Trigonometria no triângulo rectângulo

Proposta de sequência de tarefas para o 9.º ano - 3.º ciclo

Julho de 2011

Autores: Professores das turmas piloto do 9º ano de escolaridade

Ano Lectivo 2010 / 2011

Índice

Introdução

Tópico:

- Trigonometria no triângulo rectângulo.

De acordo com o programa, neste tópico pretende-se que os alunos desenvolvam capacidades para resolver problemas em contextos trigonométricos e ampliem o estudo de figuras no plano.

Nesta sequência, as tarefas de investigação/exploração e de demonstração estão encadeadas com outras mais rotineiras e de resolução de problemas que permitem a aplicação e consolidação de conceitos.

As tarefas exploratórias e de investigação em ambientes de geometria dinâmica ou utilizando instrumentos de medição, permitem que os alunos elaborem estratégias e desenvolvam conjecturas que lhes permitam compreender e discutir as relações entre as razões das medidas dos lados de um triângulo rectângulo.

As relações entre as razões trigonométricas, numa fase final do ciclo, constitui mais uma oportunidade para os alunos demonstrarem propriedades e compreenderem o que é uma demonstração.

Este tópico propicia a aplicação da Matemática em contextos reais, nomeadamente na determinação de distâncias a locais inacessíveis, sendo a calculadora uma ferramenta imprescindível na sua resolução.

A resolução dos problemas por mais do que um processo favorece a discussão e confronto de ideias enriquecendo o trabalho desenvolvido.

De acordo com o percurso definido, esta sequência de tarefas surge no final do 3.º Ciclo, pelo que, a última tarefa contém problemas que exploram conexões entre este tópico e os outros tópicos trabalhados.

" Trigonometria no triângulo rectângulo"

Proposta de planificação:

<table>
<tr><th>Blocos previstos</th><th>Tópicos</th><th>Objectivos específicos</th><th>Notas</th><th>Tarefas</th><th>Instrumentos</th></tr>
<tr><td rowspan="5">7</td><td rowspan="3">Razões trigonométricas de ângulos agudos</td><td rowspan="3">✓ Identificar o seno, o co-seno e a tangente de um ângulo agudo dado como razões obtidas a partir de elementos de um triângulo rectângulo.</td><td rowspan="3">-Propor a determinação das razões trigonométricas de um dado ângulo agudo por construção geométrica, recorrendo à calculadora ou conhecida uma razão trigonométrica do mesmo ângulo.</td><td>Tarefa 1A e Tarefa 1B
Razões trigonométricas</td><td>AGD/ Papel e Lápis</td></tr>
<tr><td>Tarefa 2
A trigonometria e a calculadora</td><td>Papel e Lápis
Calculadora
Instrumentos de medição e desenho</td></tr>
<tr><td>Tarefa 3
Distâncias inacessíveis</td><td>Papel e lápis
Quadrante
Calculadora</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Relação entre razões trigonométricas</td><td rowspan="2">✓ Estabelecer relações trigonométricas básicas entre o seno, o co-seno e a tangente de um ângulo agudo.
✓ Resolver problemas utilizando razões trigonométricas em contextos variados.</td><td rowspan="2">A partir das respectivas definições, estabelecer as relações trigonométricas $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ e $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
Propor a determinação de distâncias a locais inacessíveis (como a largura de um rio num certo troço ou a altura de um edifício).</td><td>Tarefa 4
Relações trigonométricas</td><td>Papel e Lápis
Calculadora</td></tr>
<tr><td>Tarefa 5
Trigonometria e conexões</td><td>Papel e Lápis</td></tr>
<tr><td colspan="6">A realização de outras tarefas de consolidação fica ao critério de cada professor, tendo em conta as características dos seus alunos.</td></tr>
</table>

Tarefa 1A – Razões trigonométricas (AGD)

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos reconheçam as razões trigonométricas, como razões invariantes em triângulos rectângulos semelhantes.

- Tema matemático: Geometria

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Trigonometria no triângulo rectângulo

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: formulação, teste e demonstração de conjecturas.

  Comunicação matemática: discussão de resultados, processos e ideias matemáticas.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Critérios de semelhança de triângulos

- Aprendizagens visadas:

  Identificação do seno, do co-seno e da tangente de um ângulo agudo dado como razões obtidas a partir de elementos de um triângulo rectângulo.

- Cadeia: 1.ª tarefa da sequência “ Trigonometria no triângulo rectângulo – 9º ano”

- Recursos: Computadores com software de geometria dinâmica.

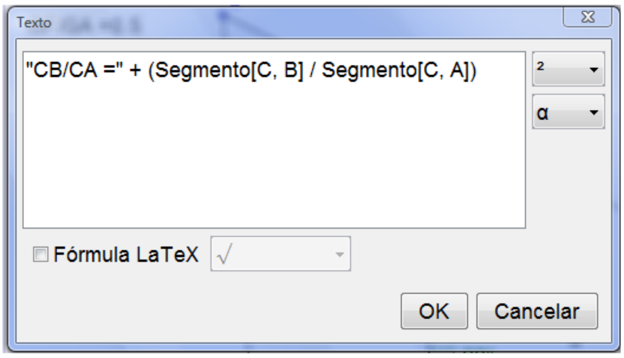
- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos

- Notas para o professor

  A exploração desta tarefa deve ser feita em pequenos grupos de trabalho e, no final, o professor deve organizar uma discussão com toda a turma com vista a que os diferentes grupos apresentem os seus resultados. Nesta discussão, é conveniente que o professor organize as conclusões dos alunos numa síntese, definindo as razões trigonométricas de um ângulo agudo.

  Na questão 1, é fundamental que o professor se certifique que os alunos estão a construir uma figura idêntica à dada e o fazem de uma forma robusta garantindo que os segmentos de recta CB, DE e FG são perpendiculares à semi-recta AB.

  No preenchimento da tabela da questão 4, o professor pode dar indicações aos alunos para efectuarem os cálculos com a calculadora ou com a folha de cálculo do Geogebra. Outra estratégia poderá passar pelo uso da ferramenta “Caixa de Texto” com as instruções indicadas na figura abaixo de modo a facilitar a visualização dos cálculos e agilizar o preenchimento da tabela.



