Proposta de cadeia de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo

Equações

Setembro de 2009

Índice

Introdução

Tema: Equações

No 3º ciclo pretende-se desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos.

Segundo os objectivos gerais do programa, com a aprendizagem das equações, os alunos do 3º ciclo devem:

- ser capazes de interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- ser capazes de resolver problemas, comunicar, raciocinar e modelar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos.

Além disso, o trabalho a realizar deve ainda contribuir para o desenvolvimento das capacidades transversais indicadas no programa, nomeadamente a capacidade de:

- resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos incluindo cadeias dedutivas;
- comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos.

PROPOSTA DE PLANIFICAÇÃO

6 Blocos previstos	Tópico	Objectivos específicos	Notas	Tarefas	Instrumentos
2	**Equações** • Equações do 1.º grau a uma incógnita	✓ Compreender as noções de equação e de solução de uma equação e identificar equações equivalentes. ✓ Resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução baseadas nos princípios de equivalência. ✓ Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema. ✓ Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.	Os alunos devem: - relacionar os significados de “membro” e “termo”, e de “incógnita” e “solução” de uma equação; - distinguir “expressão algébrica”, “equação” e “fórmula”. Propor a resolução de equações simples antes da utilização de regras.	**Tarefa 1A** “Balanças” **Tarefa 1B** “Equações”	Balanças Caixas de Pastilhas Esferográficas Papel e lápis
2			Na resolução de equações do 1.º grau, incluir casos em que: – a incógnita está presente num ou em ambos os membros da equação; – é necessário desembaraçar previamente de parênteses.	**Tarefa 2** “Problemas e equações”	Papel e lápis
1			Propor problemas com informação irrelevante ou dados insuficientes, ou sem solução.	**Tarefa 3** “Uma outra visão de padrão”	Papel e lápis
1			Incluir a resolução de equações impossíveis	**Tarefa 4** “Ângulos e polígonos”	Papel e lápis

Tarefas

Tarefa 1 A - Balanças

Objectivos principais:

Compreender a noção de equação e princípios de equivalência.

Aprender a resolver equações do 1.º grau, utilizando as regras de resolução.

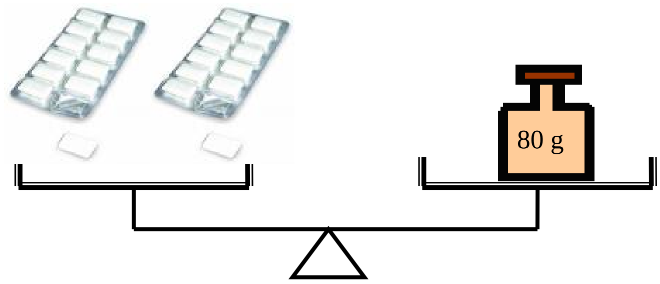
Organização da turma: Trabalho em pequeno grupo.

Material necessário: Balanças de pratos, pesos e caixas de pastilhas, para além de papel e lápis.

Com a realização desta tarefa o aluno deve estabelecer um paralelismo entre a noção de equação e a situação de uma "balança em equilíbrio". Pretende-se ainda que este compreenda os **princípios de equivalência** e os descreva em linguagem natural, bem como resolva equações do 1º grau utilizando os princípios de equivalência ou as regras de resolução. "O enunciado dos princípios de equivalência como regras práticas é uma abordagem que facilita o processo de resolução de equações. No entanto, tende a deixar em segundo plano a justificação dessas regras, o que pode reforçar uma perspectiva da Matemática como conjunto de regras arbitrárias. É importante, por isso, que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificação.", (Branco, N, Matos, A, Ponte, J; Álgebra – Brochura de apoio ao professor para o ensino básico).

Esta tarefa permite estabelecer uma conexão com o tópico sequências e regularidades levando à generalização do princípio de equivalência da multiplicação.

Tarefa 1A – Balanças[1]



1. Coloca duas caixas de pastilhas no prato esquerdo e 80g no prato direito da balança de modo que esta fique em equilíbrio.

a) Quanto pesa cada caixa de pastilhas?

b) Escreve uma expressão matemática que represente a situação.

2. Coloca 6 esferográficas e um peso de 12g no prato esquerdo da balança e um peso de 82g no prato direito.

a) Quanto pesa cada esferográfica?

b) Escreve uma expressão matemática que represente a situação.

3. Representa uma balança em equilíbrio que tem um saco de pinhões e um peso de 50g no prato esquerdo e no prato direito um peso de 130g. Como podes determinar o peso do saco de pinhões?

