

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PROGRAMA
MATEMÁTICA

*Plano
de Organização
do Ensino-Aprendizagem*

VOLUME II

ENSINO BÁSICO
3.º CICLO

ENSINO BÁSICO

3.º CICLO

**PROGRAMA DE
MATEMÁTICA**

**PLANO DE ORGANIZAÇÃO DO
ENSINO-APRENDIZAGEM**

VOLUME II

5.ª Edição

SUMÁRIO

● INTRODUÇÃO	5
● PLANO DE ORGANIZAÇÃO E SEQUÊNCIA DO ENSINO- -APRENDIZAGEM	7
● SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS	65

INTRODUÇÃO

O programa da disciplina de Matemática para o 3.º ciclo do ensino básico foi publicado no volume I — **Organização Curricular e Programas**. Aí se reúnem as suas componentes fundamentais, nomeadamente finalidades e objectivos, enunciados de conteúdos, linha metodológica geral e critérios de avaliação. Trata-se dos princípios básicos do programa e, pela sua natureza prescritiva, devem pautar obrigatoriamente o trabalho do professor.

O presente volume, constituído pelo *Plano de organização do ensino-aprendizagem* e por um conjunto de *sugestões bibliográficas*, tem uma natureza e uma função diferentes.

Dado o carácter de relativa abertura do programa, considerou-se útil complementá-lo com um conjunto de propostas de trabalho, que, embora sem função normativa, esclarecessem o professor sobre a articulação das várias componentes curriculares e lhe facilitassem as tarefas de planificação, quer a longo, quer a médio, quer mesmo a curto prazo. Tal não significa, obviamente, que se coarcte a liberdade do professor, a quem fica aberto, no que se refere à selecção das aprendizagens, um largo campo de decisão, em interacção com os alunos.

O professor entenderá o Plano de organização e sequência do ensino-aprendizagem como um conjunto de sugestões de trabalho e utilizá-lo-á com a necessária flexibilidade, respeitando embora as suas linhas gerais, na medida em que nestas se concretizam muitas das intenções básicas do programa.

Numa primeira parte, os conteúdos temáticos apresentam-se por ano, proporcionando ao professor uma visão global; segue-se um roteiro de unidades que indica como os temas se vão alternando e interligando, à medida que se desenvolvem.

Numa segunda parte, e de acordo com o roteiro proposto, apresentam-se, para cada unidade, objectivos específicos e observações/sugestões metodológicas que concretizam as opções tomadas a nível da orientação metodológica (volume I), indicando, em alguns casos, o nível de profundidade a atingir, sugerindo actividades, dando exemplos de situações a explorar...

Das sugestões dadas em cada unidade, o professor escolherá as que lhe pareçam mais oportunas e adequadas à turma e ao momento, tendo presentes os objectivos propostos. O conhecimento global do programa, não só do ano, como do ciclo, informará essa escolha, evitando a preocupação de esgotar todas as sugestões feitas, visto poder prever outras oportunidades para retomar conceitos e processos.

**PLANO DE ORGANIZAÇÃO
E SEQUÊNCIA DO ENSINO-APRENDIZAGEM**

GESTÃO DO PROGRAMA

Tal como já foi dito no volume 1, em cada ano, um tema não deve ser tratado de um só vez nem independentemente dos conteúdos dos outros temas. Por um lado a sua divisão em várias unidades torna-o mais flexível, permitindo diversas ligações e reabordagens do mesmo conceito em momentos diferentes; por outro, a interligação entre os conhecimentos possibilita uma visão dinâmica e integrada da disciplina.

Neste sentido, procurando atender da melhor maneira à progressão do aluno, propõe-se no roteiro de cada ano uma sequência de unidades que tem em conta factores tais como: gradação e alternância do tipo de dificuldades; alternância de unidades de carácter mais lúdico com outras exigindo maior esforço; extensão das unidades; momentos do ano lectivo em que serão leccionadas; sequência lógica dos conhecimentos; ligações relevantes entre unidades de temas diferentes; necessidade de retomar processos diversos em diversos momentos.

No entanto, o professor e o grupo disciplinar poderão adoptar uma outra sequência que considerem mais adequada face à realidade da sua escola.

O número de horas proposto para cada unidade pretende dar indicação ao professor da profundidade com que o tema será tratado nesse momento. Constitui portanto um indicador do peso relativo dessa unidade no tema e no ano. Se, mesmo tendo presente que os conceitos e as metodologias não se esgotam numa unidade, o professor considerar necessário alterar o número de horas de forma significativa, deverá salvaguardar o peso relativo do correspondente tema, tirando partido num lado do que investiu no outro. Para tal é indispensável que o professor conheça bem o programa de Matemática desse ano, trabalhando-o de preferência com o seu grupo disciplinar, e tenha uma perspectiva global do programa do ciclo correspondente.

Constituindo conteúdos de aprendizagem tanto os conhecimentos a adquirir como as atitudes e capacidades a desenvolver, as actividades a realizar deverão concretizar esta tripla intenção, para o que se torna essencial uma leitura dos conteúdos temáticos permanentemente referida aos objectivos gerais e apoiada na orientação metodológica (cf. volume 1).

Embora os objectivos referentes a capacidades e atitudes se prossigam em todas as unidades, apenas se explicitam em algumas que contêm propostas de trabalho eventualmente mais propícias à sua consecução.

Cabe ao professor procurar e gerir oportunidades para propor situações que contemplem os diferentes tipos de objectivos.

O professor e o grupo disciplinar deverão ainda ter em conta que, para além do somatório do número de aulas previstas por unidade, na gestão global do programa deverão ser reservadas aulas para actividades específicas de avaliação, trabalhos de projecto interdisciplinar, visitas de estudo, contributo da disciplina na Área-Escola.

OBJECTIVOS GERAIS

VALORES/ATITUDES	CAPACIDADES/APTIDÕES	CONHECIMENTOS
<p>Desenvolver a confiança em si próprio</p> <ul style="list-style-type: none"> · Exprimir e fundamentar as suas opiniões. · Reflectir e formular juízos sobre situações com que é confrontado. · Enfrentar com confiança situações novas. · Procurar por sua iniciativa a informação de que necessita. · Responsabilizar-se pelas suas iniciativas. <p>Desenvolver a curiosidade e o gosto de aprender</p> <ul style="list-style-type: none"> · Manifestar desejo de aprender e gosto pela pesquisa. · Interessar-se pela realidade da sua região, do seu país e do mundo em geral. · Reconhecer o contributo da Matemática para a compreensão e resolução de problemas do Homem através dos tempos. · Apreciar a harmonia dos números e das figuras e reconhecer a sua presença na arte, na técnica, na vida. <p>Desenvolver hábitos de trabalho e persistência</p> <ul style="list-style-type: none"> · Manifestar disponibilidade e interesse. · Realizar os trabalhos de forma organizada. · Revelar preocupação de qualidade na apresentação dos trabalhos. · Empenhar-se nas suas tarefas e levá-las até ao fim. <p>Desenvolver o espírito de tolerância e de cooperação</p> <ul style="list-style-type: none"> · Colaborar nos trabalhos de grupo partilhando saberes e responsabilidades. 	<p>Desenvolver a capacidade de resolver problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> · Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões ...). · Procurar, seleccionar e interpretar informação relativa ao problema. · Formular hipóteses e prever resultados. · Seleccionar estratégias de resolução. · Interpretar e criticar resultados dentro do contexto da situação. <p>Desenvolver o raciocínio</p> <ul style="list-style-type: none"> · Tirar conclusões a partir de gráficos, figuras e esquemas, para resolver problemas ou para desenvolver conceitos. · Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos. · Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, factos conhecidos, propriedades e relações. · Discutir ideias e produzir argumentos convincentes. <p>Desenvolver a capacidade de comunicação</p> <ul style="list-style-type: none"> · Ler e interpretar textos de Matemática. · Interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, símbolos ...). · Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, ...) e vice-versa. · Exprimir-se com correcção e clareza, tanto na língua materna, como em linguagem matemática: <ul style="list-style-type: none"> — descrever processos; — usar terminologia adequada; 	<p>Ampliar o conceito de número e desenvolver o cálculo</p> <ul style="list-style-type: none"> · Representar números reais sob diversas formas e utilizá-los para interpretar situações da vida corrente. · Dominar o cálculo com números racionais, por escrito, mentalmente ou usando calculadora, conforme seja mais conveniente. · Utilizar, de acordo com a situação, valores exactos ou aproximados, escolhendo a aproximação adequada. · Resolver equações, inequações e sistemas, resultantes sempre que possível de situações concretas. <p>Desenvolver o conceito de função</p> <ul style="list-style-type: none"> · Reconhecer diferentes tipos de funções em situações da vida real (funções de proporcionalidade directa, proporcionalidade inversa, função afim, etc,...). · Representar e analisar funções utilizando tabelas, gráficos ou outro tipo de representações. · Utilizar o conceito de função para descrever e estudar fenómenos do quotidiano, da Matemática e de outras ciências. <p>Desenvolver processos e técnicas de tratamento de informação</p> <ul style="list-style-type: none"> · Recolher, organizar, representar e interpretar informação. · Interpretar criticamente estatísticas correntes que aparecem no dia-a-dia do cidadão comum.

VALORES/ATTITUDES	CAPACIDADES/APTIDÕES	CONHECIMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> · Respeitar as opiniões dos outros e aceitar as diferenças. · Intervir na dinamização de actividades e na resolução de problemas da comunidade em que se insere. 	<ul style="list-style-type: none"> — enunciar propriedades e dar uma definição por palavras suas; — escrever o texto matemático de forma organizada e transmissora do raciocínio produzido. <p><i>Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · Matematizar situações da vida real e reconhecer que fenómenos aparentemente dispersos podem ser interpretados pelo mesmo modelo. · Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, nomeadamente os sugeridos por outras áreas do conhecimento. · Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade. · Utilizar adequadamente a calculadora, e sempre que possível meios informáticos tirando partido das suas potencialidades. · Utilizar correctamente instrumentos de medição e de desenho. 	<ul style="list-style-type: none"> · Utilizar o conceito de probabilidade para resolver problemas simples ligados a jogos, sociologia, biologia... <p><i>Desenvolver o conhecimento do Espaço</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · Identificar, descrever e comparar figuras geométricas. · Conhecer e aplicar propriedades e relações geométricas, nomeadamente a igualdade e a semelhança na análise de figuras e na resolução de problemas. · Realizar construções geométricas usando instrumentos adequados. · Efectuar medições em situações reais com a precisão requerida ou estimando a margem de erro. · Aplicar conhecimentos sobre perímetros, áreas e volumes na resolução de problemas. · Reconhecer e aplicar simetrias, translações e rotações a um estudo dinâmico do plano.

7.º ANO

GEOMETRIA

· Desenvolver o conhecimento do espaço.

Pretende-se, na Geometria do 7.º ano, retomar e fornecer um conjunto de conhecimentos básicos a partir de actividades de medição e construção e simultaneamente ir propondo situações tais que, através da análise e comparação de figuras o aluno possa efectuar raciocínios indutivos e dedutivos, justificando propriedades simples, prevendo outras, comparando e sistematizando conhecimentos adquiridos fazendo eventualmente alguma demonstração desde que esta seja posta como um problema e encarada como um desafio.

