Sequências e equações

Proposta de sequência de tarefas para o 8.º ano - 3.º ciclo

Autores: Professores das turmas piloto do 8º ano – 3º ciclo de escolaridade

Ano Lectivo 2009 / 2010

Janeiro de 2011

Índice

Introdução

Tópico:

- **Sequências e regularidades**
- **Expressões algébricas**
- **Equações**
- **Equações literais**
- **Operações com polinómios**
- **Equações do 2º grau (incompletas) a uma incógnita**

No 3º ciclo pretende-se desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos.

Segundo os objectivos gerais do programa, com a sua aprendizagem, no âmbito destes tópicos, os alunos devem ser capazes de:

- interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- interpretar fórmulas em contextos matemáticos e não matemáticos;
- resolver problemas, comunicar, raciocinar e modelar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos.

Além disso, o trabalho a realizar deve ainda contribuir para o desenvolvimento das capacidades transversais indicadas no programa, nomeadamente a capacidade de:

- resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos incluindo cadeias dedutivas;
- comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos.

" Sequências e Equações"

Proposta de planificação:

Blocos previstos	Tópico	Objectivos específicos	Notas	Tarefas	Instrumentos
	Equações literais	✓ Resolver equações literais em ordem a uma das letras	-Propor a resolução de equações literais como $F = \frac{9}{5}C + 32$ em ordem a C.	Tarefa 1 Equações Literais Tarefa 2 Planear escadas (TPC)	Papel e lápis Calculadora Papel e Lápis Calculadora
9	Expressões algébricas	✓ Simplificar expressões algébricas;	Propor a simplificação de expressões como $x - (4 - 2x)$ e $-x^2 - x + 3x^2$	Tarefa 3 Simplificando expressões algébricas	Papel e lápis.
	Operações com polinómios	✓ Efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação; ✓ Compreender e utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios.	Propor a adição algébrica e a multiplicação de polinómios como: i) $2x-1$ e $3x+2$ ii) $x+2$ e x^2-3x+2 Os alunos devem utilizar os casos notáveis da multiplicação de polinómios. Por exemplo: $87^2 = (80+7)^2 = 80^2+2 \times 80 \times 7+ 7^2$ $(x+3)^2 - 4 = (x+3) - 2^2 = (x+5)\ (x+1)$	Tarefa 4 O quadrado de um binómio Tarefa 5 Diferença de quadrados Tarefa 6 Os truques do João	Papel e lápis Calculadora Papel e lápis Calculadora Papel e lápis Calculadora

	Equações (incompletas) do 2º grau a uma incógnita	✓ Resolver equações do 2º grau (incompletas) a uma incógnita.	Começar a resolução de equações do 2º grau pelas equações incompletas. Utilizar a noção de raiz quadrada, a decomposição em factores e a lei do anulamento do produto; - Resolver e formular problemas envolvendo equações do 2º grau.	Tarefa 7 Equações do 2.º grau a uma incógnita Lei do anulamento do produto	Papel e lápis Calculadora
				Tarefa 8 Problemas e equações do 2º grau a uma incógnita	Papel e lápis Calculadora
A realização de outras tarefas de consolidação fica ao critério de cada professor, tendo em conta as características dos seus alunos.					

Tarefa 1 – Equações Literais

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos aprendam a resolver equações literais em ordem a uma das letras e calculem o valor de uma das variáveis atribuindo um valor à outra.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático:

  Equações Literais

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: argumentação.
  Comunicação matemática: interpretação, representação e discussão.
  Resolução de problemas: compreensão do problema.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Noção de equação e solução de uma equação.
  Resolver equações do 1º grau a uma incógnita.

- Aprendizagens visadas:

  Resolver equações literais em ordem a uma das letras.

- Cadeia: 1ª tarefa da sequência " Sequências e Equações – 8º ano".

- Recursos: papel e lápis, calculadora.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos.

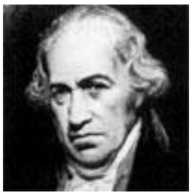
- Notas para o professor:

  Esta tarefa surge, no oitavo ano, após o trabalho no tópico Funções e Equações onde foram resolvidas equações do primeiro grau.
  A abordagem da tarefa, por parte dos alunos, pode ser feita a pares ou em trabalho de grupo. Propõe-se que os grupos trabalhem nas questões da tarefa durante a primeira parte da aula e que depois seja feita uma discussão onde os alunos apresentam as suas resoluções.
  Relativamente à questão 3.2. é de salientar, na discussão com toda a turma, a vantagem de se resolver uma equação em ordem a uma das letras.
  A questão 5. baseia-se em dados recolhidos da internet, uma situação real. A interpretação de dados é uma competência que os alunos devem adquirir ao longo do ciclo.
  A discussão pode ser feita no final da tarefa salientando a importância da resolução da questão 5.

- Palavras chave: equação literal, resolver a equação em ordem a uma das letras.

Tarefa 1 – Equações Literais

A medição da temperatura é feita usando uma escala. As três mais conhecidas e utilizadas são as escalas ***Celsius*** (ºC), ***Fahrenheit*** (ºF) e ***Kelvin*** (K).



