

## Exame Final Nacional de Matemática B Prova 735 | Época Especial | Ensino Secundário | 2019

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho | Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

**Critérios de Classificação**

8 Páginas

---

### CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;  – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

- 1.1. .... **10 pontos**
- Referir que não é possível ..... 3 pontos
- Referir que o par ordenado  $(20, 30)$  não respeita a restrição  $y \leq x$   
(ou equivalente) (**ver nota**) ..... 7 pontos

**Nota** – Se apenas for referido que o par ordenado não respeita o sistema de restrições, a pontuação a atribuir a esta etapa é 3 pontos.

**1.2. .... 20 pontos**

- Identificar a função objetivo  $(L(x, y) = 380x + 150y)$  ..... 2 pontos
- Representar graficamente a região admissível ..... 6 pontos
- Representar graficamente as retas de equações  $x + y = 60$  ,  
 $y = x$  e  $x = 40$  ..... (1x3) ..... 3 pontos
- Assinalar o polígono ..... 3 pontos
- Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem  
 $((30, 30)$  ,  $(40, 20)$  e  $(40, 0))$  ..... (3+3+1) ..... 7 pontos
- Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono, com  
 exceção da origem, ou implementar o método da paralela à reta de nível zero  
**(ver nota)** ..... (1x3) ..... 3 pontos
- Apresentar os valores pedidos (40 ha de milho e 20 ha de centeio) ..... 2 pontos

**Nota** – No caso de ser aplicado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada corretamente esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

Caso não seja calculado o lucro correspondente ao vértice de coordenadas  $(40, 0)$  , mas seja calculado o lucro correspondente ao vértice de coordenadas  $(40, 20)$  , a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

**2.1. .... 10 pontos**

- Identificar a expressão  $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + (4n - 3)$  com a soma de  $n$  termos consecutivos de uma progressão aritmética ..... 3 pontos
- Identificar o primeiro termo da progressão (1) ..... 1 ponto
- Identificar o termo de ordem  $n$  da progressão  $(4n - 3)$  ..... 1 ponto
- Escrever uma expressão da soma dos  $n$  primeiros termos da progressão  
 $\left(\frac{1 + (4n - 3)}{2} \times n\right)$  ..... 2 pontos
- Obter  $2n^2 - n$  ..... 3 pontos

**2.2. .... 15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Escrever  $2n^2 - n = 7140$  ..... 4 pontos
- Escrever  $2n^2 - n - 7140 = 0$  ..... 1 ponto
- Obter  $n = 60$  ..... 4 pontos
- Identificar a ordem do número pedido (61) ..... 3 pontos
- Apresentar o número pedido (7381) ..... 3 pontos

## 2.º Processo

- Apresentar a linha relativa a  $n = 60$  da tabela obtida com a calculadora ou escrever  $2 \times 60^2 - 60 = 7140$  ..... 8 pontos
- Justificar que 60 é a única solução (por exemplo, referindo que a sucessão definida por  $2n^2 - n$  é crescente) ..... 1 ponto
- Identificar a ordem do número pedido (61) ..... 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (7381) ..... 3 pontos

## 3.º Processo

- Representar graficamente a função definida por  $y = 2x^2 - x$  no intervalo  $[1, +\infty[$  (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 7140$  (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dessa reta com a curva ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (60) ..... 2 pontos
- Identificar a ordem do número pedido (61) ..... 3 pontos
- Apresentar o número pedido (7381) ..... 3 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

### 3.1. .... 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

#### 1.º Processo

- Representar graficamente a função  $h$  (**ver nota**) ..... 5 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 16$  (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dessa reta com o gráfico de  $h$  ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto ( 23,3342... ) ..... 2 pontos
- Converter 0,3342... anos em meses ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (23 anos e 4 meses) ..... 2 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

#### 2.º Processo

- Escrever  $-4,5375 + 6,52 \ln(t) = 16$  ..... 5 pontos
- Isolar  $\ln(t)$  ..... 2 pontos
- Isolar  $t$  ..... 3 pontos
- Obter o valor de  $t$  ..... 1 ponto
- Converter anos em meses ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (23 anos e 4 meses) ..... 2 pontos

**3.2. .... 10 pontos**

- Identificar 20 com o instante em que a araucária atinge 20 anos de idade .... 2 pontos
- Referir que a altura da araucária estava a aumentar ..... 3 pontos
- Referir que 0,326 corresponde à taxa de 0,326 metros por ano ..... 5 pontos

**Exemplo de resposta:**

«No instante em que a araucária atingiu 20 anos de idade, a sua altura estava a aumentar 0,326 metros por ano.»