Ao resolver problemas geométricos, individualmente ou em grupo — através de construções, fazendo experiências, seleccionando estratégias, formulando hipóteses, descrevendo processos e justificando o modo de proceder — o aluno vai desenvolvendo não só a capacidade de raciocínio como também a capacidade de comunicação.

Far-se-á sempre que possível a ligação Espaço-Plano-Espaço através de modelos concretos, nomeadamente sólidos geométricos, de que se calcularão áreas e volumes por processos diversos: estimativa, enquadramento, usando fórmulas, pesando e comparando, etc.

G.7.1. Semelhança de figuras

- Ampliação e redução de figuras
 - Construção à escala
- Polígonos semelhantes
 - Razão de semelhança
 - Noção de forma
- Ampliar e reduzir uma figura, dada a razão, relacionando os conceitos de semelhança e proporcionalidade.
- Calcular distâncias reais a partir da sua representação em plantas, mapas, etc., e determinar alturas de árvores, edifícios, etc.
- Fazer construções usando instrumentos de medição e desenho.

G.7.2. Do espaço ao plano: sólidos, triângulos e quadriláteros

- Sólidos com faces triangulares e quadrangulares
 - Posições relativas de rectas e planos
- Construção de triângulos
 - Desigualdade triangular
 - Critérios de igualdade de triângulos
- Ângulos verticalmente opostos
- Ângulos de lados paralelos
 - Soma dos ângulos internos de um triângulo
 - Ângulo externo de um triângulo
- Propriedades dos paralelogramos
- Eixos de simetria em triângulos e quadriláteros
- Áreas e volumes de sólidos
 - Volume da pirâmide
 - Volume do cone
- Identificar em situações concretas, posições relativas de rectas e planos (planos paralelos e rectas coplanares, rectas paralelas e rectas concorrentes com um plano, rectas contidas num plano).
- Construir triângulos descobrindo critérios de igualdade, relações entre os lados, relações entre os ângulos e entre lados e ângulos, quer no mesmo triângulo, quer em triângulos diferentes.
- Construir quadriláteros a partir de condições dadas, e usar as propriedades dos paralelogramos na justificação de raciocínios.
- Sistematizar conhecimentos básicos de Geometria e resolver problemas geometricamente, analisando figuras, efectuando medições, discutindo estratégias, justificando raciocínios e interpretando resultados.
- Determinar áreas e volumes de sólidos e de objectos da vida real, efectuando medições em situações diversificadas, estimando uma margem de erro.

NÚMEROS E CÁLCULO

· Ampliar o conceito de número e desenvolver o cálculo.

É importante para os alunos nesta fase, conhecer melhor os números, as suas propriedades e relações, operar com alguma destreza e reconhecer que o cálculo constitui um poderoso instrumento para a *resolução de algumas situações*.

Deverão para isso apresentar-se problemas concretos, simples mas diversificados tirando partido do aspecto lúdico, desenvolvendo uma relação afectiva do aluno com a Matemática. Brincando e explorando, ir-se-á caminhando de descoberta em descoberta desenvolvendo no entanto desde já alguma *sistematização*.

O uso das calculadoras libertará o aluno de alguns cálculos mais fastidiosos, permitindo aproximar os problemas propostos de situações reais. Por outro lado a exploração correcta das suas potencialidades conduzi-los-á a outro tipo de reflexões, tais como, uso ou não de valores aproximados, papel do factor constante, reversibilidade das operações ...

Uma primeira abordagem de equações muito simples constituirá mais um método entre outros que o aluno utilizará na resolução dos problemas.

N.7.1. Conhecer melhor os números

- Problemas e jogos sobre números, envolvendo:
 - Número primo; número composto
 - Potências de expoente natural
 - Raiz quadrada e raiz cúbica
 - Valores aproximados
- Calculadora
- Expressões com variáveis
- Procurar estratégias adequadas à resolução de problemas de números, discutindo e confrontando diferentes processos utilizados.
- Decompor números em factores primos usando critérios de divisibilidade.
- Operar com potências, usando sempre que oportuno as regras para multiplicar potências da mesma base, e calcular potências de potências.
- Determinar raízes quadradas e cúbicas, usando valores aproximados quando necessário e recorrendo à calculadora ou a tabelas.

N.7.2. Os números racionais

- Números racionais relativos
 - Representação na recta
 - Ordenação
 - Valores aproximados
 - \mathbb{Q} e subconjuntos de \mathbb{Q}
- Operações em \mathbb{Q}
 - Adição algébrica, multiplicação, divisão; propriedades
 - Potenciação (a^k , $a \in \mathbb{Q}$, $k \in \mathbb{N}$)
 - Regras operatórias
- Interpretar situações reais usando números relativos.
- Comparar e operar com números racionais representados sob diversas formas, escolhendo o tipo de cálculo adequado à situação (aproximado, exacto, mental, à mão, com calculadora ...)
- Traduzir dados de um problema de uma linguagem para outra (verbal, gráfica, simbólica) e calcular o valor numérico de expressões com variáveis.

N.7.3. Equações

- Noção de equação
 - Soluções
- Equações equivalentes
- Resolução de equações do 1.º grau com uma incógnita
 - Adição de termos semelhantes
 - Regras para a resolução de equações
- Interpretar o enunciado de um problema e traduzi-lo por meio de uma equação.
- Procurar soluções de uma equação, e resolver, utilizando as regras, equação do 1.º grau com uma incógnita, sem denominadores.
- Criticar a solução de uma equação no contexto de um problema.

FUNÇÕES E ESTATÍSTICA

- *Desenvolver o conceito de função.*
- *Desenvolver processos e técnicas de tratamento de informação.*

Funções e Estatística são temas com muitas características comuns, a ter em conta principalmente neste ciclo:

- Envolvem organização e interpretação de dados através de tabelas e gráficos diversos;
- Sendo instrumentos, simultaneamente, de síntese e análise de situações, favorecem uma visualização global e uma comunicação clara das mesmas;
- Interligam de uma forma rica as linguagens numérica e gráfica, tendo esta uma especial importância pelo seu poder de comunicação;
- Os modelos que oferecem têm concretizações simples e importantes na vida real e em muitas ciências, para além da Matemática, o que permite dar sentido aos conceitos recorrendo a exemplos e situações extraídos das mais diversas áreas; pela mesma razão são temas propícios a pequenos trabalhos interdisciplinares.

A linguagem básica de qualquer destes temas será retomada ou fornecida no 7.º ano para ser trabalhada ao longo do ciclo e de qualquer outro tema da disciplina.

A proporcionalidade directa, já abordada no 2.º ciclo, é um dos conceitos mais importantes a adquirir e simultaneamente um daqueles em que os alunos têm mais dificuldades: ou porque a razão é fraccionária, ou porque confundem inconscientemente multiplicação com adição, ou porque vêem imediatamente como directamente proporcionais duas grandezas com o mesmo sentido de variação. Este conceito, que não ficará dominado no 7.º ano, e algum trabalho sobre gráficos constituem os primeiros passos no conceito de função. Só nos anos seguintes, com sucessivas abordagens ligados a diversos temas, poderá vir a ser utilizado com segurança pelos alunos.

A continuação do estudo da Estatística permite a realização de trabalhos de grupo baseados em assuntos ligados à realidade dos alunos, com todo o seu conjunto de tarefas de recolha, organização, representação e análise de informação, formulação de hipóteses, discussão, feitura de pequenos relatórios. O aspecto puramente algébrico da determinação das medidas de tendência central, sendo embora de algum interesse numa fase em que os alunos alargam o campo numérico seu conhecido, é aqui menos importante do que a utilização dessas mesmas medidas na caracterização, análise e interpretação das distribuições em estudo.

F.7. *Proporcionalidade directa*

- Constante de proporcionalidade directa
- Tabelas
- Gráficos cartesianos
- Resolver problemas da vida corrente (percentagens, juros, impostos, câmbios, escala ...) que envolvam proporcionalidade directa.
- Traduzir dados de um problema de uma linguagem para outra.
- Reconhecer situações de proporcionalidade directa, apresentadas de formas diversas, indicando a constante de proporcionalidade.
- Utilizar diferentes processos de cálculo, procurando o mais adequado a cada situação (cálculo mental de percentagens simples, uso do factor constante da calculadora, trabalho com proporções, determinação gráfica ...)
- Recolher dados respeitantes a situações reais através de inquéritos, jornais, revistas, anuários, ...
- Construir tabelas de frequências e gráficos circulares e de barras a partir de dados e interpretar informação contida em gráficos ou tabelas que lhe sejam fornecidos.
- Analisar e comparar distribuições, recorrendo nomeadamente a medidas de tendência central, formulando hipóteses, comunicando e discutindo as conclusões obtidas.

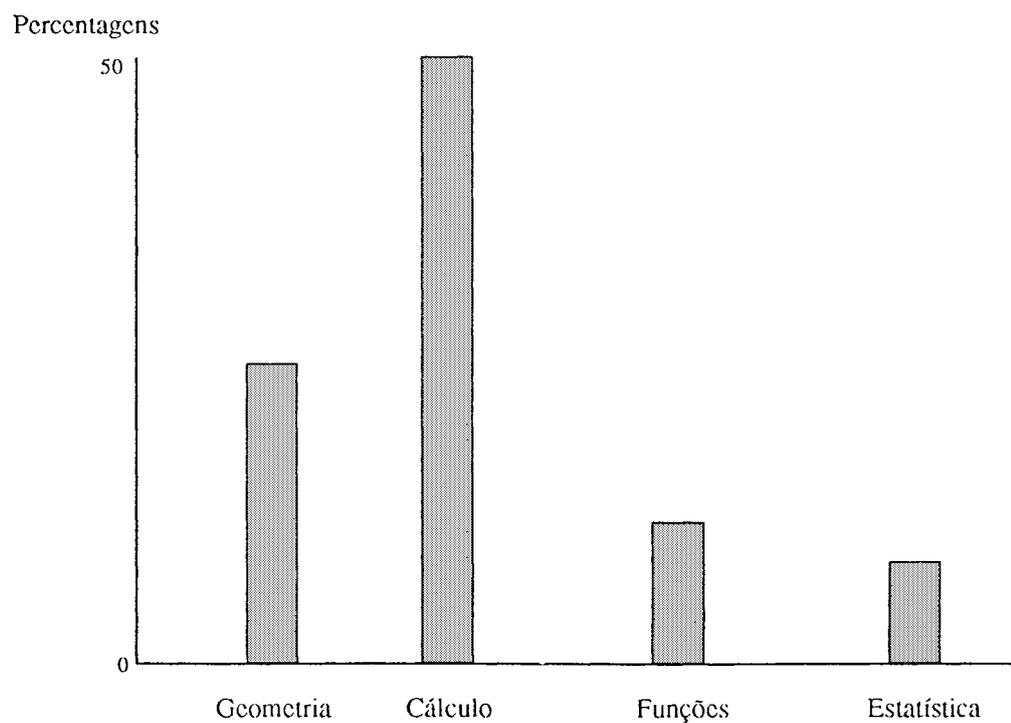
E.7. *Estatística*

- Recolha e organização de dados
 - Tabelas
 - Frequência absoluta
 - Frequência relativa
 - Gráficos
- Medidas de tendência central

PROPOSTA DE ROTEIRO

1. Conhecer melhor os números (N. 7.)
2. Proporcionalidade directa (F. 7)
3. Semelhança de figuras (G. 7.1.)
4. Os números racionais (N. 7.2.)
5. Estatística (E. 7.)
6. Do espaço ao plano: sólidos, triângulos e quadriláteros (G. 7.2.)
7. Equações (N. 7.3.)