Fahrenheit

Celsius

Kelvin

A relação que existe entre a escala Celsius (ºC) e a escala Fahrenheit (ºF) pode ser dada pela seguinte equação literal:

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

1. Sabendo que na escala Celsius, a água passa do estado líquido ao estado sólido a 0ºC, calcula na escala Fahrenheit a temperatura a que o mesmo processo ocorre.

2. Sabendo a água entra em ebulição a 100ºC, calcula em graus Fahrenheit esta temperatura.

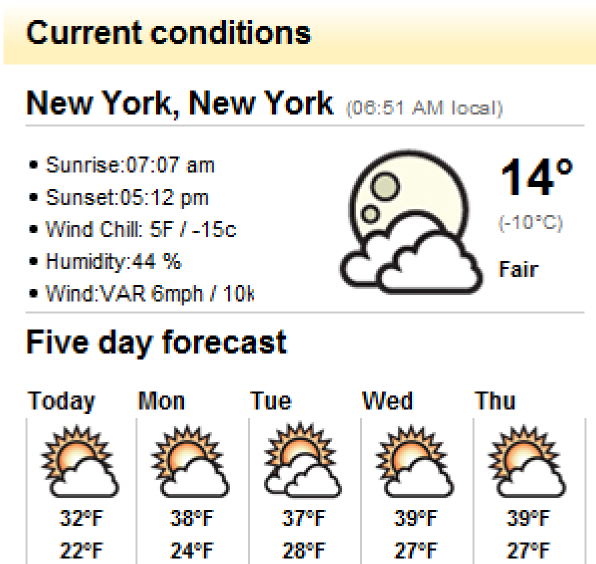
3.1. Resolve **em ordem a F** a equação que relaciona graus Celsius com graus Farenheit.

3.2. Utiliza a equação resolvida em ordem a F para determinar a temperatura média do corpo humano em graus Fahrenheit que, em graus Celsius, é de 36,5ºC. Quais as vantagens em usar esta equação em vez da equação dada inicialmente?

4. Resolve **em ordem a C** a equação que relaciona graus Celsius com graus Farenheit.

5. Nos Estados Unidos da América, a escala de temperatura habitualmente usada é a escala Farenheit.

Observa a informação meteorológica publicada na Internet no dia 31-01-2010 para a cidade de New York.[1]



5.1. Verifica se a conversão da temperatura registada às 06:51 local foi correcta.

5.2. Qual foi, em graus Farenheit, a temperatura máxima e a temperatura mínima prevista, para New York, no período indicado? E em graus Celsius?

[1] Retirado do sitio da Internet http://www.usatoday.com/weather

Tarefa 2 – Planear escadas

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos consolidem os conhecimentos sobre resolução de equações literais em ordem a uma das letras.
- Tema matemático: Álgebra
- Nível de ensino: 3º ciclo
- Tópico matemático: Equações
- Subtópico matemático:

    Equações Literais

- Capacidades transversais:

    Raciocínio matemático: argumentação.

    Comunicação matemática: interpretação, representação e discussão.

    Resolução de problemas: compreensão do problema.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

    Noção de equação e solução de uma equação.

    Resolução de equações do 1º grau a uma incógnita.

    Resolução de equações literais em ordem a uma das letras.

    Resolução de sistemas de equações pelo método de substituição

- Aprendizagens visadas:

    Resolver equações literais em ordem a uma das letras.

- Cadeia: 2ª tarefa da sequência " Sequências e Equações – 8º ano"
- Recursos: papel e lápis, calculadora.
- Duração prevista: Tarefa a realizar em trabalho de casa.
- Notas para o professor:

    Esta tarefa é complementar à tarefa 1. Uma vez que é uma tarefa de consolidação de conhecimentos, poderá ser proposta como trabalho de casa.
    Salienta-se a conexão que esta tarefa faz na questão 2.2. com os sistemas de equações.

- Palavras chave: equação literal, resolver a equação em ordem a uma das letras.

Tarefa 2 – Planear escadas[2]

Quando se planeia escadas, existem valores aconselháveis para a relação entre a medida do espelho dos degraus (E) e a profundidade do seu cobertor (C). Seguem-se alguns desses valores:

- Comodidade: C-E = 12cm
- Segurança: C+E = 46cm

1. Se a medida do espelho e a medida do cobertor dos degraus de uma escada forem, respectivamente, 19cm e 27cm, qual das relações, entre o cobertor e o espelho, foi seguida na construção da escada, que tem os degraus todos iguais? Justifica a tua resposta.

2. O pai do João quer construir uma escada, com os degraus todos iguais, em que se verifiquem as duas relações anteriores entre a medida do espelho e a medida do cobertor de cada degrau. O pai do João propõe que a medida do espelho seja 16 cm.

2.1. O João não concorda com o pai alegando que, com esse espelho, não é possível construir a escada com uma medida de cobertor de maneira a que se verifiquem as duas relações. O João sugere que a medida do espelho seja 17cm. Quem tem razão? Justifica a tua resposta.

Explica o raciocínio do João.

2.2. Resolve o sistema $\begin{cases} C - E = 12 \\ C + E = 46 \end{cases}$ e verifica que existe um único par de medidas de espelho e cobertor que satisfaz as duas relações.