Traduz em linguagem matemática a situação anterior.

4. Coloca 4 caixas de pastilhas num dos pratos da balança. No outro coloca 2 caixas de pastilhas e um peso de 80 g.

Traduz por uma expressão matemática a situação realizada.

[1] Baseado no artigo de Cusi A. e Malara N., Approaching Early Álgebra: Teachers' educational processe and classroom experiences. Quadrante 2007, volume XVI, número 1. e baseado na tarefa 8 utilizada por Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*.

Atenção!

As expressões matemáticas que escreveste chamam-se *equações* e às "letras" chamam-se *incógnitas*.

Uma *equação* é uma igualdade entre duas expressões onde aparece pelo menos um valor desconhecido (incógnita).

À expressão correspondente ao primeiro prato da balança chamamos **1.º membro** da equação e à expressão relativa ao segundo prato da balança chamamos **2.º membro** da equação.

Na equação $4 \times x = 2 \times x + 80$, temos:

1.º membro: $4 \times x$

2.º membro: $2 \times x + 80$.

Termo do 1.º membro: $4 \times x$ (neste caso, só existe um).

Termos do 2.º membro: $2 \times x$; 80

5. Se colocares um peso de 120g no prato esquerdo da balança, quantas caixas de pastilhas de 40g terás de colocar no prato direito para que esta fique em equilíbrio? E se no prato esquerdo além das 120g colocares mais 3 caixas de pastilhas, quantas caixas de pastilhas terás de colocar no prato direito para que a balança fique em equilíbrio? Explica o teu raciocínio.

6. Tens uma balança em equilíbrio com um peso de 160g no prato esquerdo e 4 caixas de pastilhas de 40g no prato direito. Se duplicares o número de caixas de pastilhas do prato direito, quantas gramas tens de colocar no prato esquerdo para que a balança continue em equilíbrio? E se triplicares o peso do prato esquerdo da balança, quantas caixas de pastilhas tens de colocar no prato direito para que esta se mantenha em equilíbrio? Explica o teu raciocínio.

Atenção!

1.º Princípio de Equivalência

Quando somamos ou subtraímos o mesmo número a ambos os membros de uma equação ficamos com uma equação equivalente.

Deste princípio de equivalência surge a seguinte regra prática:

Numa equação podemos mudar um termo de um membro para o outro, trocando-lhe o sinal.

2.º Princípio de Equivalência

Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma equação pelo mesmo número diferente de zero, obtemos uma equação equivalente.

7. Resolve as seguintes equações:

a) $13 + 4a = 21$

b) $12 = 3x + 3$

c) $15 = 7 + 4x$

d) $32 - 2x = 14$

e) $30 - 5y = 10$

f) $15 = 25h - 5$

g) $2 \times 4x = 24$

h) $2y \times 3 = 18$

i) $25 = 5c \times 5$

j) $40 = 2 \times 4x$

k) $5x + 5 = 3x - 1$

l) $-23 = -3 + 5 \times 4x$

m) $\frac{x}{2} = 20$

n) $\frac{18}{3x} = 6$

o) $40 = \frac{2x}{10}$

p) $9 = \frac{36}{x}$

Tarefa 1 B – Equações

Objectivos principais:

Compreender a noção de equação e princípios de equivalência.

Aprender a resolver equações do 1º grau, utilizando as regras de resolução.

Organização da turma: Trabalho a pares ou em pequeno grupo.

Material necessário: Papel e lápis.

Nesta tarefa os alunos farão uma transição progressiva da linguagem natural para a linguagem matemática, onde se pretende que sejam utilizadas letras que representem variáveis ou incógnitas, de modo a traduzir algumas situações por meio de uma equação. Em grande grupo, o professor formaliza a noção de equação e a terminologia associada à mesma.

"O enunciado dos princípios de equivalência como regras práticas é uma abordagem que facilita o processo de resolução de equações. No entanto, tende a deixar em segundo plano a justificação dessas regras, o que pode reforçar uma perspectiva da Matemática como conjunto de regras arbitrárias. É importante, por isso, que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificação.", (Branco, N, Matos, A, Ponte, J; Álgebra – Brochura de apoio ao professor para o ensino básico).

No final, devem ser exploradas várias equações simples.

Tarefa 1B – Equações

1. Numa aula de Matemática o professor fez a seguinte pergunta:

   "Existirá algum número cujo triplo aumentado de 16 seja igual a 37?"

   a) Poderá ser o 6? E o 8?

   b) O João foi o primeiro a responder certo. Que número (**solução**) é que ele disse?

   c) Designando por n o número desconhecido (**incógnita**), qual das seguintes igualdades (**equações**) traduz a pergunta feita pelo professor?