PESO RELATIVO DOS TEMAS



I. CONHECER MELHOR OS NÚMEROS

Esta unidade assenta em actividades/problemas que, aproveitando aspectos lúdicos da Matemática, levem o aluno a conhecer melhor os números. Brincando, experimentando, explorando e exercitando o cálculo mental, ir-se-ão descobrindo propriedades e relações, começando a sistematizar algumas delas. Apesar dos alunos já conhecerem números negativos, vai trabalhar-se com números positivos, fundamentalmente com números naturais.

A calculadora utilizada de forma racional e criativa, tirando partido das suas potencialidades, será um bom auxiliar deste tipo de trabalho.

A generalização de alguns problemas tornará mais claro para o aluno a noção de variável, já presente no 2.º ciclo em fórmulas de áreas e volumes.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Problemas e jogos sobre números, envolvendo: <ul style="list-style-type: none"> — Número primo; número composto — Potências de expoente natural — Raiz quadrada e raiz cúbica; valores aproximados • Calculadora • Expressões com variáveis 	<ul style="list-style-type: none"> • Obter números, a partir de outros, por composição, por decomposição. • Procurar estratégias adequadas à resolução de problemas com números. • Efectuar cálculos e pesquisas com a calculadora, criticando os resultados. • Decompor um número em factores primos, usando os critérios de divisibilidade por 2, 3 e 5. • Operar com potências e, sempre que oportuno, usar as regras para multiplicar potências da mesma base e calcular potências de potências. • Determinar quadrados, cubos e valores aproximados da raiz quadrada ou da raiz cúbica usando tabelas ou a calculadora. 	<p>Retomando alguns assuntos já conhecidos para aprofundar um pouco mais (múltiplo, divisor, potência...) os alunos irão trabalhar com números naturais, decompondo-os em somas ou produtos, procurando divisores, formando potências, associando-os segundo propriedades comuns (quadrados perfeitos, números primos, etc.).</p> <p>Alguns jogos numéricos poderão constituir um desafio à imaginação contribuindo para desenvolver o raciocínio.</p> <p>Esta é essencialmente uma unidade de «exploração» e não de aplicação.</p> <p>Far-se-á, também, uma primeira abordagem de assuntos que mais tarde serão consolidados (raiz quadrada, raiz cúbica ...).</p> <p>A necessidade de trabalhar com valores aproximados pode surgir de problemas como — «determinar o lado de um quadrado de área igual a 18 cm^2» ou «determinar o lado de um triângulo equilátero de perímetro igual a 2 m», quer se use, ou não, a calculadora.</p> <p>Ao resolver pequenos problemas surgirão ocasiões para traduzir matematicamente expressões como «o quadrado de um número», «o perímetro de um rectângulo de lados x e y».</p> <p>O conceito de variável será aperfeiçoado progressivamente.</p> <p>Poderão ser propostas questões que relacionem os diferentes conceitos envolvidos neste capítulo. Por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Qual o lado de um quadrado de área 16 m^2? E se for 18 m^2? — Construir um rectângulo de área 18 m^2 em que as medidas dos lados sejam números inteiros. — Quantos cubos de 2 cm de aresta cabem num cubo de 6 cm de aresta? — Poderão equilibrar-se numa balança 4 cubos feitos do mesmo material, com 6, 8, 10 e 12 cm de aresta?
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">Número de aulas previstas: 12.</div>

2. PROPORCIONALIDADE DIRECTA

Pretende-se nesta unidade reter, aprofundando um pouco, o estudo de proporcionalidade já feito no 2.º ciclo e preparar a proporcionalidade geométrica que será abordada com o estudo das semelhanças.

Resolvendo problemas concretos, o aluno irá consolidando a ideia de correspondência que será posteriormente suporte do conceito de função.

Os gráficos cartesianos aparecem primeiramente como gráficos de pontos. Constituem uma outra linguagem para traduzir situações, de cujas vantagens o aluno se irá apercebendo à medida que com ela se for familiarizando.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Constante de proporcionalidade directa • Tabelas • Gráficos cartesianos 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas da vida corrente que envolvam proporcionalidade directa. • Construir uma tabela ou um gráfico a partir de dados fornecidos. • Usar propriedades das proporções na resolução de problemas. • Reconhecer situações de proporcionalidade directa, indicando a constante de proporcionalidade. • Interpretar, em cada caso, o significado da constante de proporcionalidade. • Usar a calculadora tirando partido da tecla % e de outras potencialidades da máquina. • Usar o cálculo mental, nomeadamente na determinação de percentagens simples e no controle de resultados obtidos com a calculadora. 	<p>Na resolução de problemas de proporcionalidade directa (nomeadamente questões ligadas à vida real tais como percentagens, juros, impostos, câmbios, escalas ...) poderão utilizar-se proporções, regra de três simples ou directamente a calculadora.</p> <p>É importante que o aluno procure exemplos e contra-exemplos de proporcionalidade directa noutras ciências ou em situações da vida real, não se deixando iludir por situações de aparente proporcionalidade. Sugere-se por exemplo a recolha de dados sobre o preço de um produto consoante o volume da embalagem, seguida de discussão sobre a existência ou não de proporcionalidade.</p> <p>Poderão ser postas questões relacionadas com outras áreas do conhecimento: escalas de mapas, pesos e alongamentos de molas clássicas, espaço e tempo no movimento uniforme, perímetro e raio do círculo, área e quadrado do raio ...</p> <p>As propriedades das proporções a utilizar aqui, são basicamente:</p> <ul style="list-style-type: none"> — «O produto dos meios é igual ao produto dos extremos», e consequentemente; — «Qualquer meio (extremo) é igual ao produto dos extremos (meios) a dividir pelo outro meio (extremo)» com que os alunos já tomaram contacto no 2.º ciclo. <p>Para o cálculo mental de percentagens, é útil associar 50 % com $\frac{1}{2}$, 25 % com $\frac{1}{4}$, 10% com 0,1, 49% com aproximadamente $\frac{1}{2}$, etc..</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>A tecla «%» da calculadora, para além de ser utilizada na resolução de problemas como os já referidos, pode dar origem a questões como:</p> <ul style="list-style-type: none"> · Será que 15% de 40 é o mesmo que 40% de 15? Porquê? · Que «faz» afinal a tecla%? <p>O recurso ao factor constante da calculadora pode facilitar o cálculo repetido de câmbios, percentagens, etc.</p> <p>Desde o início do trabalho com gráficos cartesianos poderão ser usados os termos «abscissa» e «ordenada». Ao marcar os dados de uma tabela num referencial pode discutir-se a questão se fará ou não sentido unir os pontos por meio de uma linha.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 12.</div>

3. SEMELHANÇA DE FIGURAS		
<p><i>Depois da proporcionalidade numérica, a proporcionalidade geométrica. Observando e construindo ampliações e reduções de figuras, os alunos vão trabalhar intuitivamente a noção matemática de FORMA. Essa noção será clarificada e definida com rigor para os polígonos. As semelhanças oferecem uma boa oportunidade para realizar trabalhos em grupo dentro e fora da sala de aula.</i></p>		
ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Ampliação e redução de figuras — Construção à escala — Noção de forma · Polígonos semelhantes — Razão de semelhança 	<ul style="list-style-type: none"> · Ampliar e reduzir uma figura, dada a constante. · Indicar exemplos de figuras semelhantes em objectos do dia-a-dia, no plano ou no espaço, ou num conjunto de figuras dadas. · Calcular distâncias reais a partir da sua representação em mapas, plantas, etc., conhecida a escala. · Desenhar a planta de uma sala, de um pátio, etc., dada a escala. · Construir um polígono semelhante a outro, dada a razão de semelhança. 	<p>No início desta unidade seria conveniente que o aluno observasse e descobrisse exemplos diversos de figuras semelhantes, procurando o que têm em comum.</p> <p>Uma actividade significativa é a ampliação e redução de figuras usando papel quadriculado, ou a partir de um ponto dada uma constante.</p> <p>A noção intuitiva de FORMA pode então ser aclarada — duas figuras têm a mesma FORMA (são semelhantes) se são geometricamente iguais ou uma é ampliação da outra.</p> <p>Será vantajoso usar material diversificado, tal como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Figuras em cartolina, mapas da mesma região em escalas diferentes, ampliações de uma fotocópia ou de uma fotografia, geoplano, pantógrafo, retroprojector, etc.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
	<ul style="list-style-type: none"> · Reconhecer que dois triângulos são semelhantes se tiverem dois ângulos respectivamente iguais e aplicar este conhecimento à determinação de alturas de árvores, edifícios, etc. · Fazer construções, usando instrumentos de medição e de desenho. 	<p>Ao ampliar ou reduzir figuras geométricas o aluno verificará experimentalmente que os ângulos se mantêm e os comprimentos são proporcionais. Será então dada a definição de polígonos semelhantes a partir dos lados e dos ângulos.</p> <p>No caso particular dos triângulos a verificação de que basta terem dois ângulos respectivamente iguais para serem semelhantes, permite resolver problemas tais como a determinação da altura de árvores, edifícios, etc.</p> <p>A observação de transformações que não dêem origem a figuras semelhantes (sombras de uma rede ou de uma janela produzidas por um foco luminoso ou pelos raios solares, perspectivas de um círculo ou de um quadrado...) poderão contribuir para uma melhor compreensão do que são figuras semelhantes.</p> <p>A realização de tarefas tais como — desenhar a planta da sala de aula, medir a altura de uma árvore, traçar um mapa de um percurso, fazer composições decorativas à base de figuras semelhantes, etc., serão boas oportunidades para trabalhos de grupo.</p>

Número de aulas previstas: 8.

4. OS NÚMEROS RACIONAIS

A resolução de problemas concretos que necessitam do apoio do cálculo torna claro que este é um poderoso instrumento indispensável na formação matemática básica dos alunos.

Interessa portanto um cálculo em situações significativas, simples mas diversificadas, conduzindo à escolha adequada do tipo de cálculo, mental ou à mão ou usando calculadora, com valores exactos ou aproximados, conforme a natureza da situação.