3. Considera a escada cujos degraus medem 17cm de espelho e 29 cm de coberto

3.1. Qual é a altura da escada se tiver 12 degraus iguais?

3.2. Num espaço com 4 metros de comprimento é possível construir uma escada com 15 degraus iguais? Justifica a tua resposta.

4. Verifica na tua escola, se alguma destas relações foi aplicada na construção das escadas.

[2] Adaptado do Projecto 1001 itens

Tarefa 3 – Simplificando expressões algébricas

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos aprendam a simplificar expressões algébricas a efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático:

  Operações com polinómios.

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: formulação de conjecturas.
  Comunicação matemática: interpretação, representação e discussão.
  Resolução de problemas: compreensão do problema, concepção, aplicação e justificação de estratégias.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Determinar o termo geral de uma sequência.
  Simplificar expressões algébricas que envolvam a adição de monómios.

- Aprendizagens visadas:

  Simplificar expressões algébricas.
  Efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação.
  Factorizar polinómios (pôr em evidência o(s) factor(es) comuns).

- Cadeia: 3ª tarefa da sequência “Sequências e Equações – 8º ano”.

- Recursos: papel e lápis.

- Duração prevista: 2 blocos de 90 minutos.

- Notas para o professor:

  Esta tarefa surge, no oitavo ano, no seguimento da resolução de equações literais em ordem a uma das letras e da resolução de sistemas pelo método de substituição.
  A tarefa aparece no contexto das “Sequências” tendo por base um estudo já amplamente abordado pelos alunos, visando um aprofundamento encadeado e contextualizado dos conhecimentos.

Esta tarefa irá ocupar dois blocos de 90 minutos. Propõe-se que no primeiro bloco sejam trabalhados os itens 1 e 2 e os itens 3 e 4 no segundo bloco. Em ambas as aulas prevê-se que os alunos trabalhem as tarefas em pequenos grupos seguindo-se uma discussão geral com toda a turma.

Antes de propor a tarefa aos alunos, o professor deve fazer uma breve introdução aos conceitos de monómio e polinómio podendo até solicitar na aula anterior a leitura do manual escolar onde estão definidos estes conceitos.

No primeiro bloco sugere-se que seja feita uma discussão das questões do problema 1 com toda a turma antes de se propor a resolução do problema 2. Durante a discussão do problema 1, o professor deve fazer surgir os termos "monómio", "binómio", "polinómio" e "monómios semelhantes". Como já anteriormente os alunos simplificavam expressões algébricas em casos simples (não só na escrita dos termos gerais das sequências como nas equações e sistemas), a adição algébrica surge de modo quase natural não se prevendo que os alunos manifestem grandes dificuldades no seu tratamento. Caso o professor julgue necessário (ou em turmas com mais dificuldades) poder-se-á facultar aos alunos, na tabela da questão 1.2.), a primeira linha preenchida de modo que o preenchimento das linhas subsequentes seja feito no contexto que se pretende, isto é, que nos termos gerais surjam as expressões n^2+4 (quantidade total de quadradinhos cinzentos), n^2-1 (quantidade total de quadradinhos às riscas) e $4n+1$ (quantidade total de quadradinhos brancos). No final da discussão do problema 1 deverá ser feita a síntese dos procedimentos necessários para a simplificação e adição de expressões algébricas. Propõe-se o uso de uma estratégia análoga para a resolução do problema 2. No final da discussão, o professor deve fazer uma síntese dando ênfase à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica de polinómios. De novo deve ser reforçada a ideia da simplificação dos termos semelhantes.

No segundo bloco, os alunos devem começar por resolver o item 3 seguida de discussão. Durante a discussão da resolução do exercício, o professor deve salientar as situações em que há polinómios factorizados e pedir aos alunos outros exemplos. Nesta fase é também importante que o professor dê uma explicação do que é um monómio e um polinómio. Este trabalho irá facilitar a resolução dos itens 4 e 5 pelos alunos. Uma boa discussão deste exercício e o confronto entre as várias resoluções dos diferentes alunos deve conduzir, necessariamente, às factorizações de polinómios que colocam em evidência o maior número de factores comuns aos termos do polinómio.

Como trabalho para casa podem ser propostos exercícios similares às alíneas das questões 3. e 5.

Palavras chave: expressão / adição algébrica, binómio, polinómio, polinómio reduzido, factorização, factorização de um polinómio, colocar em evidência.

Tarefa 3 – Simplificando expressões algébricas

1. O João gosta muito de construir sequências de figuras com quadrados nas folhas quadriculadas do seu caderno de Matemática.

Observa a seguinte sequência de figuras que ele construiu.