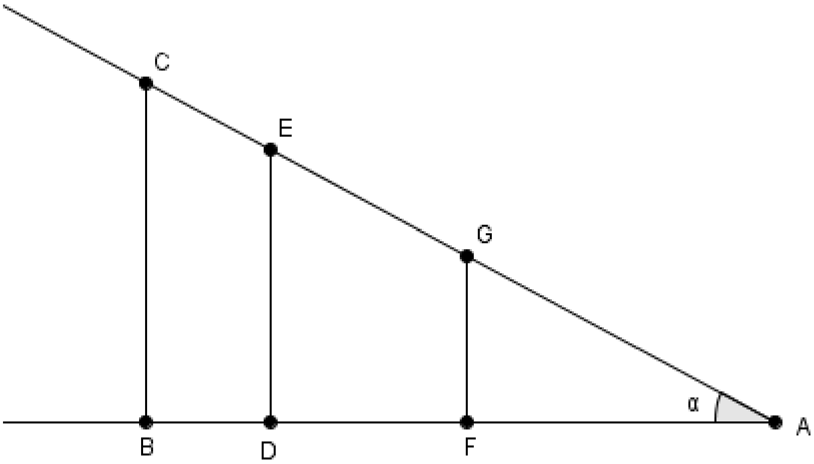
Deve discutir-se com os alunos o facto de as razões solicitadas poderem não ser exactamente iguais, porque resultam de medições e cálculos aproximados.
Na discussão com toda a turma, deve ficar claro que as razões entre as medidas dos lados dos triângulos rectângulos, com ângulos correspondentes congruentes, são iguais porque se tratam de triângulos semelhantes e qual o critério de semelhança de triângulos que permite tirar esta conclusão.

- Palavras chave: razões trigonométricas; seno; co-seno; tangente; triângulo rectângulo.

Tarefa 1A – Razões trigonométricas (AGD)

Utiliza o geogebra para responder às seguintes questões:

1. Constrói a figura abaixo, tendo em conta que CB, ED e GF são perpendiculares a BA.



2. Quantos triângulos rectângulos estão representados na figura?

3. Mede o comprimento dos lados dos diferentes triângulos.

4. Com base na construção que fizeste no geogebra:

a) Completa a primeira linha da tabela seguinte (lê a nota no final da tarefa)

b) Altera a figura de modo a que o ângulo agudo α tenha uma amplitude diferente e completa as restantes linhas.

α	$\frac{CB}{AB}$	$\frac{ED}{AD}$	$\frac{GF}{AF}$

c) Tira conclusões a partir da análise dos resultados que registaste na tabela.

d) Preenche as duas tabelas seguintes usando o mesmo processo da tabela anterior.

α	$\frac{CB}{CA}$	$\frac{ED}{EA}$	$\frac{GF}{GA}$

α	$\frac{BA}{CA}$	$\frac{DA}{EA}$	$\frac{FA}{GA}$

e) Tira conclusões a partir da análise dos resultados que registaste nas tabelas.

f) Procura justificações para as conclusões que tiraste.

Tarefa 1B – Razões trigonométricas (PL)

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos reconheçam as razões trigonométricas, como razões invariantes em triângulos rectângulos semelhantes.
- Tema matemático: Geometria
- Nível de ensino: 3º ciclo
- Tópico matemático: Trigonometria no triângulo rectângulo
- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: formulação, teste e demonstração de conjecturas; compreender o papel das definições em matemática; distinguir uma argumentação informal de uma demonstração.

  Comunicação matemática: discussão de resultados, processos e ideias matemáticas.
- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Critérios de semelhança de triângulos
- Aprendizagens visadas:

  Identificação do seno, do co-seno e da tangente de um ângulo agudo dado como razões obtidas a partir de elementos de um triângulo rectângulo.
- Cadeia: 1.ª tarefa da sequência “ Trigonometria no triângulo rectângulo – 9º ano”
- Recursos: régua graduada e calculadora.
- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos
- Notas para o professor

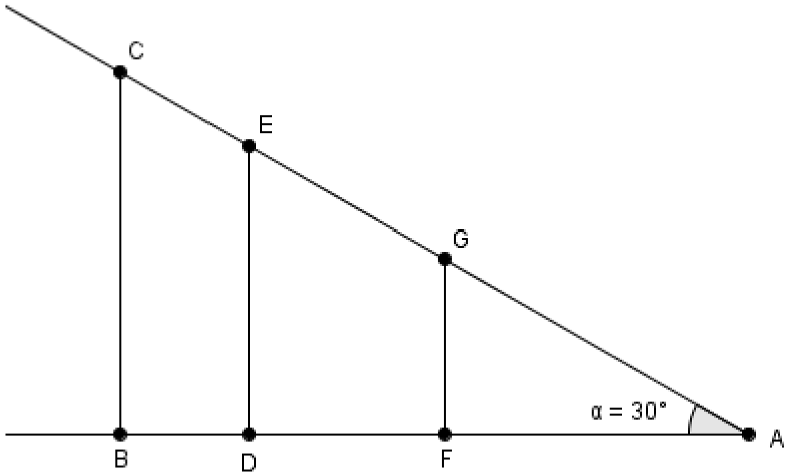
  A exploração desta tarefa deve ser feita em pequenos grupos de trabalho e, no final, o professor deve organizar uma discussão com toda a turma com vista a que os diferentes grupos apresentem os seus resultados. Nesta discussão, é conveniente que o professor organize as conclusões dos alunos numa síntese, definindo as razões trigonométricas de um ângulo agudo.
  Deve discutir-se com os alunos o facto de as razões solicitadas poderem não ser exactamente iguais, porque resultam de medições e cálculos aproximados.
  Na discussão com toda a turma, deve ficar claro que as razões entre as medidas dos lados de triângulos rectângulos, com ângulos correspondentes congruentes, são iguais porque se tratam de triângulos semelhantes e qual o critério de semelhança de triângulos que permite tirar esta conclusão.

  - Palavras chave: razões trigonométricas; seno; co-seno; tangente; triângulo rectângulo.

Tarefa 1B – Razões trigonométricas (PL)

Utiliza instrumentos de medição e desenho para responder às seguintes questões:

1. Observa a figura abaixo, em que CB, ED e GF são perpendiculares a BA.



1.1. Quantos triângulos rectângulos estão representados na figura?

1.2. Mede o comprimento dos lados dos diferentes triângulos e regista-os.

1.3. Com base nas medidas que registaste completa a tabela seguinte. Usa valores aproximados às décimas.

$\alpha = 30°$	Triângulo ABC	Triângulo ADE	Triângulo AFG
$\frac{\text{comprimento do cateto oposto a } \alpha}{\text{comprimento do cateto adjacente a } \alpha}$	$\frac{CB}{AB} =$		
$\frac{\text{comprimento do cateto oposto a } \alpha}{\text{comprimento da hipótenusa}}$			
$\frac{\text{comprimento do cateto adjacente a } \alpha}{\text{comprimento da hipótenusa}}$			

2. Tira conclusões a partir da análise dos resultados que registaste na tabela.

3. Será que as conclusões que tiraste se verificam para outros valores de α? Justifica.

Tarefa 2 “ Trigonometria e calculadora”

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos apliquem as razões trigonométricas na determinação de lados e de ângulos em triângulos rectângulos.
- Tema matemático: Geometria
- Nível de ensino: 3º ciclo
- Tópico matemático: Trigonometria no triângulo rectângulo
- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: Seleccionar e usar vários tipos de raciocínio.