O conhecimento e pesquisa de propriedades que permitam conhecer melhor o campo numérico contribuindo para a estruturação do pensamento deverão aqui servir uma melhor utilização do cálculo como instrumento de trabalho.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Números racionais relativos — Representação na recta — Ordenação 	<ul style="list-style-type: none"> · Interpretar situações usando números relativos. · Comparar números racionais. · Operar com números racionais representados de diversas formas — mentalmente e por escrito, com e sem auxílio de calculadora. 	<p>Embora os alunos já tenham, do 2.º ciclo, conhecimento da adição e subtração em \mathbb{Z}, só agora irão trabalhar com a soma algébrica e com a escrita simplificada.</p> <p>A multiplicação e a divisão vão estudar-se em \mathbb{Q}, mas, para graduar as dificuldades nos primeiros exemplos utilizar-se-ão números inteiros.</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> — Valores aproximados — \mathbb{Q} e subconjuntos de \mathbb{Q} · Operações em \mathbb{Q} — Adição algébrica, multiplicação, divisão; propriedades — Potenciação (a^k, $a \in \mathbb{Q}$, $k \in \mathbb{N}$) — Regras operatórias 	<ul style="list-style-type: none"> · Usar valores aproximados de números racionais e escolher uma aproximação adequada ao contexto de cada situação. · Utilizar as propriedades das operações em \mathbb{Q} para simplificação de cálculos. · Determinar valores numéricos de expressões com variáveis. · Traduzir dados de um problema de uma linguagem para outra (verbal, gráfica, simbólica, ...). 	<p>Os alunos poderão desenvolver pequenas actividades relativas a propriedades das operações. A verificação em casos concretos e a procura de contra-exemplos contribuirão para desenvolver o raciocínio e a destreza de cálculo.</p> <p>Com a ajuda do professor poderão concluir que neste alargamento do campo numérico se conservam as propriedades já conhecidas.</p> <p>As expressões a usar, numéricas ou algébricas, deverão ser simples mas diversificadas. Será conveniente trabalhar com números escritos tanto na forma decimal como fraccionária, evitando fracções de termos grandes. Aparecerão agora todas as regras relativas a potências.</p> <p>Cabe ao professor propor aos alunos tipos diferentes de situações, de tal modo que, da escolha do processo de cálculo adequado decorra o desenvolvimento do cálculo mental, à mão ou usando a calculadora.</p> <p>Deverá ter-se presente que a calculadora, para além de facilitar o cálculo, leva a reflectir sobre a hierarquia das operações e suas propriedades, valores aproximados, arredondamentos, etc.</p> <p>Continuará a trabalhar-se a noção de variável, com que o aluno se irá gradualmente familiarizando.</p> <p>Também neste capítulo se podem explorar jogos com números e outros aspectos lúdicos da Matemática, desenvolvendo a imaginação dos alunos, treinando o cálculo e contribuindo para uma boa relação afectiva com a disciplina.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 20.</div>

5. ESTATÍSTICA

O estudo da Estatística visa o desenvolvimento da capacidade de interpretar e analisar a informação com que o aluno contacta diariamente através de jornais, televisão, publicidade, etc.

Os conhecimentos básicos surgirão através de actividades realizadas pelos alunos em torno do mais variado tipo de assuntos do seu interesse.

As medidas de tendência central constituirão simultaneamente instrumentos de síntese e análise da informação, cuja interpretação desenvolve a perspicácia, o espírito de observação, o cuidado em fundamentar conclusões.

Este assunto constitui uma excelente oportunidade para promover actividades interdisciplinares e trabalhos de grupo.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Recolha e organização de dados <ul style="list-style-type: none"> — Tabelas — Frequência absoluta — Frequência relativa — Gráficos • Medidas de tendência central 	<ul style="list-style-type: none"> • Recolher e organizar dados respeitantes a situações do dia-a-dia. • Construir tabelas de frequência, gráficos de barras ou diagramas circulares a partir de dados. • Ler e interpretar informação contida em gráficos ou tabelas. • Calcular média, moda e mediana para caracterizar uma distribuição. • Tirar conclusões a partir da análise da informação e fazer conjecturas. 	<p>A recolha e organização de dados relativos, por exemplo, a:</p> <ul style="list-style-type: none"> — alturas ou pesos dos alunos; — tempo gasto de casa à Escola; — horas de televisão a que assiste; — horários de meios de transporte, <p>bem com outros recolhidos em revistas, jornais, empresas, entidades autárquicas, etc., poderá constituir pontos de partida para a realização de estudos estatísticos que, além de serem de útil e agradável exploração, podem proporcionar um alargamento dos interesses dos alunos e um melhor conhecimento do meio.</p> <p>Esta unidade possibilita ligações não só com outras disciplinas como também dentro da própria Matemática. Assim, certas fracções ganham sentido quando representativas de frequências relativas, o trabalho com unidades de tempo vem a propósito de tempos de percurso, amplitudes de ângulos a propósito de gráficos circulares, etc.</p> <p>O tratamento das classificações de alunos de duas turmas diferentes com a mesma média pode permitir comparar as diferentes medidas de tendência central, discutindo o papel de cada uma delas. (Não esquecer que em estatística é fundamental a comparação de casos).</p> <p>Os cálculos não deverão ocupar muito tempo, podendo recorrer-se à calculadora, ou sempre que possível ao computador da Escola. Este será também um bom auxiliar na apresentação da informação — traçado de gráficos, construção de tabelas, etc.</p>

6. DO ESPAÇO AO PLANO: SÓLIDOS, TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Partindo da observação de sólidos, o aluno desenvolverá simultaneamente a percepção do espaço e o conhecimento do plano. Assim, depois de estudar as posições relativas de rectas e planos, vai aprofundar e sistematizar o conhecimento de triângulos e quadriláteros e respectivas propriedades.

No cálculo de áreas e volumes far-se-á a síntese destas duas perspectivas.

Resolvendo e discutindo problemas de construção de figuras, os alunos desenvolverão uma melhor compreensão das mesmas, suas propriedades e inter-relações.

Para desenvolver o raciocínio dedutivo — a que se deve dar especial cuidado — será pedido ao aluno que justifique propriedades simples, faça raciocínios sobre figuras, resolva problemas geométricos e acompanhe justificações dadas pelo professor.

Sempre que possível, as situações a demonstrar serão colocadas como problemas a resolver, em que o aluno, com a ajuda do professor, distinguirá o que se sabe do que se pretende, organizará a argumentação e procurará tirar conclusões.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Sólidos com faces triangulares e quadrangulares — Posições relativas de rectas e planos • Construção de triângulos — Desigualdade triangular — Critérios de igualdade de triângulos • Ângulos verticalmente opostos • Ângulos de lados paralelos — Soma dos ângulos internos de um triângulo — Ângulo externo de um triângulo • Propriedades dos paralelogramos 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar, em situações concretas, planos paralelos; rectas coplanares; rectas paralelas a um plano; rectas concorrentes com um plano, e rectas contidas num plano. • Discutir a possibilidade de construção de um triângulo a partir de elementos dados. • Construir um triângulo geometricamente igual a outro. • Utilizar os critérios de igualdade de triângulos e a relação entre elementos de triângulos iguais na justificação de raciocínios. • Usar as relações entre ângulos de lados paralelos, ângulos internos e ângulos externos de um triângulo, na justificação de raciocínios. • Construir paralelogramos a partir de condições dadas. • Usar propriedades dos paralelogramos na justificação de raciocínios. • Analisar figuras, formulando hipóteses. • Discutir estratégias de resolução de um problema e interpretar os resultados. • Relacionar diferentes tipos de triângulos ou de paralelogramos com a existência de eixos de simetria. • Aplicar as relações entre lados e ângulos opostos de um triângulo na análise de figuras. • Efectuar medições em situações diversificadas, estimando uma margem de erro. 	<p>A relação espaço-plano-espaço, cuja chave é a observação de sólidos, pode também ser trabalhada recorrendo a planificações. Sugere-se actividades de dois tipos:</p> <ul style="list-style-type: none"> — dado um poliedro com faces triangulares ou quadrangulares, tentar desenhar com o rigor possível a respectiva planificação (observando, medindo, corrigindo, construindo); — dada uma planificação, imaginar o sólido que lhe corresponde e tentar esboçar uma perspectiva do mesmo. <p>Os critérios de igualdade de triângulos serão dados de forma intuitiva, com base na construção de triângulos. Provavelmente, a propósito das planificações, a questão já terá sido levantada. Se não, pode o professor, por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Pedir aos alunos para desenhar um triângulo dando três elementos; comparar os vários triângulos obtidos, usando papel vegetal; discutir em que casos se obtêm triângulos iguais. <p>Também de forma intuitiva se verificará que, em triângulos iguais, os elementos correspondentes são iguais.</p> <p>Os critérios de igualdade poderão ser apresentados como condições «económicas» que, garantindo a igualdade de triângulos, vão ser utilizados frequentemente na justificação de raciocínios sobre figuras.</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Eixos de simetria em triângulos e quadriláteros · Áreas e volumes de sólidos <ul style="list-style-type: none"> — Volume da pirâmide — Volume do cone 	<ul style="list-style-type: none"> · Determinar áreas e volumes de sólidos e de objectos da vida real. 	<p>Como actividade poderá pedir-se aos alunos, por exemplo, que encontrem um critério de igualdade para paralelogramos.</p> <p>As relações entre ângulos de lados paralelos são aceites com base na experimentação. A partir delas os alunos poderão justificar ou acompanhar a justificação das propriedades relativas ao ângulo externo e à soma dos ângulos internos de um triângulo. As noções de «ângulos adjacentes», «ângulos suplementares», «ângulos complementares» vão aparecer naturalmente e passarão também a fazer parte da ferramenta geométrica adquirida.</p> <p>Antes de resolver problemas de construção de paralelogramos, convém recordar e sistematizar, com a ajuda de materiais diversos (cartolinas, geoplano, etc.) a classificação de paralelogramos e as respectivas propriedades.</p> <p>O professor escolherá algumas destas propriedades para justificar, com os alunos, como aplicação dos critérios de igualdade de triângulos e das relações entre ângulos de lados paralelos. Sugere-se por exemplo a demonstração de «os lados opostos de um paralelogramo são iguais» e «as diagonais de um paralelogramo bissectam-se». Convém não esquecer que, a quem se inicia no percurso dedutivo, moiva pouco demonstrar o que parece óbvio... Ao longo do 3.º ciclo os alunos terão oportunidade de se ir apercebendo progressivamente da necessidade de provar.</p> <p>Já na resolução de problemas sobre construção de paralelogramos e análise de figuras, deve tentar-se que, a par do recurso à intuição e imaginação, os alunos justifiquem e discutam as hipóteses formuladas ou os processos utilizados.</p> <p>A discussão será mais rica se, quando oportuno, o professor propuser a resolução de um problema aberto, com mais do que uma solução.</p> <p>Sugere-se, por exemplo, a realização das actividades seguintes seguidas de discussão:</p> <ul style="list-style-type: none"> — construir um rectângulo, dado o comprimento de uma diagonal e o ângulo das diagonais; — construir um paralelogramo dado o comprimento de uma diagonal e a amplitude do ângulo que ela faz com um dos lados (este problema poderá ser reabordado quando os alunos estudarem lugares geométricos, ou proposto só nessa altura, para retomar propriedades de paralelogramos).

