x + y &\leq 16 \\x + 2y &\leq 11 \\x + 3y &\leq 15\end{aligned}$$

Pretende-se maximizar a produção donde a função objectivo é: $F(x,y)=x + y$



Considerando a região admissível, representada na figura ao lado, obtida com a calculadora gráfica, concluímos que podemos produzir diariamente 7 toneladas de FarX e 2 toneladas de FarY.

6.

Como a massa de carbono é $0,96c$ temos que:

$$0,96c = c \times e^{-0,000121t} \text{ que nos permite calcular a idade do papel.}$$

$$0,96c = c \times e^{-0,000121t} \Leftrightarrow e^{-0,000121t} = 0,96 \Leftrightarrow -0,000121t = \ln(0,96) \Leftrightarrow t = 337,37 \text{ anos}$$

A idade do papel é de aproximadamente 337 anos.

Assim, a data em que terá sido fabricado corresponde a $2008 - 337,37 = 1670,63$, o que significa que foi fabricado no ano de 1670.

Atendendo a que Leonardo da Vinci viveu entre 1456 e 1519 pode afirmar-se que o autor do manuscrito não poderá ter sido ele.

FIM