  Comunicação matemática: discussão de resultados, processos e ideias matemáticas.

  Resolução de problemas: Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema; Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Teorema de Pitágoras

  Razões trigonométricas de um ângulo agudo

- Aprendizagens visadas:

  Determinação das razões trigonométricas de um dado ângulo agudo por construção geométrica, recorrendo à calculadora ou conhecida uma razão trigonométrica do mesmo ângulo.

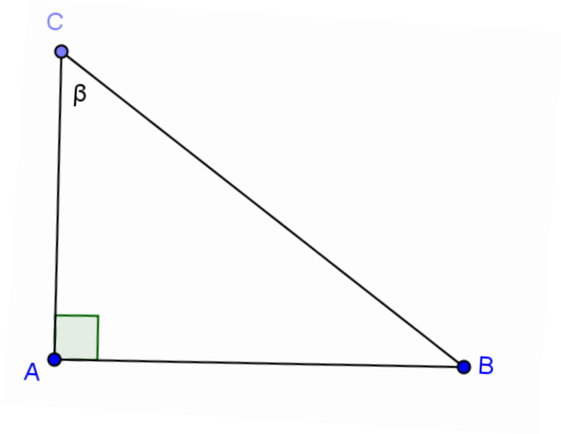
- Cadeia: 2.ª tarefa da sequência “ Trigonometria no triângulo rectângulo – 9º ano”
- Recursos: régua graduada, transferidor e calculadora.
- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos
- Notas para o professor

  No início da aula, o professor deve propor aos alunos a resolução dos problemas1, 2 e 3. Quando a generalidade dos alunos tiver concluído esta parte da tarefa, o professor deve dinamizar a discussão dos resultados obtidos. Após esta discussão, propõe-se que o professor questione os alunos sobre a forma de calcular a amplitude do ângulo α da questão 3 (sem recurso ao transferidor) com vista à aprendizagem deste procedimento com a calculadora.
  Seguidamente, os alunos resolvem as restantes questões da tarefa devendo, no final, apresentar os resultados obtidos e os processos utilizados.

  - Palavras chave: razões trigonométricas; seno; co-seno; tangente; triângulo rectângulo.

Tarefa 2 " Trigonometria e calculadora"

1. Usando uma régua graduada, mede o comprimento dos lados do triângulo ABC e calcula as razões trigonométricas do ângulo β com uma aproximação às décimas.



2. A Maria esqueceu-se da sua calculadora na escola.

Para fazer os trabalhos de casa, precisava de saber o valor de sen 30º.

Com a ajuda de uma régua e de um transferidor, a Maria desenhou um triângulo e determinou aquele valor.

Seguindo os mesmos passos da Maria, determina um valor aproximado às décimas de sen 30º

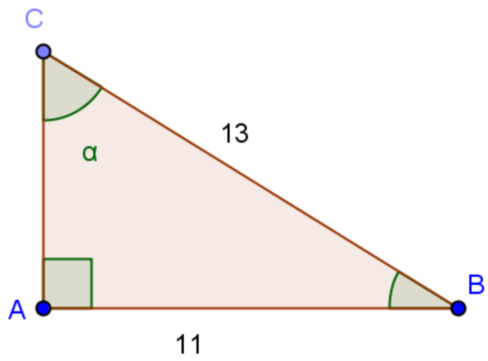
3. Na figura está representado o triângulo rectângulo ABC.

Calcula o valor exacto:

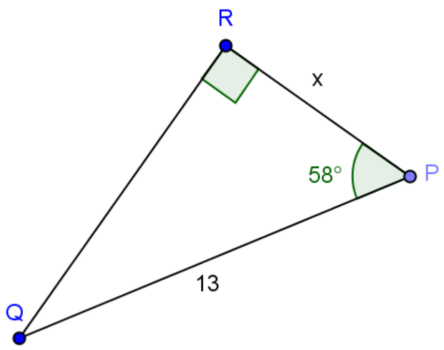
3.1. sen α

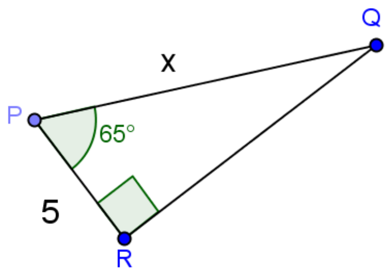
3.2. cos α

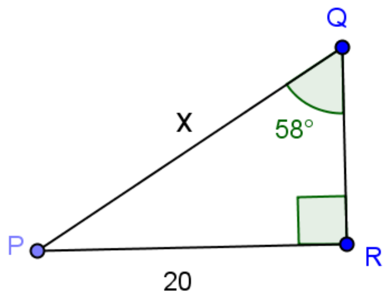
3.3. tg α

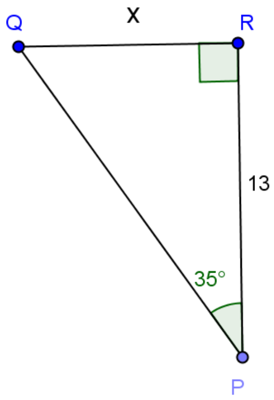


4. Fazendo uso da calculadora científica, determina o valor aproximado de x, a menos de 0,01, de cada um dos triângulos abaixo.



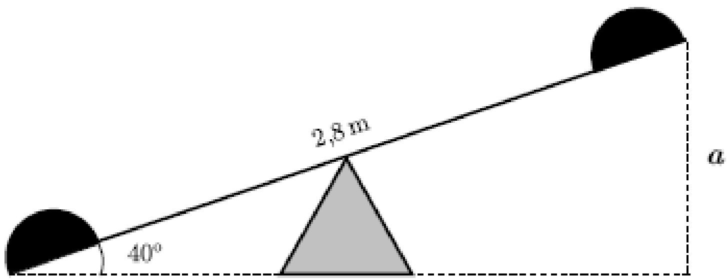






5. No jardim da família Coelho, encontra-se um balancé, com uma trave de 2,8 m de comprimento, como o representado na figura.

Quando uma das cadeiras está em baixo, a trave do balancé forma um ângulo de 40º com o solo, tal como mostra a figura.



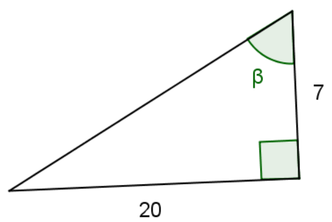
Determina, em metros, a altura máxima, ***a***, a que a outra cadeira pode estar.