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>O trabalho com eixos de simetria de triângulos permite verificar experimentalmente as relações existentes entre lados e ângulos opostos de um mesmo triângulo. Em particular, conclui-se facilmente que se um triângulo tem dois lados (ângulos) iguais, os ângulos (lados) opostos são também iguais.</p> <p>Na determinação de áreas e volumes é importante que o aluno faça medições e decida o que deve medir. Atividades que envolvam, por exemplo, a determinação da área da superfície total de um tetraedro que lhe é dado para a mão, irão interligar e dar sentido a vários dos conteúdos abordados nesta unidade.</p> <p>O recurso a pesagens, deslocação de líquidos, etc., para determinar o volume de sólidos muito diversos, desenvolve nos alunos a capacidade de recorrer a outros processos e de relacionar volumes de diferentes sólidos e desperta-os para ligações com outras disciplinas.</p>

Números de aulas previstas: 16.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Noção de equação — Soluções · Equações equivalentes 	<ul style="list-style-type: none"> · Interpretar o enunciado de um problema. · Traduzir um problema por meio de uma equação. · Procurar soluções de uma equação. · Resolver equações do 1.º grau com uma incógnita, com denominadores, utilizando as regras. 	<p>Uma situação problemática simples, por exemplo «Qual o lado de um quadrado cujo perímetro e área se exprimem pelo mesmo número» fará surgir uma equação que os alunos resolverão por tentativas, discutindo e confrontando ideias, tirando conclusões.</p>

7. EQUAÇÕES

As equações deverão aparecer a partir de problemas concretos como uma nova ferramenta à disposição do aluno.

Com o fim de separar dificuldades resolvem-se aqui apenas equações sem denominadores.

Os princípios de equivalência serão apresentados como regras que permitam resolver equações através de outras mais simples.

A pesquisa de soluções de equações cujo método de resolução ainda não seja do conhecimento do aluno pode constituir uma actividade com interesse, permitindo desenvolver hábitos de raciocínio, trabalhar com números, estimar resultados, contribuindo assim para fomentar uma atitude positiva perante as dificuldades.

É conveniente utilizar exemplos que liguem a Matemática e a vida real, a Matemática e outras disciplinas, e assuntos diferentes dentro da própria Matemática.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Resolução de equações do 1.º grau com uma incógnita — Adição de termos semelhantes — Regras para a resolução de equações 	<ul style="list-style-type: none"> · Discutir o processo usado na resolução de um problema. · Analisar a solução de uma equação no contexto de um problema. · Inventar o enunciado de um problema que possa ser traduzido por uma dada equação. 	<p>A descoberta das regras para a resolução de equações pode também surgir da comparação dos diferentes processos usados para encontrar as soluções, por exemplo, da equação</p> $\frac{3x + 7}{3} = 10$ <p>Embora não se pretenda neste ano que os alunos aprendam a técnica de desembaraçar de denominadores uma equação, poderá eventualmente aparecer um exemplo do tipo anterior.</p> <p>Desde já poderão resolver-se também equações do tipo $x = 5$.</p> <p>Se o professor achar oportuno, através da generalização de um problema fará surgir os primeiros exemplos de equações literais.</p> <p>Poderá usar-se a designação «monómio» sem que seja de exigir ao aluno.</p>

Número de aulas previstas: 10.

8.º ANO

GEOMETRIA

· Desenvolver o conhecimento do Espaço.

A resolução de *puzzles* geométricos permitirá aos alunos conhecer melhor figuras geométricas básicas, constituindo também uma actividade lúdica que poderá contribuir para desenvolver uma relação afectiva com a Matemática. A verificação do teorema de Pitágoras surge neste contexto.

Continua a dar-se importância à realização de tentativas, medições, experiências, à justificação de raciocínios e escolha de argumentação válida, que terão lugar também na resolução de problemas por construção, por exemplo no trabalho com lugares geométricos e na descoberta e utilização dos critérios de semelhança de triângulos.

O retomar das semelhanças e uma abordagem intuitiva das translações contribuirão para uma visão dinâmica do plano, permitindo relacionar a Matemática com a arte e com a técnica.

O conceito de vector, que surge aqui directamente ligado à translação, retoma e dá uma nova perspectiva ao conceito de vector que os alunos já conhecem da Física.

G.8.1. Decomposição de figuras; Teorema de Pitágoras

- Decomposição de polígonos em triângulos e quadriláteros
 - Decomposição de um triângulo por uma mediana
 - Decomposição de um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa
 - Equivalência de polígonos; área do trapézio
- Teorema de Pitágoras
 - Demonstração por decomposição de um quadrado
- O Teorema de Pitágoras e o espaço
 - Perpendicularidade entre recta e plano
 - Perpendicularidade de planos
 - Diagonal do paralelepípedo rectângulo
- Decompor e compor figuras geométricas obtendo outras, relacionando-as entre si.
- Resolver problemas no plano e no espaço aplicando o teorema de Pitágoras.
- Identificar rectas perpendiculares a planos e planos perpendiculares a planos em modelos concretos.
- Relacionar entre si os triângulos obtidos na decomposição de um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa, ou na decomposição de um triângulo qualquer por uma das suas medianas.
- Relacionar entre si elementos e propriedades de figuras geométricas, fazer conjecturas e experiências, justificar raciocínios.

G.8.2. Semelhança de triângulos

- Critérios de semelhança de triângulos
- Usar a semelhança de triângulos na análise de figuras, na resolução de problemas e justificação de raciocínios, relacionando os elementos homólogos, as áreas e os perímetros.
- Construir figuras geométricas utilizando instrumentos de medição e desenho, e descrever por palavras suas os processos usados na construção.

G.8.3. Lugares geométricos

- Problemas envolvendo distância entre dois pontos
 - Circunferência, círculo
 - Superfície esférica, esfera
- Resolver, através de construções, problemas envolvendo a noção de distância entre os dois pontos descrevendo o processo utilizado, justificando o raciocínio feito.

- Mediatriz de um segmento de recta;
- Circunferência circunscrita
- Conjunção de condições e intersecção de conjuntos

G.8.4. Translações

- Translações
 - Imagem de uma figura numa translação dada
 - Propriedades das translações
 - Vector
 - Composição de translações; adição de vectores
- Identificar translações na vida quotidiana em papéis, tecidos ou frisos decorativos ...
- Efectuar translações em papel quadriculado ou associando a translação a um vector.
- Reconhecer propriedades das translações e compor translações, relacionando com a adição de vectores.
- Fazer construções geométricas com instrumentos de medição e desenho.

NÚMEROS E CÁLCULO

- *Ampliar o conceito de número e desenvolver o cálculo.*

Um conhecimento mais profundo dos números, das suas propriedades e inter-relações, obtido a partir de actividades de pesquisa, formulação de hipóteses, verificação, aproveitamento do erro, etc., permitirá ao aluno aperceber-se do aspecto construtivo da Matemática e simultaneamente aperfeiçoar destrezas a nível do cálculo.

Através de novos problemas e novas actividades desafiadoras da sua imaginação e do seu raciocínio, o aluno vai calcular o m. d. c. e m. m. c. entre dois números, trabalhar com potências de expoente inteiro, e utilizá-las principalmente na escrita de números muito grandes ou muito pequenos, continuar ou inventar sequências de números, descobrir novas potencialidades da sua calculadora.

A resolução de equações sempre ligadas à resolução de problemas, será agora levada a um nível mais profundo, e fará surgir as primeiras situações muito simples de cálculo polinomial, nomeadamente uma primeira abordagem da factorização que, embora desde já lhe permita resolver algumas equações de grau superior ao primeiro será retomada e aprofundada no ano seguinte.

A pesquisa de raízes de equações quando o aluno ainda não conhece a técnica da sua resolução, constitui uma actividade com interesse que incentiva o cálculo mental e o leva a tirar partido da calculadora, a escolher processos tais como tentativa e erro, a dar sentido ao uso de valores aproximados.

N.8.1. Ainda os números

- Problemas sobre números
 - Sequências de números
 - m. d. c. e m. m. c. de dois números
 - Potências de expoente inteiro
 - Escrita de números utilizando potências de 10
- Determinar o m. m. c. e m. d. c. de dois números, continuar sequências numéricas, comparar e operar com potências de expoente inteiro, numa perspectiva de resolução de problemas de números.
- Utilizar as potências de 10 na escrita de números, usando a notação científica para interpretar e comparar números ou grandezas físicas e estimando a ordem de grandeza de um resultado.

N.8.2. Equações

- Equações do 1.º grau
 - Equações com denominadores
 - Equações literais
- Interpretar o enunciado de um problema e traduzi-lo por meio de uma equação.

- Equação de grau superior ao 1.º
 - Operações com polinómios (adição algébrica, multiplicação)
 - Lei de anulamento do produto, disjunção de condições e reunião de conjuntos
 - Casos notáveis da multiplicação de binómios
- Resolver equações do primeiro grau e resolver equações de grau superior ao primeiro recorrendo à decomposição em factores e à lei do anulamento do produto.
- Interpretar e criticar as soluções de uma equação num dado contexto, e discutir o processo usado na resolução de um problema.
- Resolver equações literais simples, nomeadamente fórmulas usadas noutras disciplinas, em ordem a uma das incógnitas.

FUNÇÕES E ESTATÍSTICA

- *Desenvolver o conceito da função.*
- *Desenvolver processos e técnicas de tratamento da informação.*

Os conceitos e linguagem relativos a funções estudadas no 8.º ano assentam na ideia intuitiva de correspondência, já trabalhada na proporcionalidade directa.

A análise de gráficos que traduzem situações da vida real é muito importante, permitindo a descrição e interpretação de um fenómeno de forma clara e sucinta.

Assim acontece também na Estatística, onde os alunos poderão desenvolver um trabalho mais autónomo em relação às aulas, individualmente ou em grupo, já que a maior parte dos conceitos e processos envolvidos são do seu conhecimento e basta que a informação a estudar tenha interesse para o aluno para que o trabalho ganhe sentido.