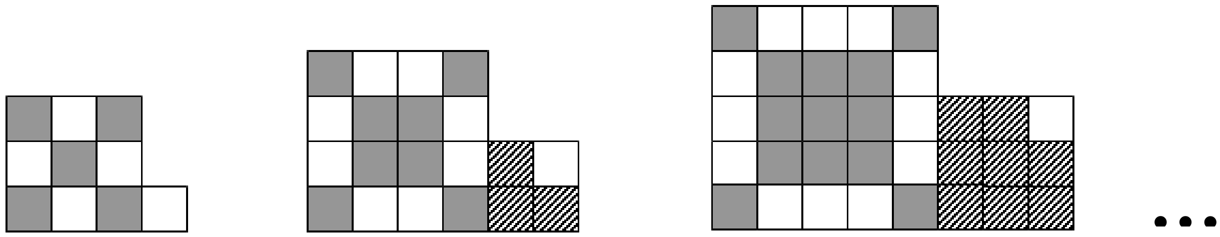


Figura 1 Figura 2 Figura 3

1.1. Quantos quadradinhos cinzentos, brancos e às riscas tem a figura 4?

1.2. Completa a tabela:

Nº da Figura	Quantidade total de quadradinhos cinzentos	Quantidade total de quadradinhos às riscas	Quantidade total de quadradinhos brancos
1			
2			
3			
4			
10			
n			

1.3. Soma o número de quadradinhos cinzentos com o número de quadradinhos às riscas da figura de ordem ***n*** (termo geral). Simplifica a expressão que obtiveste.

1.4. Mostra que a diferença entre o número total de quadradinhos cinzentos e o número total de quadradinhos às riscas é constante.

1.5. Escreve o termo geral da sequência do número total de quadradinhos.

Simplifica a expressão.

2. A Sofia também constrói sequências de figuras mas utiliza uma forma rectangular. Desenhou as seguintes figuras:

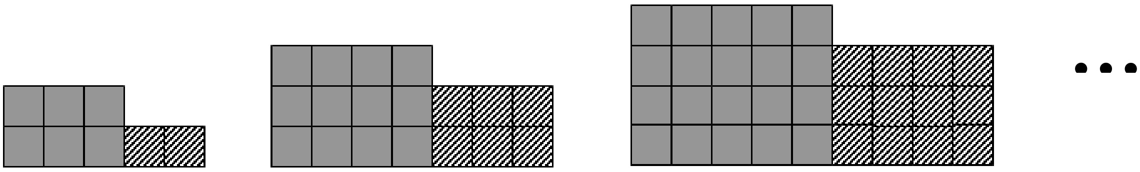


Figura 1 Figura 2 Figura 3

2.1. Calcula quantos quadradinhos às riscas e quantos quadradinhos cinzentos vai ter a figura 4?

2.2. Quantos quadradinhos às riscas vai ter a 9.ª figura? E quadradinhos cinzentos? Indica os cálculos que efectuaste.

2.3. Quantos quadradinhos cinzentos e quantos quadradinhos às riscas vai ter a figura de ordem ***n***?

2.4. Escreve na forma mais simplificada (sem o uso de parênteses);

- o termo geral da sequência de quadradinhos às riscas;
- o termo geral da sequência de quadradinhos cinzentos;
- o termo geral da sequência do número total de quadradinhos.

3. Simplifica as seguintes expressões algébricas transformando-as na forma de polinómio reduzido.

3.1. $2 + (2y-3) - 5y$

3.2. $x - (4-2x)$

3.3. $-x^2 - x + 3x^2$

3.4. $-5b\,(3b - b - 4)$

3.5. $(-2x^2 + 4+3x)\,x$

3.6. $(2a-1)\,(3a+2)$

3.7. $(x+2)\,(x^2 - 3x+2)$

4. Associa a cada um dos seguintes polinómios da **Coluna A** a sua factorização da **Coluna B**:

Coluna A	Coluna B
$2x+6$	x (3x–5)
$3x^2-5x$	x (5x–3)
x^2+2x	2 (x+3)
$5x-3x^2$	(x+2) x
$2x^2+x$	(3–5x) x
$-5x^2+3x$	4(1 –2x)
$4-8x$	x (2x +2)
	x (5 – 3x)
	x (2x + 1)

5. Factoriza cada um dos seguintes polinómios:

5.1. $20x-50x^2$

5.2. $3a^2+3a$

5.3. y^2-2y

5.4. $2x^3-7x^2+x$

Tarefa 4 – O quadrado de um binómio

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos tomem contacto com o desenvolvimento do quadrado de um binómio.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático: Operações com polinómios.

- Capacidades transversais:
  Raciocínio matemático: formulação de conjecturas.
  Comunicação matemática: interpretação, representação e discussão.
  Resolução de problemas: compreensão do problema, concepção, aplicação e justificação de estratégias.

- Conhecimentos prévios dos alunos:
  Determinar termos de uma sequência.
  Determinar o termo geral de uma sequência.
  Simplificar expressões algébricas muito simples.
  Noção de expressões algébricas equivalentes.
  Operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação.

- Aprendizagens visadas:
  Compreender e utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios.

- Cadeia: 4ª tarefa da sequência “Sequências e Equações – 8º ano”.

- Recursos: papel e lápis.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos.