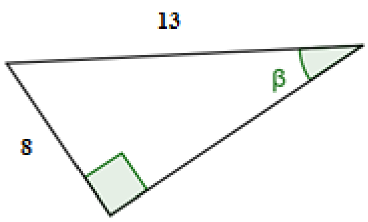
Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

Nota: Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

GAVE: Exame Nacional, 2009 2ª chamada

6. Para cada um dos triângulos determina a amplitude do ângulo β. Indica o valor aproximado às unidades.





Tarefa 3 " Distâncias inacessíveis"

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos apliquem as razões trigonométricas na determinação de distâncias inacessíveis em contexto real.
- Tema matemático: Geometria
- Nível de ensino: 3º ciclo
- Tópico matemático: Trigonometria no triângulo rectângulo
- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: Seleccionar e usar vários tipos de raciocínio.

  Comunicação matemática: discussão de resultados, processos e ideias matemáticas.

  Resolução de problemas: Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema; conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas.
- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Teorema de Pitágoras

  Razões trigonométricas de um ângulo agudo
- Aprendizagens visadas:

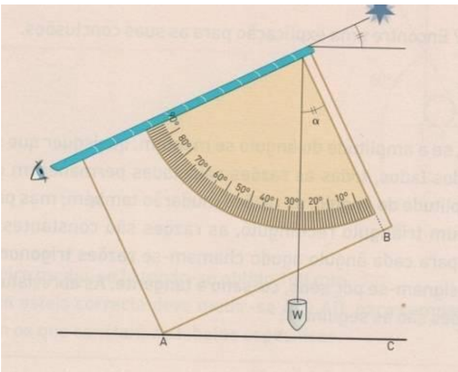
  Resolução de problemas usando razões trigonométricas.
- Cadeia: 3.ª tarefa da sequência " Trigonometria no triângulo rectângulo – 9º ano"
- Recursos: calculadora.
- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos
- Notas para o professor

  Numa aula prévia, o professor deve fornecer aos alunos os materiais anexos para a construção do quadrante e orientá-los na recolha dos dados necessários para resolver o problema 1.
  Durante a aula, os alunos devem explorar a tarefa em pequenos grupos de trabalho e, no final, o professor deve organizar uma apresentação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Palavras chave: razões trigonométricas; seno; co-seno; tangente; triângulo rectângulo.

Tarefa 3 " Distâncias inacessíveis"

1. Quadrante

O quadrante é um instrumento que permite medir a amplitude do ângulo formado pela horizontal e uma linha visual.



Usando um quadrante, uma fita métrica e os teus conhecimentos de trigonometria, determina a altura de um objecto inacessível que se encontre na tua escola.

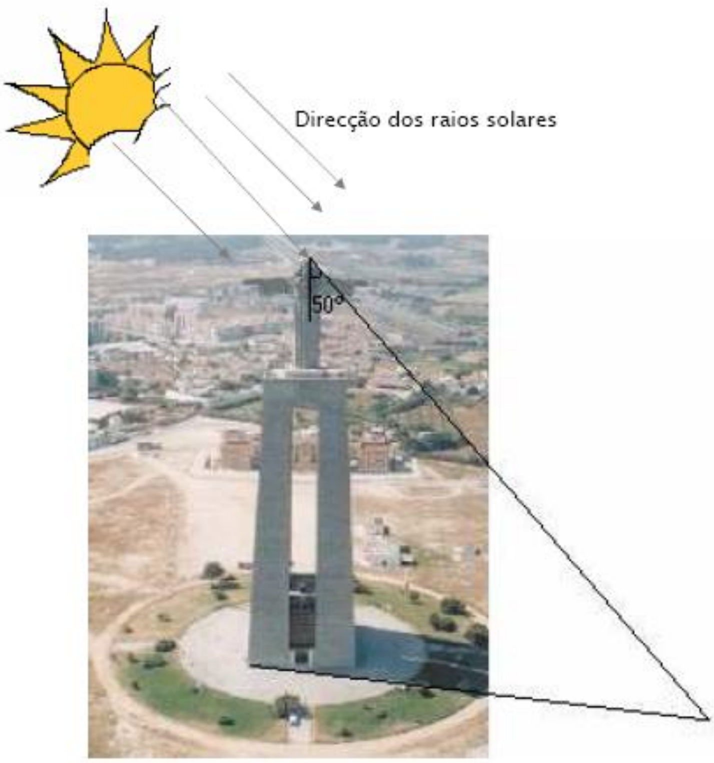
Nota: Faz um esboço dos dados que recolheste.

2. O monumento do Cristo Rei

O monumento do Cristo Rei foi inaugurado a 17 de Maio de 1959. É composto por um pedestal, com 82 m de altura, e pela estátua, com 28 m de altura.

2.1. No momento em que o sol incide na estátua, fazendo com ela um ângulo de 50º, quanto mede o comprimento da sombra do monumento?

2.2. Há momentos do dia em que a sombra de um objecto é igual à sua altura. Qual é amplitude do ângulo que os raios solares fazem com a estátua nos momentos referidos? Justifica a tua resposta.



GAVE: 1001 itens

3. Painéis solares

A figura 1 mostra um conjunto de painéis solares. Numa das estruturas de apoio de um desses painéis, imaginou-se um triângulo rectângulo.

A figura 2 é um esquema desse triângulo. O esquema não está desenhado à escala.

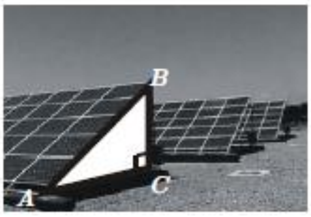


Figura 1

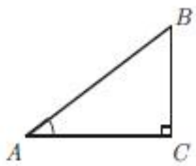


Figura 2

Relativamente ao triângulo rectângulo ABC, sabe-se que:

- A medida do segmento AB é 2,5m
- A medida do segmento BC é 1,7m

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo CAB?

Escreve o resultado arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: Nos cálculos intermédios, conserva duas casas decimais.

GAVE: Teste Intermédio 9.º Ano, Maio 2010

4. Escorrega

A mãe da Marta vai colocar dentro da piscina um escorrega como o representado na figura 3.

A figura 4 representa um esquema do escorrega da figura 3

Figura 3

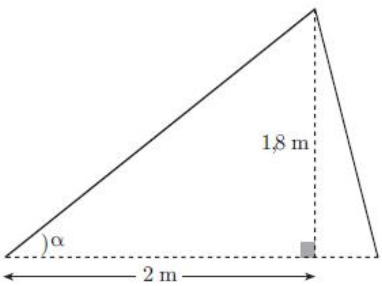


Figura 4

Qual é, em graus, a amplitude do ângulo α?

Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

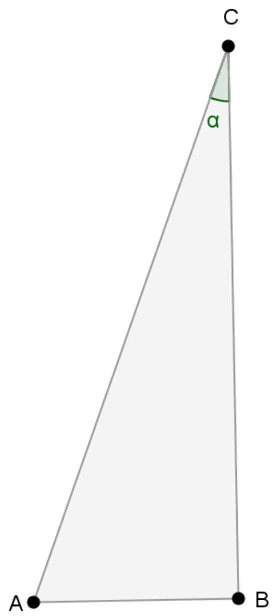
GAVE: Teste Intermédio 9.º Ano, Maio 2009

5. A grua

Na escola do Diogo instalaram uma grua no início das obras de remodelação.

Como o Diogo tinha feito um quadrante na aula de matemática, decidiu aplica-lo ali mesmo, pois a grua era tão alta que não conseguia imaginar quanto mediria.

Depois de medir o ângulo α com o quadrante, fez um esboço da situação para facilitar os seus cálculos.



- A medida de AB é 6m , distância a que ele se encontrava da grua quando mediu o ângulo.
- $\alpha = 9{,}7^{\circ}$.
- O segmento BC representa a grua.
- A altura do Diogo é igual à do suporte onde a grua está fixa.

Que cálculos tem o Diogo que fazer para saber qual é a altura da grua.

Folha anexa - Quadrante

Construção do quadrante

Material necessário:

- Um quadrado em cartolina (20 cm de lado).
- “Quadrante” – folha anexa.
- Uma palhinha de refresco.
- Uma linha.
- Uma agulha de coser.
- Uma argola em metal ou outro objecto que dê para ser preso pela linha e que exerça algum peso.
- Uma tesoura.

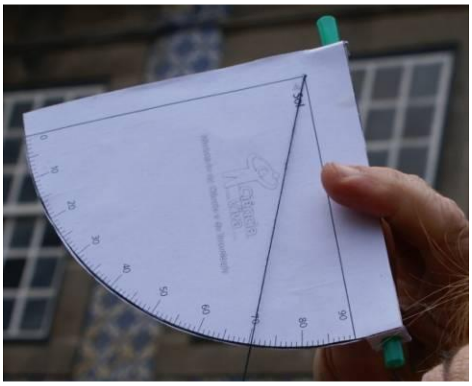
Recorta o quadrante e cola-o na cartolina. Recorta as quatro bolinhas pretas marcadas nas abas do quadrante.

Dobra as abas do quadrante e introduz uma palhinha de refresco pelos orifícios.

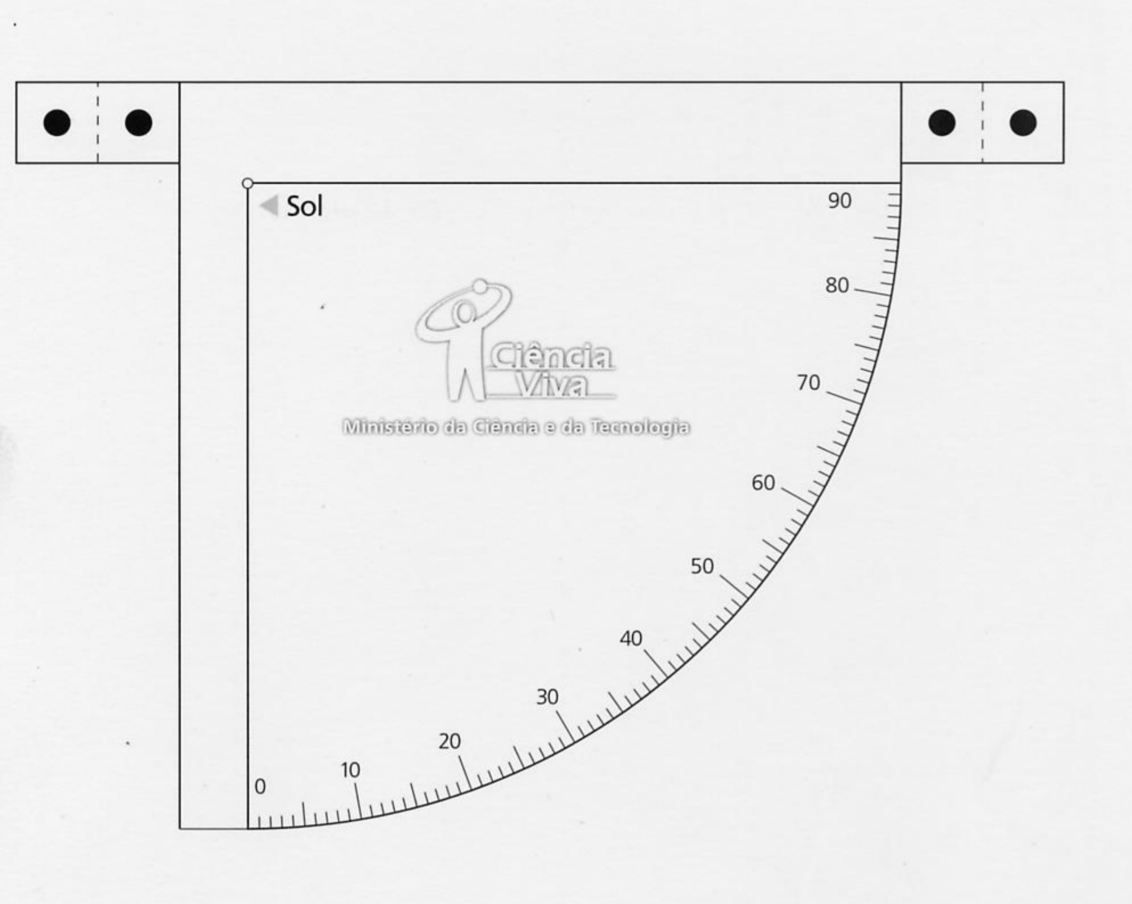
Com uma agulha faz passar uma linha de coser pela bolinha que está marcada no quadrante. Ata as duas pontas da linha, de modo que o quadrante passe pela argola de linha.

Prende um peso na linha de modo que esta fique esticada.

O teu quadrante deverá ter o seguinte aspecto.



Utiliza o quadrante para determinar a altura de um objecto (o mastro da tua escola, a altura de um edifício alto, a altura de uma árvore do jardim ou outro objecto cuja altura seja difícil de determinar).


Sol
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
Ciência Viva
Ministério da Ciência e da Tecnologia

Tarefa 4 - “ Relações Trigonométricas”

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos demonstrem a fórmula fundamental da trigonometria e relacionem as razões trigonométricas.
- Tema matemático: Geometria
- Nível de ensino: 3º ciclo
- Tópico matemático: Trigonometria no triângulo rectângulo
- Capacidades transversais:

  Resolução de problemas: Averiguar da possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução de um problema.

  Raciocínio matemático: Distinguir entre uma demonstração e um teste de uma conjectura e fazer demonstrações simples; Distinguir uma argumentação informal de uma demonstração.