   A) $1/3\,n + 16 = 37$ B) $3n + 16 = 37$ C) $3n - 16 = 37$

   d) Completa o seguinte esquema

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge]
\begin{array}{|c|}\hline n \\ \hline ? \\ \hline\end{array} \arrow[r, bend left] & \begin{array}{|c|}\hline 3n \\ \hline ? \\ \hline\end{array} \arrow[l, bend left, ":3"] \arrow[r, bend left, "+16"] & \begin{array}{|c|}\hline 3n + 16 \\ \hline 37 \\ \hline\end{array} \arrow[l, bend left, "?"]
\end{tikzcd}$$

- **Incógnitas** são os valores desconhecidos que usualmente se representam por letras.
- **Equações** são as igualdades que contêm uma ou mais incógnitas.
- Os valores da incógnita que transformam a equação numa afirmação verdadeira chamam-se **soluções**.
- Duas equações dizem-se **equivalentes** quando têm as mesmas soluções.
- Na equação $3n + 16 = 37$ identificam-se dois **membros** separados pelo sinal de "=":

  - à esquerda, o 1.º membro: $3n + 16$
  - à direita, o 2.º membro: 37

  Termos do 1.º membro: $3n$ e 16

  37

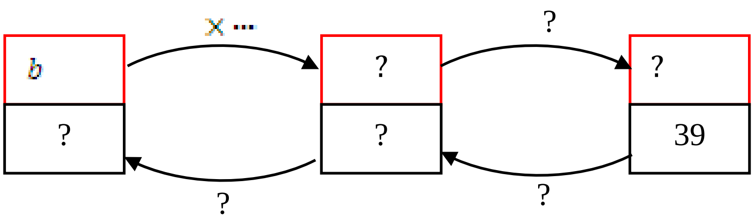
  Termo do 2.º membro:

  (neste caso só há um)

2. O dobro do dinheiro que tenho no bolso mais 15 euros que tenho na carteira dá o total de 39 euros.

a) Designando por b o dinheiro que tenho no bolso, como representas o dobro?

b) Completa os seguintes esquemas.



$\ldots b + \ldots = 39$

$\ldots b = 39 - \ldots$

$\ldots b = \ldots$

$b = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

$b = \ldots$

c) Que quantia de dinheiro tenho no bolso?

3. Completa:

$7 = 5x - 3$

$7 + \ldots = 5x$

$\ldots = 5x$

$\ldots = x$

$x = \ldots$

$-3 \times 2x + 1 = 19$

$\ldots x = 19 - 1$

$\ldots x = \ldots$

$x = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

$x = \ldots$

Regras práticas:

1.ª - Numa equação podemos mudar um termo de um membro para o outro, trocando-lhe o sinal.

2.ª – Numa equação podemos multiplicar ou dividir ambos os membros pelo mesmo número diferente de zero.

Exemplo:

$3x - 4 = 8$

1.ª regra

$3x = 8 + 4$

$3x = 12$

2.ª regra

$x = \frac{12}{3}$

$x = 4$

4. Resolve cada uma das seguintes equações:

a) $13 + 4a = 21$

b) $12 = 3x + 3$

c) $15 = 7 + 4x$

d) $32 - 2x = 14$

e) $30 - 5y = 10$

f) $15 = 25b - 5$

g) $2 \times 4x = 24$

h) $2y \times 3 = 18$

i) $25 = 5c \times 5$

j) $40 = 2 \times 4x$

k) $5x + 5 = 3x - 1$

l) $-23 = -3 + 5 \times 4x$

m) $\frac{x}{2} = 20$

n) $\frac{18}{3x} = 6$

o) $40 = \frac{2x}{10}$

p) $9 = \frac{36}{x}$

Tarefa 2 – Problemas e equações

Objectivo principal: Traduzir problemas em linguagem simbólica e resolver esses problemas através de equações.

Organização da turma: Trabalho a pares ou em pequeno grupo.

Material necessário: Papel e lápis.

Com esta tarefa pretende-se que os alunos traduzam problemas em linguagem simbólica, por meio de equações. Pretende-se, também, que consolidem a sua aprendizagem na resolução de equações, uma vez que surgirão exemplos com equações cada vez mais complexas.

As perguntas 1 e 2 devem ser discutidas em grande grupo, pois é natural que os alunos apresentem dificuldades nos primeiros exemplos em que lhes é solicitado que efectuem a tradução simbólica de situações problemáticas.