- Notas para o professor:

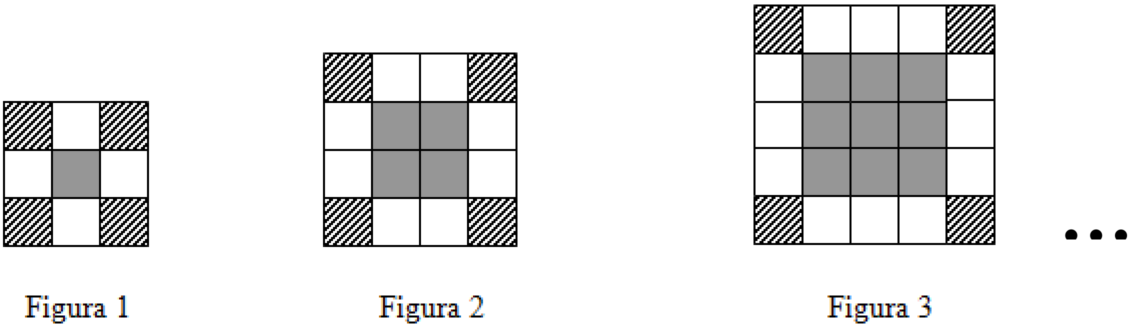
Esta tarefa surge, no oitavo ano, no seguimento da simplificação de expressões algébricas e pretende dar continuidade às operações com polinómios (neste caso, à multiplicação de dois binómios).
Durante a discussão final deve realçar-se que $(n+2)^2$ e n^2+4n+4 são expressões equivalentes. Com o trabalho em grupo e com a discussão gerada, pretende-se promover uma consciencialização de que podem desenvolver rapidamente a expressão que traduz o quadrado de um binómio através da “fórmula” $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ (observada em 3.3.). Ainda nesta situação, o professor deverá proporcionar o estudo do quadrado de uma diferença com a explicação de que $a-b=a+(-b)$.
Como trabalho para casa podem ser propostos exercícios que envolvam o quadrado de um binómio (quadrado de uma soma e quadrado de uma diferença).

Palavras chave: expressão algébrica, algebricamente, expressões algébricas equivalentes, binómio, quadrado de um binómio.

Tarefa 4 – O quadrado de um binómio

Desta vez o João decidiu construir a seguinte sequência de quadrados.

Observa as figuras.



1. Escreve os cinco primeiros termos das sequências:
   1.1. do número de quadradinhos brancos;
   1.2. do número de quadradinhos cinzentos;
   1.3. do número de quadradinhos às riscas.

2. Para a figura de ordem ***n*** escreve a expressão algébrica que traduz:
   2.1. o número de quadradinhos cinzentos;
   2.2. o número de quadradinhos brancos;
   2.3. o número de quadradinhos às riscas.

3. Observando a sequência de quadrados que o João construiu, pode-se contar o número total de quadradinhos por dois processos:

1.º - pela soma de quadrados brancos, cinzentos e às riscas;

2.º - pelo número de quadrículas por lado do quadrado.

3.1. Calcula, pelos dois processos indicados, o número total de quadradinhos da 8.ª figura.

3.2. Indica duas expressões algébricas equivalentes que sejam termos gerais da sequência do número total de quadradinhos.

3.3. Justifica algebricamente que as duas expressões são equivalentes.

Tarefa 5 – A diferença de quadrados

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos descubram, compreendam e utilizem o caso notável da multiplicação - diferença de quadrados.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático: Operações com polinómios.

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: formulação e demonstração de conjecturas.
  Comunicação matemática: interpretação, representação e discussão.
  Resolução de problemas: compreensão do problema, concepção, aplicação e justificação de estratégias.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Usar o caso notável da multiplicação quadrado de um binómio.

- Aprendizagens visadas:

  Compreender e utilizar o caso notável da multiplicação - diferença de quadrados.

- Cadeia: 5ª tarefa da sequência "Sequências e Equações – 8º ano"

- Recursos: papel e lápis.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos.

- Notas para o professor:

  Esta tarefa pode ser usada como introdutória ao caso notável da multiplicação "diferença de quadrados" ou simplesmente de aplicação deste caso.
  Se o professor optar por usar esta tarefa como introdutória, salienta-se a importância dos alunos preencherem a coluna "segundo processo" respeitando a ordem dos factores (comprimento x largura ou largura x comprimento) para deste modo evitar possíveis dificuldades no preenchimento da última linha da tabela e facilitar a generalização. Também é importante que o preenchimento das 4ª e 5ª colunas não se centre no resultado em si mas sim no processo de obter este resultado de modo a facilitar a generalização e permitir retirar as conclusões pretendidas. Neste caso, o professor só deverá propor aos alunos a resolução da questão 2. após a discussão e sistematização dos resultados da questão 1.
  Cada professor, tendo em conta a realidade da sua turma, poderá propor para trabalho de casa mais exercícios para consolidação.

Palavras chave: polinómio reduzido, binómio, casos notáveis, quadrado de um binómio, diferença de quadrados

Tarefa 5 – A diferença de quadrados[3]

Entre as diversas construções de quadrados e quadradinhos, o João pintou um quadrado cinzento dentro de um quadrado branco e a Sofia construiu um rectângulo com o mesmo número de quadradinhos que ele deixou em branco.

Esta situação está ilustrada abaixo.