**3.3. .... 15 pontos**

- Identificar a altura da araucária ao atingir 25 anos com  $h(25)$  ..... 2 pontos
- Obter  $h(25)$  (16,4) ..... 2 pontos
- Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 1 ponto
- Apresentar o valor do declive e o valor da ordenada na origem da reta de regressão linear (0,8335 e  $-0,3681$ ) ..... 6 pontos
- Obter o valor pedido (13,3 m) ..... 4 pontos

**4.1. .... 10 pontos**

- Substituir  $D$  por 7,5 ..... 1 ponto
- Substituir  $d$  por 5 ..... 1 ponto
- Substituir  $h$  por 8,4 ..... 1 ponto
- Calcular a capacidade correspondente ..... 3 pontos
- Concluir que é possível ..... 4 pontos

**4.2. .... 20 pontos**

- Obter  $C(D) = 0,7\pi(2D^2 + 25)$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Representar graficamente a função  $C$  (**ver nota**) ..... 6 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 450$  (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (9,47...) ..... 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (9,5 dm) ..... 2 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

<b>5.1.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Considerar um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 3 diâmetros (ou 1 diâmetro) e em que um dos catetos mede 1,5 diâmetros (ou 1 raio) ...	5 pontos
Escrever $x^2 + 15^2 = 30^2$ , ou equivalente (ou $x^2 + 5^2 = 10^2$ , ou equivalente), em que $x$ representa o comprimento do cateto desconhecido .....	3 pontos
Obter o valor de $x$ (25,980... ou 8,660...) .....	2 pontos
Obter o valor de $k$ (35,980... dm) .....	3 pontos
Obter o valor pedido (3,6 m) .....	2 pontos
<b>5.2.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Identificar as coordenadas dos pontos $P$ e $Q$ .....	4 pontos
Obter o declive da reta $PQ$ ( $-1$ ) .....	5 pontos
Identificar a ordenada na origem dessa reta ( $-5$ ) .....	3 pontos
Apresentar a equação pedida ( $y = -x - 5$ ) .....	3 pontos
<b>6.1.</b> .....	<b>10 pontos</b>
Interpretar o instante em que o triciclo começou a andar como sendo $t = 0$ .....	3 pontos
Obter o valor pedido (15 cm) .....	7 pontos
<b>6.2.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Obter o raio ou o diâmetro da roda da frente do triciclo .....	12 pontos
Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.	
<b>1.º Processo</b>	
Obter o valor máximo absoluto da função $f$ (18) .....	5 pontos
Obter o valor mínimo absoluto da função $f$ (6) .....	5 pontos
Calcular o raio ou o diâmetro (12 ou 24) .....	2 pontos
<b>2.º Processo</b>	
Obter um dos valores extremos absolutos da função $f$ (6 ou 18) ...	5 pontos
Reconhecer que o valor máximo absoluto corresponde a um raio e meio (ou que o valor mínimo absoluto corresponde a meio raio).....	5 pontos
Calcular o raio ou o diâmetro (12 ou 24) .....	2 pontos
Obter o perímetro da roda .....	2 pontos
Converter metros em centímetros (ou vice-versa) .....	1 ponto
Calcular o quociente da distância percorrida pelo perímetro da roda .....	3 pontos
Apresentar o número de voltas pedido (17) .....	2 pontos

7. .... **15 pontos**

Identificar os valores da variável aleatória  $Z$  (1 e 2)..... 4 pontos

Obter  $P(Z = 1) \left(\frac{2}{5}\right)$  (ver nota 1) ..... 4 pontos

Obter  $P(Z = 2) \left(\frac{3}{5}\right)$  (ver nota 1) ..... 4 pontos

Apresentar a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória  $Z$  (ver nota 2) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se for obtido um valor incorreto para  $P(Z = 1)$  (ou para  $P(Z = 2)$ ), e se, desse modo, for obtido  $P(Z = 2) = 1 - P(Z = 1)$  (ou  $P(Z = 1) = 1 - P(Z = 2)$ ), a pontuação a atribuir ao conjunto destas etapas é desvalorizada, no máximo, em 4 pontos.

2. Se a soma dos valores das probabilidades não for 1, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**COTAÇÕES**

Item														TOTAL
Cotação (em pontos)														
<b>1.1.</b>	<b>1.2.</b>	<b>2.1.</b>	<b>2.2.</b>	<b>3.1.</b>	<b>3.2.</b>	<b>3.3.</b>	<b>4.1.</b>	<b>4.2.</b>	<b>5.1.</b>	<b>5.2.</b>	<b>6.1.</b>	<b>6.2.</b>	<b>7.</b>	
10	20	10	15	15	10	15	10	20	15	15	10	20	15	<b>200</b>