Tarefa 2 – Problemas e equações

1) Considera as seguintes situações:

Problema A

Se a um número tirarmos 18, obtemos 3 unidades.

Problema B

Se a um número adicionarmos o seu triplo obtemos 18 unidades.

Problema C

A soma de um número com 18 unidades é igual ao seu triplo

Problema D

Se multiplicarmos um número por 3 e tirarmos 18 unidades ao resultado, obtemos o próprio número.

Problema E

O dobro da soma de um número com 18 unidades é igual a 3.

Entre as equações a seguir apresentadas, escolhe a que traduz simbolicamente cada uma das situações anteriormente consideradas:

$x + 18 = 3x$

$x + 3x = 18$

$x + 18x = 3$

$x + 18 = 3$

$2(x + 18) = 3$

$2x + 18 = 3$

$2x + 18 = 3x$

$3x - 18 = x$

$x + 2 \times 18 = 3$

$x - 18 = 3$

$x - 18 = 3x$

$x + 18 = 3 + x$

2.

A astúcia do grande mágico do país das equações.

O grande mágico disse-me assim:

- Pensa num número.

- Adiciona-lhe 15.

- Multiplica o resultado por 3.

- Ao que obténs subtrai 9.

- Diz-me o número que obtiveste, que eu dir-te-ei aquele em que pensaste.

- 78, respondi eu.

E o mágico acertou no número em que eu pensei.

a) Que número disse o mágico?

Para compreender o que fez o mágico vamos traduzir esta situação em linguagem simbólica, preenchendo a seguinte tabela:

- Pensa num número.	n
- Adiciona-lhe 15.	
- Multiplica o resultado por 3.	
- Ao que obténs subtrai 9.	
- Diz-me o número que obtiveste, que eu dir-te-ei aquele em que pensaste.	
- 78, respondi eu.	

b) Escreve uma equação que traduza o enunciado do problema.

c) Para conhecer como o mágico descobriu o número, resolve a equação que encontraste.

Resolve os problemas seguintes traduzindo-os por uma equação:

3) Se a um número adicionarmos o seu dobro e o seu triplo obtemos 132. Qual é esse número?

4) Um rectângulo com 60cm de perímetro tem 12cm de largura. Qual é o seu comprimento?

5) Qual é o número cujo dobro aumentado de 4 unidades é igual ao seu quádruplo diminuído de 8?

6) O dinheiro que eu tenho é duas vezes o que tu tens, se eu te der 6€ ficamos os dois com a mesma quantia. Quanto dinheiro tem cada um?

7) O comprimento de um rectângulo é o dobro da sua largura. Quais as suas dimensões sabendo que o perímetro é 120cm?

8) O Jaime e a irmã Ana vendem queijos no mercado.
Hoje venderam 56 queijos, o Jaime vendeu 22 e a irmã vendeu o dobro dos que tinha vendido ontem.
Quantos queijos vendeu a Ana ontem?

9) Numa capoeira há mais 5 coelhos do que galinhas. Sabendo que se contaram 92 patas, quantos coelhos há nessa capoeira?

10) O Xavier tem 9 anos e a mãe tem 37. Quantos anos faltam para a idade da mãe ser tripla da idade do Xavier?

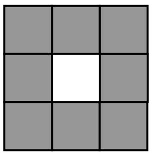
Tarefa 3

Objectivo principal: Consolidar a resolução de equações em contexto de sequências.
Organização da turma: Trabalho a pares ou em pequeno grupo.
Material necessário: Papel e lápis.

Através das conexões com o tópico Sequências e Regularidades pretende-se que os alunos resolvam equações de forma contextualizada. Esta tarefa contém situações em que o aluno interpreta e critica as soluções de um problema (ou a inexistência de soluções) no seu contexto.

Tarefa 3 – Uma Outra Visão de Padrão[2]

1. Considera as seguintes figuras de uma sequência:



…

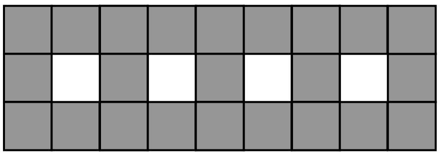


Figura1

Figura 4

a) Desenha a figura número 2.

b) Completa a tabela:

Número da figura (n)	**Quantidade total de quadrados cinzentos (c)**
1	8
2	
3	
4	
…	…
10	

c) Assinala as expressões algébricas que podem ser usadas para calcular a quantidade de quadrados cinzentos em qualquer figura (n representa o número de ordem da figura). Explica as tuas escolhas.