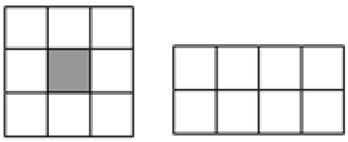


Figura A

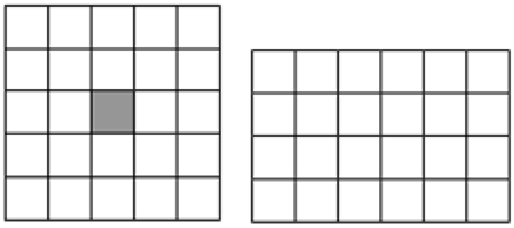


Figura B

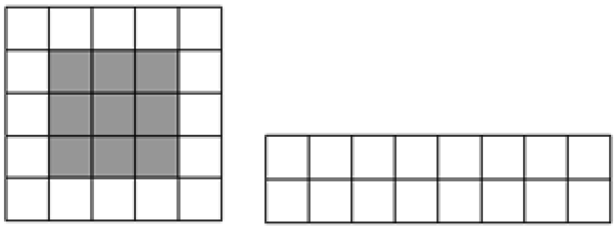


Figura C

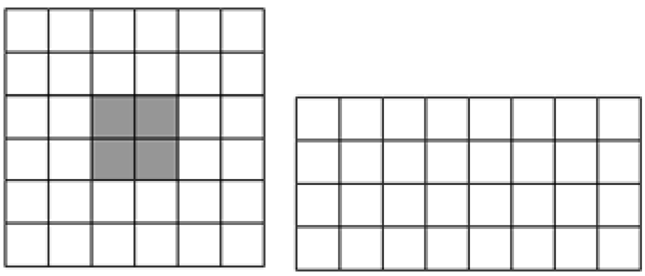


Figura D

1. A contagem do número total de quadradinhos brancos por dois processos:

1.ºProcesso - No quadrado, fazer diferença entre o número total de quadradinhos e o número de quadradinhos cinzentos;

2.ºProcesso - No rectângulo, multiplicar o número de quadradinhos do comprimento pelo número de quadradinhos da sua largura.

---

[3] Adaptado de: Ferrini-Mundy, J.; Lappan, G.; Phillips, E. (1997). Experiences with patterning. *Teaching Children Mathematics*, *3* (6), pp. 282-288.

1.1. A tabela seguinte sugere uma forma de organizar a contagem do número de quadradinhos brancos pelos dois processos. Completa-a.

Figura	Lado do quadrado grande	Lado do quadrado cinzento	Primeiro processo	Segundo processo
A	3	1	$3^2 - 1^2$	4×2
B				
C				
D				
qualquer	a	b		

1.2. Usando as expressões algébricas da tabela, determina, pelos dois processos, o número de quadradinhos brancos de:

a) um quadrado com 8 quadradinhos de lado e um quadrado cinzento no seu interior, com 2 quadradinhos de lado.

b) um quadrado com 9 quadradinhos de lado e um quadrado cinzento no seu interior com 5 quadradinhos de lado.

1.3. Mostra que $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

2. Usando os casos notáveis da multiplicação de binómios transforma cada expressão algébrica num polinómio reduzido.

2.1. $(x+5)(x-5)$

2.2. $(x+3)^2$

2.3. $(3a-7)(3a+7)$

2.4. $(2-5y)^2$

2.5. $\left(\frac{4}{5} - 3a\right)\left(\frac{4}{5} + 3a\right)$

2.6. $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2$

Tarefa 6 – Os truques do João

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos utilizem os casos notáveis da multiplicação de binómios tanto no cálculo numérico como na factorização de polinómios.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático: Operações com polinómios.

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: formular conjecturas.
  Comunicação matemática: interpretação, representação e discussão.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Compreender e usar os casos notáveis da multiplicação de binómios.

- Aprendizagens visadas:
  Utilização dos casos notáveis da multiplicação de binómios tanto no cálculo numérico como na factorização de polinómios.

- Cadeia: 6ª tarefa da sequência "Sequências e Equações – 8º ano".

- Recursos: papel e lápis.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos.

- Notas para o professor:
  Esta tarefa tem como objectivo principal fazer com que os alunos percebam que a utilização dos casos notáveis da multiplicação de binómios facilita o cálculo numérico e que compreendam que os casos notáveis da multiplicação de binómios são úteis na sua factorização.
  A primeira parte desta tarefa (questão1) é centrada no cálculo numérico. Na segunda parte (questões 2 e 3) o objectivo é factorizar polinómios usando os casos notáveis da multiplicação.
  Para atingir os objectivos da questão 1. da tarefa os alunos não deverão utilizar a calculadora.
  Devido à resposta do João na questão 1.1., que conduz à igualdade 21=20+1, é de prever que em 1.3. alguns alunos queiram representar, por exemplo, 29 como 29=20+9. Apesar desta situação conduzir indubitavelmente a um resultado correcto, o cálculo mental será mais complexo e demorado. Convém que o professor esteja atento a esta possível ocorrência e mostre que os cálculos a fazer serão mais fáceis se fizerem 29=30-1.
  A resolução da questão 2 é preparatória para a resolução de equações do segundo grau usando a lei do anulamento do produto sendo por isso importante que seja feita uma discussão pormenorizada do processo de resolução dos alunos.

Palavras chave: binómio, casos notáveis, quadrado de um binómio, diferença de quadrados, factorização

Tarefa 6 – Os truques do João[4]

1. O João, no que toca a cálculo mental, está sempre disposto a explorar estratégias novas.

1.1. Depois de aprender os casos notáveis da multiplicação de binómios, o João afirmou que, em menos de 30 segundos, é capaz de calcular o quadrado de qualquer número menor do que 100 cujo algarismo das unidades é 1.