  Comunicação matemática: discussão de resultados, processos e ideias matemáticas.

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Razões trigonométricas de um ângulo agudo;

  Simplificação de expressões algébricas;

  Regras operatórias das potências de expoente inteiro;

  Teorema de Pitágoras.

- Aprendizagens visadas:

  Estabelecimento de relações trigonométricas básicas entre o seno, o co-seno e a tangente de um ângulo agudo.

  A partir das respectivas definições, estabelecer as relações trigonométricas $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ e $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

- Cadeia: 4.ª tarefa da sequência “ Trigonometria no triângulo rectângulo – 9º ano”
- Recursos: Papel e lápis.
- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos

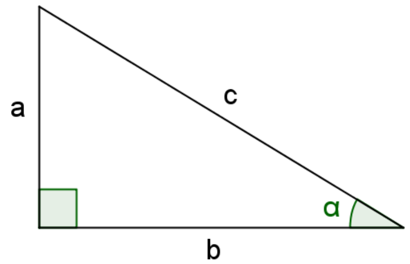
- Notas para o professor

No início da aula, o professor deve propor aos alunos a resolução das questões 1 e 2. Quando a generalidade dos alunos tiver concluído esta parte da tarefa, o professor deve dinamizar a discussão dos resultados obtidos. Após esta discussão, é conveniente que o professor organize as conclusões dos alunos, sintetizando as relações entre as razões trigonométricas. Caso alguns grupos particularizem os valores de a, b e c, esta situação pode ser aproveitada para se discutir a diferença entre testar uma conjectura e fazer uma demonstração.
Seguidamente, os alunos irão resolver as questões 3 e 4 em grupo por mais do que um processo, esperando-se que usem as fórmulas aprendidas na aula. Os alunos podem igualmente resolver as questões 3 e 4 usando o Teorema de Pitágoras e será pertinente que o professor discuta com os alunos a resolução com a calculadora, salientado que este processo só permite a obtenção de valores aproximados.

- Palavras chave: razões trigonométricas; seno; co-seno; tangente; triângulo rectângulo; fórmula fundamental da trigonometria; relação entre razões trigonométricas.

Tarefa 4 - " Relações Trigonométricas"

1. Na figura ao lado está representado um triângulo rectângulo.



1.1. Utilizando as letras da figura, preenche a tabela seguinte.

sen α	cos α	$(\text{sen } \alpha)^2$	$(\cos \alpha)^2$	$(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2$

1.2. Sabendo que, pelo Teorema de Pitágoras, $a^2 + b^2 = c^2$, simplificando a expressão algébrica da última coluna da tabela, demonstra a **Fórmula fundamental da trigonometria**.

$$\boxed{(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1}$$

2.

2.1. Tendo em conta também o triângulo rectângulo da questão 1, completa a tabela abaixo.

sen α	cos α	$\dfrac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha}$	tg α

2.2. Pela análise da tabela anterior estabelece uma relação entre as razões trigonométricas de um ângulo agudo.

3. Sabendo que $\text{sen } a = \frac{5}{13}$, calcula o valor exacto, por mais do que um processo, o valor de:

3.1. $\cos a$

3.2. $\text{tg } a$

4. Sabendo que $\cos b = \frac{1}{3}$ calcula o valor exacto de $\text{tg } b$.

Tarefa 5 – Trigonometria e conexões

- Com esta tarefa pretende-se que os alunos consolidem, ampliem e aprofundem o conhecimento matemático subjacente a este tópico e façam conexões com outros tópicos da Matemática.

- Tema matemático: Geometria

- Nível de ensino: 3º ciclo

- Tópico matemático: Trigonometria no triângulo rectângulo

- Capacidades transversais:

  Raciocínio matemático: Seleccionar e usar vários tipos de raciocínio.

  Comunicação matemática: discussão de resultados, processos e ideias matemáticas.

  Resolução de problemas: Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema; conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados

- Conhecimentos prévios dos alunos:

  Teorema de Pitágoras

  Razões trigonométricas de um ângulo agudo

  Áreas e volumes

  Propriedades da circunferência

  Posição relativa de rectas e planos

- Aprendizagens visadas:

  Resolução de problemas usando razões trigonométricas.

- Cadeia: 5.ª tarefa da sequência “ Trigonometria no triângulo rectângulo – 9º ano”

- Recursos: calculadora.

- Duração prevista: 1 bloco de 90 minutos

- Notas para o professor

Esta tarefa é constituída por exercícios e problemas relacionados com o tópico Trigonometria havendo alguns que apelam a conexões com outros tópicos da Matemática.

Desta tarefa, o professor deve escolher os exercícios e problemas que considere adequados à realidade da sua turma e ao tempo disponível. Por outro lado, poderá optar por exercícios e problemas similares do manual do aluno ou de outras fontes.

O professor deve deixar os alunos resolver a tarefa autonomamente, esclarecer dúvidas pontuais e sempre que seja oportuno deve fazer pontos de situação com toda a turma.

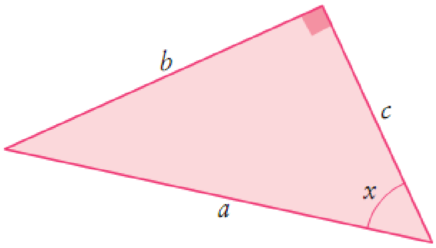
- Palavras chave: razões trigonométricas; seno; co-seno; tangente; triângulo rectângulo.

Tarefa 5 – Trigonometria e conexões

1. Na figura, está representado um triângulo rectângulo em que:

• a , b e c são as medidas de comprimento dos seus lados, em centímetros;

• *x* é a medida da amplitude de um dos seus ângulos agudos, em graus.



Apresentam-se a seguir quatro igualdades. Apenas uma está correcta. Qual?

(A) $\operatorname{sen} x = \frac{b}{a}$ **(B)** $\operatorname{sen} x = \frac{a}{b}$

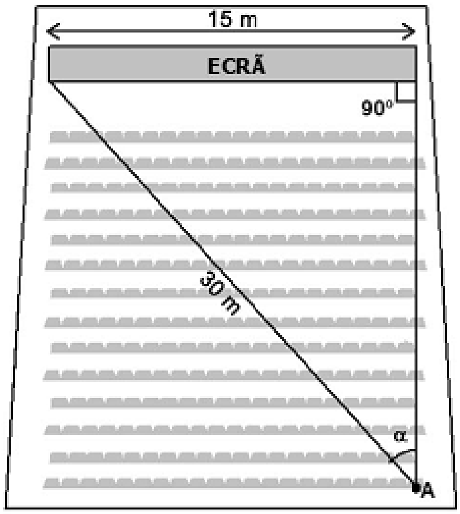
(C) $\operatorname{sen} x = \frac{b}{c}$ **(D)** $\operatorname{sen} x = \frac{c}{a}$

2. O sinal de trânsito representado na figura indica que se desce 10 metros por cada 100 metros na horizontal.

Faz um esquema que traduza a situação e determina a amplitude do ângulo que a estrada faz com a horizontal.