[ ] $2n+3(n+1)$ [ ] $5(n-1)+8$ [ ] $8+5n$ [ ] $3(2n+1)-n$

d) Utilizando uma das expressões válidas:

Indica:

i) A quantidade de quadrados cinzentos da figura número 45;

ii) o número de ordem da figura que tem 88 quadrados cinzentos;

iii) o número de ordem da figura que tem 133 quadrados cinzentos.

Existe alguma figura que tenha 138 quadrados cinzentos? E 276? Se sim, indica o número de ordem da figura, se não, explica porquê.

[2] Tarefa baseada na tarefa 8 utilizada por Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*.

2. Observa a seguinte sequência.

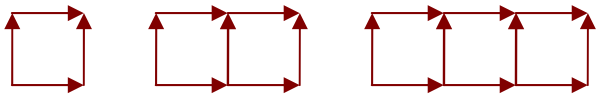


Figura 1 Figura 2 Figura3

a) Desenha a 6ª figura da sequência. Quantas setas tem?

b) Qual é a quantidade total de setas da 121.ª figura da sequência? Explica como chegaste à resposta.

c) Determina o termo geral da sequência.

d) Utiliza uma equação para calcular o termo da sequência que tem 1738 setas.

e) Existe alguma figura que tenha 2429 setas? Justifica a resposta.

Tarefa 4

Objectivo principal: Consolidar a resolução de equações em contexto de Geometria e apreender a noção de equações impossíveis.

Organização da turma: Trabalho a pares ou em pequeno grupo.

Material necessário: Papel e lápis.

Através das conexões com o tópico Triângulos e Quadriláteros pretende-se que os alunos resolvam equações de forma contextualizada. Nesta tarefa o aluno é confrontado com equações impossíveis.

Tarefa 4: Ângulos e polígonos

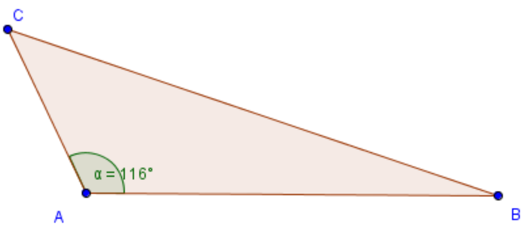
1. Como sabes, podes usar a expressão algébrica $180(n-2)$ para determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados.

a) Qual é a soma das amplitudes dos ângulos internos de um decágono (polígono de 10 lados)?

b) Quantos lados tem um polígono cuja soma das amplitudes dos seus ângulos internos é 3420º? E 8460º? Mostra como chegaste à resposta.

c) Será que existe algum polígono cuja soma das amplitudes dos ângulos internos seja 4830º? Justifica.

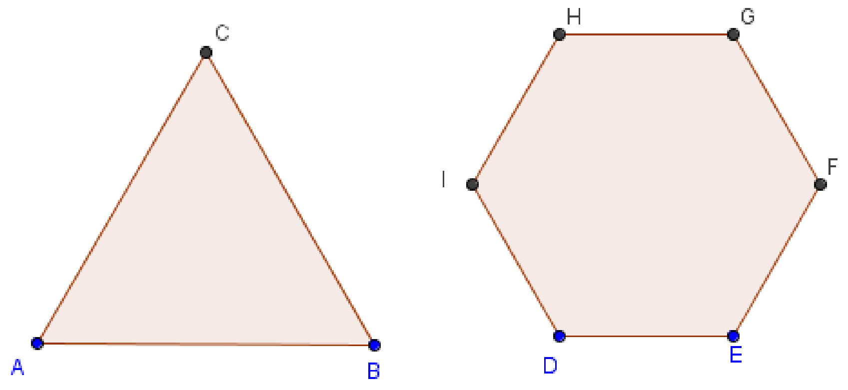
2. Na figura, sabe-se que a amplitude do ângulo ACB é **tripla** da do ângulo CBA.



a) Escreve uma equação que permita determinar a amplitude do ângulo CBA.

b) Resolve a equação que escreveste na questão anterior e indica a amplitude dos ângulos CBA e ACB.

3. Na figura estão representados um triângulo equilátero e um hexágono regular.
A medida dos lados do triângulo tem mais 1cm que a dos lados do hexágono e o perímetro do hexágono é duplo do perímetro do triângulo.



a) Traduz a situação por meio de uma equação.

b) Resolve a equação. O que podes concluir?