A Sofia perguntou-lhe quanto é 21 ao quadrado e ele, rapidamente, respondeu 441.

Questionado como conseguiu, respondeu que bastava "partir" o 21 em 20+1.

Qual foi o raciocínio do João para calcular 21^2?

1.2. Escolhe um número menor do que 100 cujo algarismo das unidades seja 1 e tenta calcular, em menos de 30 segundos, o seu quadrado.

1.3. Pensa numa estratégia para calcular o quadrado de um número menor do que 100, cujo algarismo das unidades seja 9.

1.4. Escolhe um número menor do que 100 cujo algarismo das unidades seja 9 e tenta calcular, em menos de 30 segundos, o seu quadrado.

1.5. Usa os casos notáveis da multiplicação de binómios para calcular os seguintes quadrados:

14^2 $\quad$ 25^2 $\quad$ 33^2 $\quad$ 87^2

Nota: Indica os cálculos que efectuares.

2. **A Sofia diz que, usando um dos casos notáveis da multiplicação de binómios, consegue transformar a expressão** $(x+3)^2 - 4$ no seguinte produto $(x+5) \times (x+1)$.

Questionada como procedeu, a Sofia explicou que bastava ter em atenção que $4 = 2^2$.

2.1. Qual foi o raciocínio da Sofia para dizer que $(x+3)^2 - 4 = (x+5) \times (x+1)$?

[4] Inspirado na tarefa, *Os Truques do Jeremias* – Acção de Formação *Orientação e desenvolvimento de projectos educativos em Matemática III* - 1º Módulo, Vieira de Leiria, Fevereiro de 2009

2.2. Usando a estratégia da Sofia, factoriza (transforma num produto) as expressões algébricas seguintes:

a) $(x-1)^2 - 4$

b) $(x+2)^2 - 9$

c) $(x-3)^2 - 25$

3. Factoriza as seguintes expressões propostas pela Sofia:

3.1. $x^2 - 10x + 25$

3.2. $x^2 + 4x + 4$

3.3. $36 - 12x + x^2$

3.4. $9x^2 + 24x + 16$

3.5. $49x^2 - 14x + 1$

Tarefa 7 – Equações do 2º grau a uma incógnita
Lei do anulamento do produto

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos resolvam equações de segundo grau usando a decomposição em factores e a lei do anulamento do produto.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático: Equações do segundo grau a uma incógnita incompletas.

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: formulação e teste de conjecturas.
  Comunicação matemática: interpretação e discussão.
  Resolução de problemas: compreensão do problema, concepção, aplicação e justificação de estratégias.

- Conhecimentos prévios dos alunos:
  Casos notáveis da multiplicação de binómios;
  Factorização de polinómios.
  Equações do 1º grau a uma incógnita.

- Aprendizagens visadas:

  Resolver equações do 2.º grau utilizando a decomposição de polinómios em factores e a lei do anulamento do produto.

- Cadeia: 7ª tarefa da sequência “Sequências e Equações – 8º ano”.

- Recursos: papel e lápis.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos.

- Notas para o professor:

  Nesta tarefa, na resolução dos dois problemas propostos surgem equações dos 2.º grau a uma incógnita. A questão 1. está formulada de forma a que a equação que traduz o problema se resolva usando a factorização de polinómios e a lei do anulamento do produto.
  Na discussão da resolução da questão 1., a lei do anulamento do produto deve ser encarada como um processo de resolução de algumas equações do 2º grau a uma incógnita.
  Na questão 2. propõe-se um conjunto de equações do 2º grau do tipo $ax^2 + bx = 0$, para resolver. O professor deve decidir a quantidade e o tipo de equações a resolver tendo em conta as dificuldades dos alunos. É conveniente que haja alguns momentos de discussão com toda a turma de forma a clarificar as diferentes resoluções.

Palavras chave: equação, equação do segundo grau, casos notáveis, raiz quadrada, factorização, lei do anulamento do produto.

Tarefa 7 – Equações do 2º grau a uma incógnita
Lei do anulamento do produto

Lei do anulamento do produto

Um produto é nulo quando pelo menos um dos factores é igual a zero.

$A \times B = 0$ então $A = 0$ ou $B = 0$

1. Para cada um dos problemas seguintes:
   1.1. Escreve uma equação que o traduza.
   1.2. Escreve a equação na forma canónica (equação equivalente à dada em que um dos membros é um polinómio reduzido e ordenado e outro membro é zero).
   1.3. Factoriza o polinómio que obtiveste
   1.4. Resolve a equação, aplicando a lei do anulamento do produto.
   1.5. Discute as soluções obtidas no contexto do problema.

A uma equação escrita da forma $ax^2 + bx + c = 0$ diz-se escrita na forma canónica.

Por exemplo a equação $2x^2 - 5x + 1 = 0$ está escrita na forma canónica.

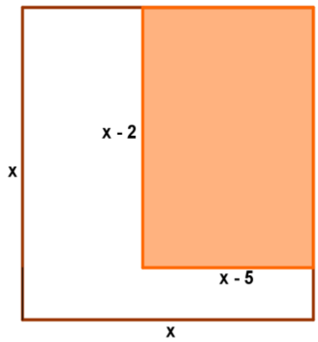
Problema 1

Descobre o valor de x de modo que a área do rectângulo seja igual à área do quadrado.