3. A figura representa uma sala de cinema. O João sentou-se no último lugar da última fila, assinalado, na figura, pelo ponto A. O ângulo de vértice A é o seu ângulo de visão para o ecrã. No cinema, as pessoas que se sentam no lugar em que o João está sentado devem ter um ângulo de visão de, pelo menos, 26º, sendo o ideal 36º, para que possam ter uma visão clara do filme. Tendo em atenção as medidas indicadas na figura, determina a amplitude do ângulo de visão do lugar do João.

Na tua resposta, apresenta os cálculos que efectuares e explica se a amplitude obtida permite uma visão clara do filme.



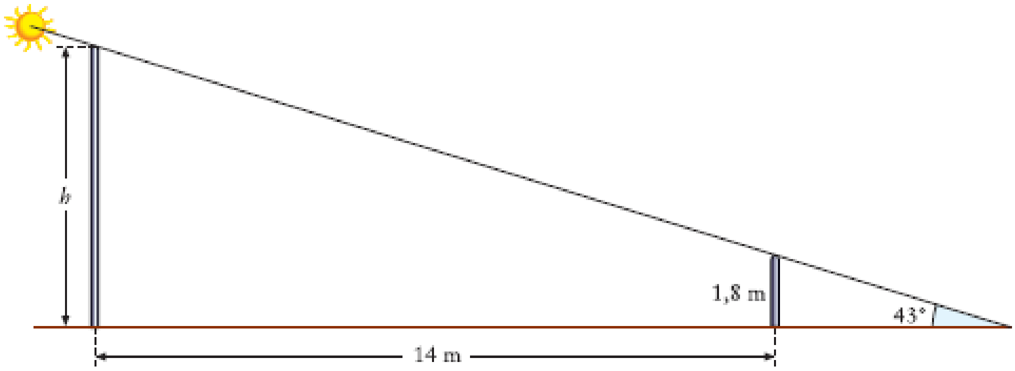
GAVE: Exame Nacional, 2008, 1.ª chamada

4. Para determinar a altura (*h*) de uma antena cilíndrica, o Paulo aplicou o que aprendeu nas aulas de Matemática, porque não conseguia chegar ao ponto mais alto dessa antena.

No momento em que a amplitude do ângulo que os raios solares faziam com o chão era de 43°, parte da sombra da antena estava projectada sobre um terreno irregular e, por isso, não podia ser medida.

Nesse instante, o Paulo colocou uma vara perpendicularmente ao chão, de forma que as extremidades das sombras da vara e da antena coincidissem. A vara, com 1,8 m de altura, estava a 14 m de distância da antena.

Na figura que se segue, que **não está desenhada à escala**, podes ver um esquema que pretende ilustrar a situação descrita.



Qual é a altura (*h*) da antena?

Na tua resposta, indica o resultado arredondado às unidades e a unidade de medida. Apresenta todos os cálculos que efectuares.

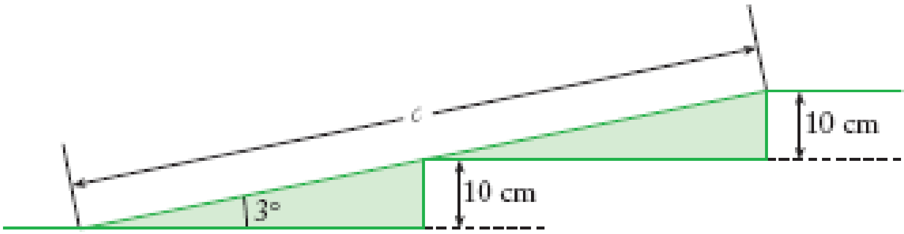
Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

GAVE: Exame Nacional, 2007, 2ªchamada

5. O acesso a uma das entradas da escola da Rita é feito por uma escada de dois degraus iguais, cada um deles com 10 cm de altura.

Com o objectivo de facilitar a entrada na escola a pessoas com mobilidade condicionada, foi construída uma rampa.

Para respeitar a legislação em vigor, esta rampa foi construída de modo a fazer com o solo um ângulo de 3° , como se pode ver no esquema que se segue (o esquema não está à escala).

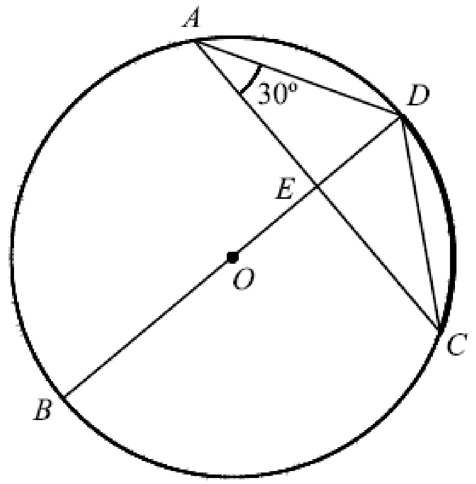


Determina, em metros, o comprimento, *c* , da rampa.

Indica o resultado arredondado às décimas e apresenta todos os cálculos que efectuares.

Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva quatro casas decimais.

GAVE: Exame Nacional, 2005, 1.ª chamada



6. Na figura, está representada uma circunferência, de centro O em que:

- A, B, C e D são pontos da circunferência;
- o segmento de recta BD é um diâmetro;
- E é o ponto de intersecção das rectas BD e AC;
- o triângulo ADE é rectângulo em E ;
- CAD =30°.

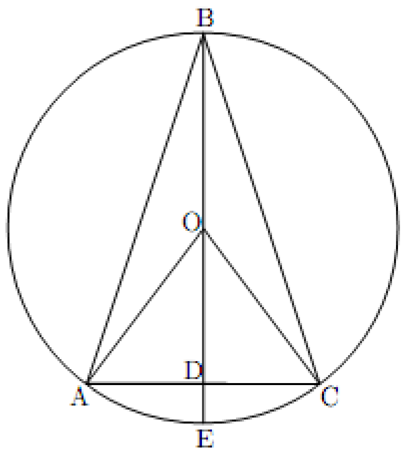
6.1. Qual é a amplitude, em graus, do arco CD (assinalado na figura a traço mais grosso)?

6.1. Sabendo que AD = 5, determina ED. Apresenta todos os cálculos que efectuares.

6.1. Sem efectuares medições, explica por que é que a seguinte afirmação é verdadeira.

«Os triângulos ADE e CDE são geometricamente iguais.»