F.8. Funções

- Conceito de função
 - Tabelas
 - Gráficos
 - Funções definidas por uma expressão analítica
- A proporcionalidade directa como função $y = kx$
 - Gráfico da função $y = kx$
 - Gráfico da função $y = kx + b$
- Reconhecer exemplos e contra-exemplos de funções em correspondências apresentadas em diferentes contextos e de diversas formas (linguagem corrente, tabelas, gráficos).
- Ler, interpretar e construir tabelas e gráficos relativos a situações representáveis por funções do tipo $y = kx$, reconhecendo-as como correspondências de proporcionalidade directa e relacionando de forma intuitiva, o valor de k com a inclinação da recta e com a constante de proporcionalidade.
- Construir e interpretar tabelas e gráficos de funções do tipo $y = kx + b$

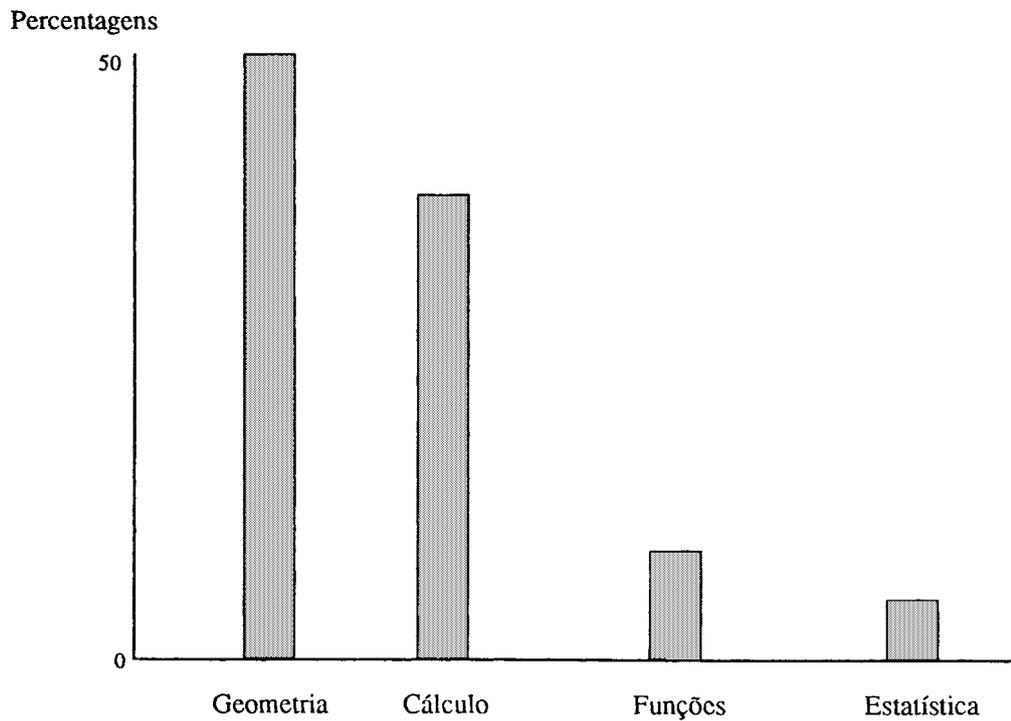
E.8. Estatística

- Organização e representação de dados
 - Polígonos de frequência
 - Pictogramas
- Interpretação da informação
- Organizar, representar e interpretar dados pelos processos julgados mais adequados.
- Fundamentar afirmações recorrendo a argumentos numéricos e criticar análises estatísticas, justificando as suas razões.

PROPOSTA DE ROTEIRO

1. Decomposição de figuras. Teorema de Pitágoras (G. 8.1.)
2. Funções (F. 8.)
3. Ainda os números (N. 8.1.)
4. Semelhança de triângulos (G. 8.2.)
5. Estatística (E. 8.)
6. Lugares geométricos (G. 8.3.)
7. Equações (N. 8.2.)
8. Translações (G. 8.4.)

PESO RELATIVO DOS TEMAS



1. DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS — TEOREMA DE PITÁGORAS

A decomposição e composição de figuras geométricas, podendo constituir uma actividade lúdica, permite também um melhor conhecimento das suas propriedades e das relações entre os seus elementos.

É importante que o aluno realize experiências, faça tentativas e corrija erros.

A verificação do teorema de Pitágoras e a decomposição de um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa surgirão como exemplos de actividades deste tipo.

Para além da intuição e imaginação necessárias à resolução destes problemas, poderá eventualmente proceder-se com os alunos a uma análise mais detalhada das figuras, no sentido de justificar ou confirmar determinados resultados.

Serão feitos analogamente raciocínios no espaço, nomeadamente no que se refere ao teorema de Pitágoras.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Decomposição de polígonos em triângulos e quadriláteros — Decomposição de um triângulo por uma mediana — Decomposição de um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa — Equivalência de polígonos; área do trapézio • Teorema de Pitágoras — Demonstração por decomposição de um quadrado • Teorema de Pitágoras e o espaço — Perpendicularidade entre recta e plano — Perpendicularidade de planos 	<ul style="list-style-type: none"> • Decompor um polígono em triângulos e quadriláteros e relacionar entre si as figuras obtidas. • Por composição de figuras, obter uma figura dada. • Resolver problemas, relacionando entre si propriedades das figuras geométricas. • Inventar um <i>puzzle</i> geométrico. • Resolver problemas utilizando o processo de tentativa e erro. • Resolver problemas, no plano e no espaço, aplicando o teorema de Pitágoras, recorrendo à calculadora sempre que aconselhável. • Justificar a semelhança entre os triângulos obtidos ao traçar a altura referente à hipotenusa num triângulo rectângulo. • Verificar se uma mediana é eixo de simetria num triângulo dado. • Determinar o baricentro de um triângulo. • Identificar rectas perpendiculares a planos e planos perpendiculares a planos em modelos concretos. • Colaborar num pequeno trabalho sobre história da Matemática. 	<p>Nas primeiras actividades de composição a apresentar, poderão utilizar-se <i>puzzles</i>, já feitos (Tangram, por exemplo) ou outros que se obtêm recorrendo a figuras geométricas.</p> <p>Podem ser úteis colocar problemas em aberto, pedindo ao aluno que discuta a solução.</p> <p>Exemplos de actividades:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Decompor um triângulo isósceles em 4 triângulos. Em que condições se obtêm 4 triângulos equiláteros iguais? 2) Em que condições se pode decompor um trapézio isósceles em 3 triângulos equiláteros iguais? 3) Com as peças 1, 2, 3 e 4, obtidas pela seguinte decomposição de um quadrado, obter um triângulo isósceles, um paralelogramo, um trapézio (Emma Castelnuovo, Geometria Intuitiva). 4) Construir um paralelogramo equivalente a: <ul style="list-style-type: none"> • um triângulo; • um trapézio. <p>e relacionar as fórmulas das áreas respectivas;</p> <ol style="list-style-type: none"> 5) Com quatro triângulos isósceles de base a e um quadrado de lado a, construir um octógono: <ul style="list-style-type: none"> • Em que caso se obtém um quadrado? • Em que caso se obtém a planificação de uma pirâmide?



ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<p>— Diagonal do paralelepípedo rectângulo</p>		<p>A demonstração do Teorema de Pitágoras por decomposição de um quadrado surge como mais um problema deste tipo. É oportuno neste momento o uso dos termos «hipótese», «tese», «teorema», «demonstração», que eventualmente poderão ainda ser desconhecidos do aluno e daqui em diante passarão a fazer parte dos seu vocabulário.</p> <p>O estudo da decomposição de um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa pode fazer-se recortando um triângulo rectângulo pela referida altura e procurando por sobreposição verificar que os triângulos são semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado.</p> <p>O mesmo resultado pode também ser demonstrado recorrendo ao caso de semelhança de triângulos que os alunos já conhecem do ano anterior.</p> <p>Pode determinar-se experimentalmente a mediana de uma chapa triangular, suspendendo-a por um dos vértices. Pode intuir-se que o triângulo ficou dividido em dois triângulos com a mesma área. Pode também constatar-se que o lado oposto ao ponto de suspensão ficou dividido em duas partes iguais. Estes resultados já poderão ser demonstrados.</p> <p>Tal como no ano anterior, as noções relativas ao Espaço serão dadas de forma intuitiva, a partir de exemplos concretos (sólidos geométricos, paredes de uma sala, candeeiros de pé, etc.), explicitando as respectivas definições:</p> <ul style="list-style-type: none"> — uma recta é perpendicular a um plano se for perpendicular a duas rectas concorrentes desse plano que passam pelo seu pé; — Dois planos são perpendiculares se formam diedros iguais (1). <p>Usar-se-ão na resolução de problemas de aplicação do teorema de Pitágoras no espaço. Por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> · Determinação da diagonal de um cubo; · Determinação da altura de um cone. <p>A propósito do teorema de Pitágoras é útil fazer-se uma referência à História da Matemática (a Matemática nos Egípcios, nos Gregos, a corda dos 12 nós, a demonstração na História da Matemática).</p>

(1) O professor terá que informar o aluno do que é um diedro: cada uma das quatro regiões em que dois planos secantes dividem o espaço (exemplificando em modelos concretos).

2. FUNÇÕES

Aproveitando o estudo já feito da proporcionalidade directa, onde se consolidou a ideia de correspondência, vão ser agora introduzidos os conceitos e linguagem básicos relativos a funções, que irão ser utilizados e aprofundados ao longo do 3.º ciclo.

A tradução gráfica da proporcionalidade permite que os alunos, ao visualizarem situações já conhecidas, relacionem entre si as duas linguagens — analítica e gráfica. Simultaneamente evidencia a clareza da forma gráfica que, por simples leitura, possibilita a descrição e interpretação de um fenómeno, constituindo um poderoso instrumento de análise e comunicação.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Conceito de função <ul style="list-style-type: none"> — Tabelas — Gráficos — Funções definidas por uma expressão analítica · A proporcionalidade directa como função $x \rightarrow kx$ <ul style="list-style-type: none"> — Gráfico da função $x \rightarrow kx$ — Gráfico da função $x \rightarrow kx + b$ 	<ul style="list-style-type: none"> · Dar exemplos de correspondências na Matemática, noutras ciências ou em situações da vida real, identificando as que são funções. · Identificar, numa função, domínio e contradomínio, reconhecendo objecto e imagem. · Ler, interpretar e construir tabelas e gráficos relativos a funções do tipo $x \rightarrow kx$, $x \rightarrow kx + b$ ou outras simples. · Relacionar, de forma intuitiva, a inclinação da recta com a constante de proporcionalidade, numa função do tipo $x \rightarrow kx$. 	<p>Exemplos concretos de correspondências fornecidos pelo professor e pelos alunos, poderão conduzir a discussões que clarificarão o conceito de função.</p> <p>O professor deverá apresentar funções recorrendo a diferentes tipos de representação — gráfica, analítica, tabelas, linguagem corrente — procurando que os alunos comecem a traduzir de uma linguagem para outra familiarizando-se com a terminologia adequada.</p> <p>Funções ligadas à Física, à Geometria e à vida real ajudarão os alunos a compreender a amplitude deste conceito.</p> <p>A proporcionalidade directa como função, exemplo privilegiado para este trabalho, será estudada com maior incidência nos aspectos analítico e gráfico.</p> <p>Serão apresentados gráficos de funções de funções do tipo $x \rightarrow kx + b$ ligados a situações concretas (conta de telefone, preço de táxi ...) de modo a que o aluno relacione k com a inclinação da recta, conheça o significado de b e relacione estes gráficos com os de proporcionalidade directa.</p>

Número de aulas previstas: 8.

3. AINDA OS NÚMEROS

Tal como na unidade «conhecer melhor os números» do ano anterior, toda esta unidade deverá ser desenvolvida a partir de actividades/ problema que permitam aos alunos um melhor conhecimento dos números relacionando-os através das suas propriedades e descobrindo novas relações.