Problema 2

Se diminuirmos os lados de um quadrado em 2 e 5 unidades, como mostra a figura, obteremos um rectângulo cuja área é igual a 10 unidades de área.

Quanto mede o lado do quadrado inicial?



2. Resolve as seguintes equações:

2.1. $2x^2 - 50x = 0$

2.2. $3a - a^2 = a$

2.3. $(x-4)\,(x-5) = 0$

2.4. $2x\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$

2.5. $3x^2 + 12x = 0$

2.6. $(x-1)\,(x-2)\,(x-3) = 0$

Tarefa 8 – Problemas e equações do 2º grau a uma incógnita

- Com esta tarefa pretende-se que, para além dos alunos resolverem problemas e equações de segundo grau se confrontem, pela primeira vez, com equações do tipo $x^2 = a$.

- Tema matemático: Álgebra

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Equações

- Subtópico matemático:
  Equações do segundo grau a uma incógnita incompletas.

- Capacidades transversais:
  Raciocínio matemático: argumentação.
  Comunicação matemática: interpretação e discussão.
  Resolução de problemas: compreensão do problema, concepção, aplicação e justificação de estratégias.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Interpretação de sequências numéricas.
  Casos notáveis da multiplicação de binómios.
  Factorização de polinómios.
  Equações do 1º grau a uma incógnita.
  Resolução de equações do 2º grau a uma incógnita pela factorização de polinómios e pela lei do anulamento do produto.

- Aprendizagens visadas:
  Resolver equações do 2.º grau.
  Resolver problemas.

- Cadeia: 8ª tarefa da sequência "Sequências e Equações – 8º ano".

- Recursos: papel e lápis.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos.

- Notas para o professor:

  Nesta tarefa os alunos vão aplicar os conhecimentos da resolução de equações do segundo grau à resolução de problemas. Durante a discussão das questões 1, 2 e 3, o professor deve salientar a existência de soluções da equação que não são soluções do problema.
  O professor pode optar por propor aos alunos a resolução das questões por uma ordem diferente da apresentada e, caso sinta necessário, poderá propor outros exercícios e problemas que poderão ser encontrados no manual escolar.

Palavras chave: equação, equação do segundo grau, casos notáveis, raiz quadrada, factorização; lei do anulamento do produto.

Tarefa 8 – Problemas e equações do 2º grau a uma incógnita

1. Uma das sequências de quadradinhos que o João construiu foi a seguinte:

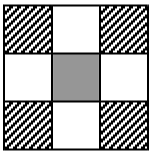


Figura 1

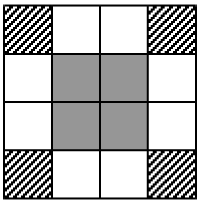


Figura 2

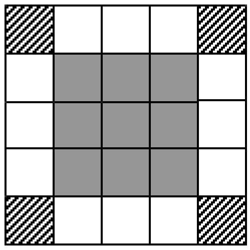


Figura 3

…

1.1. Escreve o termo geral da sequência do número total de quadradinhos cinzentos.

1.2. Qual é o número da figura que tem 64 quadradinhos cinzentos?

1.3. Neste contexto, o que permite determinar a equação $n^2 = 81$? Resolve-a.

1.4. Será que existe alguma figura com 500 quadradinhos cinzentos? Justifica.

1.5. O que permite determinar a equação $(n+2)^2 = 49$?A Sofia fez uso da lei do anulamento do produto para resolver a equação $(n+2)^2 = 49$. Resolve a equação como a Sofia.

1.7. O João resolveu a equação anterior usando apenas a noção de raiz quadrada.

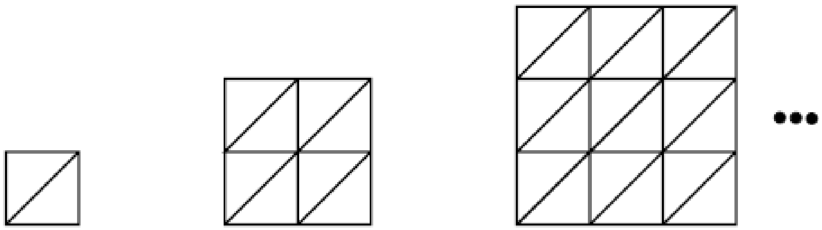
Resolve a equação pelo processo do João.

2. Um rectângulo tem área e perímetro de igual valor numérico e o comprimento é o dobro da largura.

2.1. Escreve uma equação que traduza a situação anterior.

2.2. Resolve a equação e indica as dimensões do rectângulo.

3. Construiu-se a seguinte sequência de quadrados formados por triângulos geometricamente iguais.



1.ª construção 2.ª construção 3.ª construção

3.1. Quantos triângulos são usados para fazer a 5ª construção?

3.2. Escreve o termo geral da sequência do número de triângulos usados na construção.

3.3. Qual é a construção que tem 242 triângulos? Justifica a resposta.

3.4. Existe alguma construção feita com 1000 triângulos? Justifica a resposta.

(Adaptado Teste Intermédio de Matemática – 9º Ano – Fevereiro 2010)