GAVE: Exame Nacional, 2007, 1.ª chamada



7. Na figura ao lado, sabe-se que:

- O é o centro da circunferência;
- AB e BC são cordas geometricamente iguais;
- D é o ponto de intersecção do diâmetro EB com a corda AC.

Nota: A figura não está construída à escala.

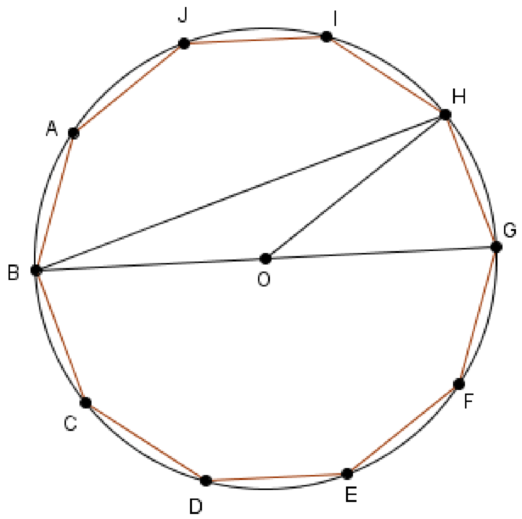
7.1. Qual é, em graus, a amplitude do arco AC, supondo que a amplitude do ângulo ABC é 28º?

7.2. Qual é, em centímetros, a medida do comprimento de [DE], supondo que AO=6,8cm e AC=6,4cm? Apresenta os cálculos que efectuares.

GAVE: Exame Nacional, 2009 1ª chamada

8. Na figura está representado um decágono regular (polígono de dez lados) inscrito numa circunferência de centro O.

- BG é um diâmetro da circunferência;
- OH é um raio da circunferência de comprimento 4cm.
- BH é uma corda da circunferência.



8.1. Qual é amplitude do ângulo GBH?

(A) 16º **(B)** 18º **(C)** 30º **(D)** 36º

8.2. Calcula a área do decágono. Indica a resposta com um valor aproximado às décimas.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

9. Os espigueiros são construções que servem para guardar cereais, ao mesmo tempo que os protegem da humidade e dos roedores. Por isso, são construídos sobre estacas (pés do espigueiro), de forma que não estejam em contacto directo com o solo. Se o terreno for inclinado, os pés do espigueiro assentam num degrau, para que o espigueiro fique na horizontal, como mostra a imagem (figura 1).

A figura 2 é um esquema do espigueiro da imagem. Neste esquema, estão também representados os seis pés do espigueiro, bem como o degrau no qual eles assentam.

Figura 1

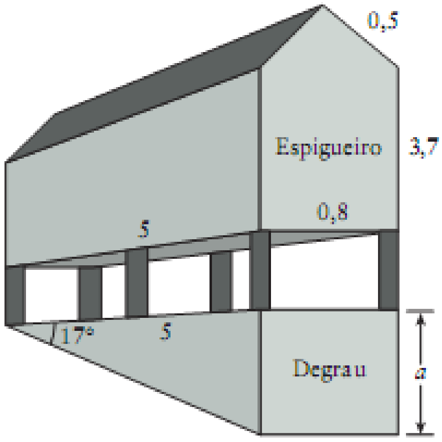


Figura 2

O esquema não está desenhado à escala. As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metros. As questões 9.1. e 9.2. referem-se a este esquema.

9.1. O degrau onde assentam os pés do espigueiro é um prisma triangular recto. As duas bases deste prisma são triângulos rectângulos.

Determina (em metros) a altura, ***a*** , do degrau.

Apresenta todos os cálculos que efectuares e indica o resultado, arredondado às décimas. Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva quatro casas decimais.

9.2. O espigueiro é um prisma pentagonal recto, cujas bases são pentágonos não regulares. Cada pentágono pode ser decomposto num rectângulo e num triângulo isósceles.

Determina (em metros cúbicos) o volume do espigueiro.

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

GAVE: Exame Nacional, 2005, 2.ª chamada

10. Na figura 1, podes observar uma rampa de pedra, cujo modelo geométrico é um prisma em que as faces laterais são rectângulos e as bases são triângulos rectângulos; esse prisma encontra-se representado na figura 2.

Sabe-se que, neste prisma de bases triangulares: AB=300cm , BC=250cm e BE=42cm.

Fig. 1

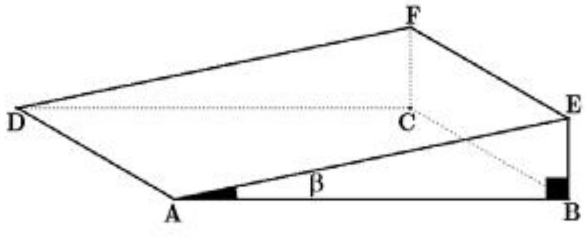


Fig. 2

10.1. Em relação à figura 2, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) O plano que contém a face ABE é perpendicular ao plano que contém a face AEFD.

(B) O plano que contém a face ABE é paralelo ao plano que contém a face AEFD.

(C) O plano que contém a face ABE é oblíquo ao plano que contém a face AEFD.

(D) O plano que contém a face ABE é coincidente com o plano que contém a face AEFD.

10.2. Calcula a amplitude, em graus, do ângulo β .

Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

10.3. Determina o volume do prisma representado na figura 2.

Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve a unidade de medida.

GAVE: Exame Nacional, 2008, 2.ª chamada

11. A figura 1 é a imagem de um monumento situado no centro de uma cidade. Todos os blocos desse monumento resultam de um corte de um prisma quadrangular recto. A figura 2 representa o modelo geométrico de um dos blocos do mesmo monumento.

Fig. 1

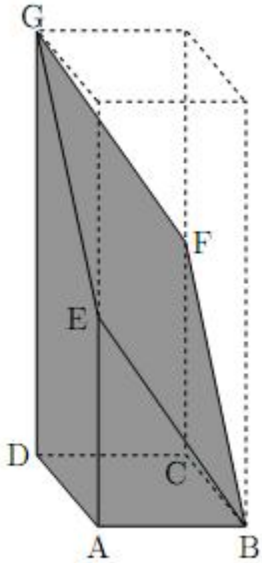


Fig. 2

11.1. Em relação à figura 2, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

Assinala a alternativa correcta.

(A) A recta EG é paralela ao plano que contém a face ABCD.

(B) A recta EG é perpendicular ao plano que contém a face ABCD.

(C) A recta FB é paralela ao plano que contém a face ADGE.

(D) A recta FB é perpendicular ao plano que contém a face ADGE.

11.2. Na figura 6, sabe-se que AB=2m e que AEB=35º.

Qual é, em metros, a medida do comprimento de EB?

Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

GAVE: Exame Nacional, 2009 1.ª chamada