O m. d. c. e m. d. c., as potências de expoente inteiro, a escrita de números usando potências, a continuação de seqüências, etc., aparecerão como novos problemas sobre números, a desafiãr a imaginação e o raciocínio do aluno.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Problemas sobre números — Seqüências de números — M. d. c. e m. d. c. de dois números — Potências de expoente inteiro — Escrita de números utilizando potências de 10 	<ul style="list-style-type: none"> · Descobrir relações entre números. · Continuar seqüências simples de números: divisores, múltiplos, quadrados, cubos, potências de um número, ... · Indicar o m. d. c. e o m. d. c. entre dois números. · Calcular o valor de uma potência de expoente inteiro. · Escrever um número sob a forma de uma potência. · Comparar potências (com a mesma base; com o mesmo expoente; ...). · Operar com potências de expoente inteiro. · Representar um número natural na forma de um polinómio nas potências de 10. · Escrever números em notação científica, recorrendo, ou não, à calculadora. · Utilizar a notação científica para interpretar e comparar números ou grandezas físicas. · Estimar a ordem de grandeza de um resultado. · Utilizar a calculadora como auxiliar de cálculo ou como instrumento de pesquisa na resolução de problemas. 	<p>Novos jogos de números podem constituir pontos de partida para o estudo dos temas propostos nesta unidade.</p> <p>A propósito de seqüências de números, poderão colocar-se questões tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — procurar o termo que vem a seguir; — tentar encontrar uma lei de formação; — ver se os termos se «aproximam» de algum número; — estudar o que acontece ao multiplicar sucessivamente um número positivo (negativo) por um factor maior (menor) que 1. <p>Poderá usar-se calculadora, tirando partido do factor ou da parcela constante.</p> <p>Os conceitos de m. d. c. e m. d. c. surgirão naturalmente de seqüências de múltiplos e divisores. Os seus valores poderão também ser calculados recorrendo à decomposição em factores primos, ou à relação $M \times D = axb$. Aplicar-se-ão à relação de problemas variados e ao cálculo com fracções.</p> <p>O conhecimento de potência de expoente inteiro permitirá explicitar novas relações entre números podendo agora por exemplo propor-se aos alunos que escrevam $\frac{1}{100}$, como potência de base 10 ou 27 como potência de base $\frac{1}{3}$, ou que enquadrem um número entre duas potências consecutivas da mesma base.</p> <p>Interessa-nos sobretudo o cálculo com potências de base 10, a escrita de números em notação científica, e a sua utilização para interpretar e comparar números e grandezas físicas.</p>

4. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

O conceito de semelhança de polígonos dado no ano anterior, irá agora ser trabalhado em particular no caso dos triângulos, chegando-se ao estudo intuitivo dos casos de semelhança.

A semelhança de triângulos, constituindo mais um instrumento de análise de figuras, permitirá propor aos alunos problemas que abrirão perspectivas para novos conhecimentos.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Critérios de semelhança de triângulos 	<ul style="list-style-type: none"> • Construir um triângulo semelhante a outro, descrevendo por palavras suas a estratégia usada. • Usar os critérios de semelhança de triângulos e as relações entre os elementos homólogos, na justificação de raciocínios. • Construir figuras geométricas, utilizando instrumentos de medição e de desenho. • Relacionar os perímetros e as áreas, em triângulos semelhantes. • Usar a semelhança de triângulos na análise de figuras. 	<p>Os critérios de semelhança de triângulos serão dados de forma intuitiva, com base na construção. O professor poderá, por exemplo, pedir aos alunos que construam um triângulo semelhante a outro, e discutir os processos usados na resolução deste problema.</p> <p>As relações $\frac{P}{P'} = k$ e $\frac{A}{A'} = k^2$ poderão ser obtidas experimentalmente pelos alunos. Se for oportuno a sua demonstração será posta como problema, bem como a sua generalização a outros polígonos. Poderão agora ser postos problemas tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Calcular a altura de um candeeiro de rua, com o auxílio de uma estaca colocada perpendicularmente ao solo, medindo as respectivas sombras. <p>Da semelhança de triângulos podem tirar-se conclusões sobre paralelismo. Pode, por exemplo, provar-se que «o segmento de recta que une os pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao outro lado», atendendo a que se 2 ângulos AOB e A'OB' são geometricamente iguais e OA//O'A' então OB//O'B', desde que tenham a mesma orientação (1).</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Uma vez resolvido este problema, o aluno poderá resolver outros tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Provar que a figura que se obtém unindo os pontos médios dos lados de qualquer quadrilátero convexo é sempre um paralelogramo. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Número de aulas previstas: 8.</p> </div> <p>(1) Toma-se necessária uma breve referência à orientação de um ângulo, que será devidamente esclarecida quando se tratar de rotações.</p>

5. ESTATÍSTICA

É importante que, no 8.º ano, os alunos não percam o contacto com conceitos e métodos de organização e interpretação de dados, conhecidos em anos anteriores.

Sendo muito poucos os conceitos a introduzir, caberá ao professor incentivar os alunos e ajudá-los na escolha de um tema e no lançamento de um trabalho que desenvolverão de forma quase autónoma, reservando-se posteriormente um espaço para apresentação, análise e discussão por parte dos diferentes grupos.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Organização e representação de dados — Polígonos de frequência — Pictogramas · Interpretação da informação 	<ul style="list-style-type: none"> · Realizar um trabalho de organização, representação e interpretação de dados, fundamentando afirmações, comunicando conclusões e fazendo conjecturas. · Criticar análises estatísticas, justificando as suas razões. 	<p>Deverá propor-se uma actividade de organização, representação e interpretação de dados, estudando casos diferentes, eventualmente mais complexos que no ano anterior, relacionados sempre que possível com os interesses dos alunos.</p> <p>São de referir dois tipos de pictogramas:</p> <ul style="list-style-type: none"> — ampliação de uma figura; — repetição de uma figura. <p>Os alunos deverão ser solicitados a comunicar sob diversas formas</p> <ul style="list-style-type: none"> — através de uma exposição oral, de um pequeno trabalho escrito, da organização de um placard expositivo — as conclusões do seu trabalho.

Número de aulas previstas: 4.

6. LUGARES GEOMÉTRICOS

A resolução geométrica de problemas tais como a determinação do conjunto dos pontos que verificam uma dada propriedade é uma boa ocasião para que o aluno selecione estratégias, formule hipóteses, faça experiências, verifique soluções, descreva processos e justifique o modo de proceder.

O professor deverá ter em conta o tempo necessário para desenvolver este tipo de actividades importantes para a formação do jovem.

Estes assuntos podem ser retomados em diferentes momentos não sendo proveitoso esgotá-los de uma só vez. Trata-se de desenvolver progressivamente uma forma de pensar.

Sempre que oportuno tentar-se-á fazer raciocínios correspondentes no plano e no espaço.

A par do recurso à imaginação e intuição necessárias à resolução de problemas é importante que os alunos justifiquem e discutam os raciocínios feitos e os processos utilizados. Gradualmente ir-se-ão apercebendo da necessidade de provar, até mesmo aquilo que a intuição lhes sugere como verdadeiro, desenvolvendo assim em simultâneo tanto o raciocínio indutivo como o dedutivo.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Problemas envolvendo distâncias entre dois pontos <ul style="list-style-type: none"> — Circunferência, círculo — Superfície esférica, esfera — Mediatriz de um segmento de recta — Circunferência circuncrita · Conjunção de condições e intersecção de conjuntos 	<ul style="list-style-type: none"> · Resolver geometricamente problemas que envolvam a noção de distância entre dois pontos. · Identificar o conjunto de pontos do plano ou do espaço que estão a uma distância d (menor que d ou maior que d) de um ponto dado. · Reconhecer que o conjunto dos pontos do plano equidistantes dos extremos de um segmento de recta é a recta perpendicular ao meio do segmento. · Fazer um esboço que facilite a compreensão e resolução de um problema. · Descrever e justificar, oralmente e por escrito, o processo usado na resolução de um problema. · Determinar o conjunto de pontos que satisfazem uma conjunção de condições. 	<p>Serão postos aos alunos problemas que envolvam a determinação de conjuntos de pontos definidos por uma ou mais condições. Exemplos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Determinar sobre uma estrada a melhor posição para uma bomba de gasolina que sirva igualmente duas vilas situadas fora da estrada. Discutir vários casos. Ver se o problema é sempre possível. 2) Determinar sobre uma circunferência pontos equidistantes de dois pontos A e B. Discutir os vários casos possíveis e o número de soluções. 3) Dados dois pontos, construir uma circunferência que passe por eles e tenha o centro sobre uma recta dada. Discutir o problema. Elaborar um pequeno relatório sobre o modo de proceder e respectiva justificação. <p>Se for oportuno poderá referir-se a elipse e a propriedade que a caracteriza e, eventualmente, fazer a sua construção baseada nessa propriedade.</p> <p>Também, quando for oportuno, se pode propor a justificação da construção da perpendicular a uma recta tirada por um ponto.</p> <p>É conveniente colocar-se questões que envolvam outros domínios planos, por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> — pontos do plano cuja distância a A seja maior (menor) que a B; — pontos do plano cuja distância a P esteja compreendida entre 3 e 5. <p>Assim como, por analogia com a circunferência e círculo vem superfície esférica e esfera, tentando fazer no espaço um raciocínio</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>paralelo ao do plano poder-se-á chegar até à noção de plano mediador de um segmento de recta, exemplificando em sólidos geométricos, nas paredes de uma sala, etc. Para tal, ter-se-á em conta a própria turma, e ainda o facto de que no espaço se vai trabalhar quase exclusivamente com a intuição.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 10.</div>

7. EQUAÇÕES		
ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Equações do 1.º grau — Equações com denominadores — Equações literais · Equações de grau superior ao 1.º — Operações com polinómios (adição algébrica, multiplicação) — Lei do anulamento do produto, disjunção de condições e reunião de conjuntos 	<ul style="list-style-type: none"> · Interpretar o enunciado de um problema. · Traduzir um problema por meio de uma equação. · Procurar soluções de uma equação. · Escrever o enunciado de um problema que possa ser traduzido por uma equação dada. · Resolver equações do 1.º grau a uma incógnita. · Resolver equações literais, nomeadamente fórmulas usadas em outras disciplinas, em ordem a uma das incógnitas. · Operar com polinómios simples. · Decompor um binómio ou trinómio em factores, em casos imediatos. · Aplicar a lei do anulamento do produto à resolução de equações. · Interpretar e criticar as soluções de uma equação no contexto de um problema. 	<p>O estudo da resolução das equações do 1.º grau ficará agora completo com as equações com denominadores.</p> <p>Para introdução do estudo de equações de grau superior ao primeiro, pode propor-se aos alunos que resolvam uma equação do tipo $(x - 5)(x - 3) = 15$.</p> <p>Da discussão e do confronto entre os diferentes processos seguidos surgirá naturalmente a vantagem de operar os polinómios que nela figuram, encaminhando os alunos para uma sistematização que envolverá o conhecimento das operações com polinómios, da disjunção de condições e da lei do anulamento do produto.</p> <p>Os polinómios a usar deverão ser do primeiro e segundo grau e apenas numa variável.</p> <p>A disjunção de condições aparecerá ligada à lei do anulamento do produto, chamando-se a atenção para o facto de que à disjunção de condições corresponde a reunião dos conjuntos solução.</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<p>— Casos notáveis da multiplicação de binómios</p>		<p>As equações literais que terão interesse para os alunos serão fundamentalmente as que resultam da generalização de problemas ou envolvem fórmulas da Geometria e da Física.</p> <p>A decomposição de polinómios em factores, visto ser retomada no ano seguinte, deverá incidir sobre situações em que seja apenas necessário pôr um factor em evidência, ou utilizar directamente um dos casos notáveis, ou ainda uma combinação muito simples destas duas situações, como por exemplo a necessária para resolver a equação $x^2 - x = 0$.</p> <p>O professor procurará que a parte de cálculo relativa a esta unidade seja apresentada de forma motivadora, eventualmente apoiado em esquemas geométricos (como os que se conhecem para o produto de binómios) podendo pôr-se questões do tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> · Completar um binómio de forma a obter o quadrado de outro binómio. · Calcular a diferença entre dois quadrados perfeitos consecutivos. Encontrar uma expressão geral que dê a diferença entre dois quadrados perfeitos consecutivos. · Calcular 101^2, 98^2 por vários processos. · Comparar $10^2 + 5^2$ com 15^2. · Apresentar o organigrama da resolução de uma equação do primeiro grau ou de grau superior ao primeiro.

Número de aulas previstas: 16.

8. TRANSLAÇÕES

Um estudo intuitivo das translações e das suas propriedades facilitará um melhor conhecimento das figuras geométricas, permitindo comparar figuras ou elementos de uma mesma figura.
Os primeiros exemplos de translação encontrar-se-ão na Arte ou na Técnica, ou em situações simples do quotidiano.
Observando e construindo, o aluno chegará de forma natural ao conceito de vector e à adição de vectores a partir da realização de duas translações consecutivas.
A decoração de uma região plana poderá contribuir para desenvolver a sensibilidade à harmonia dos elementos geométricos.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Translações — Imagem de uma figura numa translação dada — Propriedades das translações — Vector — Composição de translações: adição de vectores 	<ul style="list-style-type: none"> · Identificar translações na vida quotidiana. · Efectuar translações de figuras em quadrículas. · Construir a imagem de uma figura numa translação definida por um vector dado. · Reconhecer propriedades das translações. · Resolver problemas simples que envolvam translações. · Compor translações, relacionando com a adição de vectores. · Utilizar instrumentos de medição e de desenho na construção de figuras. · Decorar uma região plana, usando translações. 	<p>Para uma abordagem intuitiva das translações, para além da procura de exemplos na vida real, poderá recorrer-se a meios auxiliares — geoplano, computador, papel quadriculado ... — para observação ou construção.</p> <p>O recurso a figuras já feitas, por exemplo, «pavages», pode permitir não só uma abordagem rica como também aplicações sugestivas do estudo das translações e das suas propriedades.</p> <p>As propriedades das translações serão verificadas experimentalmente e usadas para relacionar entre si figuras ou elementos de figuras.</p> <p>O conceito de vector surgirá naturalmente quando se pretender efectuar uma translação de uma figura sem apoio de uma quadrícula.</p> <p>Ligado à reversibilidade da translação, poderá pensar-se num vector simétrico de outro, e no vector nulo.</p> <p>As translações poderão ainda fornecer exemplos de funções de tipo geométrico.</p>

Número de aulas previstas: 10.

9.º ANO

GEOMETRIA

· Desenvolver o conhecimento do Espaço.

No último ano deste ciclo pretende-se por um lado completar alguns aspectos que se consideram básicos e que ainda não tenham eventualmente sido referidos, nomeadamente relativos a circunferências, ângulos excêntricos, polígonos regulares, rotações e isometrias.

Por outro lado, fornece-se aos alunos mais uma ferramenta básica que é a trigonometria do triângulo rectângulo, aplicando-a a várias situações da vida real e de outras ciências.

Finalmente na última unidade faz-se simultaneamente uma tentativa de unificar o estudo da geometria feita neste ciclo, e de abrir novas perspectivas, numa leve referência à geometria como teoria hipotético-dedutiva.

O trabalho com áreas e volumes que irá progredindo ao longo destes três anos, sintetizando conhecimentos diversos estabelece a relação Espaço-Plano.

É importante que, no final do ciclo e aproveitando o tema «Geometria» os alunos realizem, individualmente ou em grupo, trabalhos como, por exemplo: construção de um sextante rudimentar, decoração de uma região plana utilizando isometrias e semelhanças, ou ainda uma pequena pesquisa sobre História da Matemática.

Como durante todo o ciclo, continuam a ser preocupações constantes deste ano a observação e análise de figura, a ligação à vida real, o aproveitamento da intuição e o desenvolvimento progressivo do rigor, o uso de raciocínios indutivos e dedutivos sem esquecer a importância da comunicação, da argumentação, a utilidade do esboço e da construção rigorosa.

G 9.1. Circunferência e polígonos. Rotações

- Ângulos ao centro e arcos correspondentes
- Ângulo inscrito num arco de circunferência
- Consequências das simetrias da circunferência
- Polígonos inscritos; polígonos regulares
- Áreas de polígonos regulares
- Áreas e volumes de prismas e pirâmides regulares, cilindros e cones
- Rotações
- Isometrias
- Relacionar amplitudes de ângulos e arcos, e determinar amplitudes de ângulos excêntricos.
- Estabelecer relações entre arcos, cordas, tangentes e raios recorrendo às simetrias da circunferência.
- Determinar amplitudes de ângulos internos e externos de polígonos convexos, e identificar rotações de polígonos regulares em torno do seu centro.
- Identificar diferentes isometrias comparando as suas propriedades.

G.9.2. Trigonometria do triângulo rectângulo

- Razões trigonométricas de ângulos agudos
 - Seno
 - Co-seno
 - Tangente
- Relações entre as razões trigonométricas
 - $\text{sen}^2 a + \text{cos}^2 a = 1$
 - $\text{tg } a = \text{sen } a / \text{cos } a$
- Tabelas de valores naturais e calculadoras
- Determinar razões trigonométricas de um dado ângulo agudo, por construção, utilizando tabelas ou calculadoras, ou conhecida outra razão trigonométrica do mesmo ângulo.
- Procurar estratégias adequadas para determinar distâncias a locais inacessíveis, alturas de edifícios ...

G.9.3. Espaço — outra visão

- Sólidos geométricos
 - Áreas e volumes
- Representação no plano de rectas e planos do espaço
- Critérios de
 - Paralelismo de recta e plano
 - Paralelismo de planos
 - Perpendicularidade de recta e plano
 - Perpendicularidade de planos
- Referência à geometria como construção hipotético-dedutiva
 - Axioma, teorema, demonstração
- Resolver problemas referentes a áreas e volumes de sólidos geométricos, incluindo esferas.
- Identificar em modelos concretos posições relativas de rectas e planos, e fazer esboços que representem as diferentes situações possíveis.
- Relacionar procedimentos da vida corrente com os critérios referentes à posição relativa de rectas e planos.
- Distinguir axioma de teorema num determinado contexto.

NÚMEROS E CÁLCULO

- *Ampliar o conceito de número e desenvolver o cálculo.*

O conhecimento da existência de dízimas infinitas não periódicas permitirá aos alunos tomar consciência e organizar o conjunto dos números reais, identificando-os pelo tipo de dízimas que os representam. Com o auxílio da calculadora poderá aprofundar e tentar sistematizar reflexões iniciadas em anos anteriores: números irracionais já familiares (π , $\sqrt{2}$, ...), números racionais com dízimas infinitas, vantagens e desvantagens de um valor aproximado, etc.

No que diz respeito a subconjuntos de \mathbb{R} , tem especial interesse o trabalho com intervalos, que o aluno encontrará ao resolver inequações.

A resolução de sistemas, de inequações, de equações do 2.º grau usando a fórmula resolvente e uma nova abordagem da factorização, fornecerá novos instrumentos para resolver problemas e proporcionará também novas oportunidades de exercitar algumas destrezas em cálculos com significado.

De posse de diferentes métodos algébricos de resolução de problemas, o aluno deverá ser capaz de escolher o método adequado, de decidir se vai trabalhar com valores exactos ou aproximados e que forma de cálculo vai utilizar — mental, à mão, usando calculadora — criticando e analisando no contexto do problema a solução encontrada.

N.9.1. Sistemas de equações

- Equações do 1.º grau a duas incógnitas
- Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas
 - Método de substituição para a resolução de sistemas
- Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para a linguagem matemática.
- Procurar soluções de uma equação do primeiro grau a duas incógnitas e verificar se um par ordenado é solução de um sistema de equações a duas incógnitas.
- Resolver sistemas de equações pelo método de substituição, interpretando e criticando a solução num dado contexto.
- Discutir o processo usado na resolução de um problema.

N.9.2. Os números reais. Inequações

- Dízimas
- Números irracionais
- Os números reais
 - A recta real
- Relacionar números reais com o tipo de dízimas que os representam, comparando-os, representando-os num eixo, usando aproximações adequadas a cada contexto.

- Relações «<» e «>» em \mathbb{R}
 - Transitividade
 - Equivalência entre $a < b$ e $b > a$
- Intervalos
- Inequações
 - Regras para resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita
- Conjuntos definidos por condições
- Interpretar e representar gráfica e simbolicamente intervalos de números reais, assim como a intersecção e reunião de intervalos.
- Resolver inequações do primeiro grau a uma incógnita escolhendo as soluções adequadas a cada contexto.
- Identificar conjuntos definidos por uma condição, ou por uma conjunção ou disjunção de duas condições simples.

N.9.3. Equações

- Resolução de equações do 2.º grau
 - Incompletas
 - Completas
 - Fórmula resolvente (sem demonstração)
- Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para a linguagem matemática.
- Resolver equações do 2.º grau procurando utilizar o processo mais adequado a cada situação (lei do anulamento do produto, fórmula resolvente, noção de raiz quadrada).
- Interpretar e criticar as soluções ou a impossibilidade de uma equação no contexto de um problema, e discutir, apresentando argumentos, o processo de resolução utilizado.

FUNÇÕES E ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES

- *Desenvolver o conceito de função.*
- *Desenvolver processos e técnicas de tratamento da informação.*

O estudo da proporcionalidade inversa, feito a partir de situações da vida corrente, da Matemática e de outras disciplinas — Física, nomeadamente, onde estudam a lei de atracção universal — vai permitir resolver problemas envolvendo grandezas que variam em sentido contrário e retomar o conceito de função, já abordado no ano anterior.

Continuando a dar-se especial relevo à linguagem gráfica, como instrumento poderoso de análise e comunicação, pode agora aproveitar-se um melhor conhecimento que o aluno vai adquirindo da linguagem algébrica para tirar partido da construção, observação e análise de gráficos de funções da forma $x \curvearrowright \frac{k}{x}$ ($x > 0$, $k > 0$) e $x \curvearrowright ax + b$, com base em situações concretas, relacionando-os com os tipos de proporcionalidade estudados, questionando a sua variação ...

O cálculo de valores aproximados sobre um gráfico, a formulação de hipóteses sobre o seu comportamento fora dos limites do que está representado, a procura de uma função conhecida que melhor se ajuste a uma relação real «quase» funcional, são actividades matemáticas que o aluno pode realizar com interesse e que envolvem conceitos, processos e capacidades desenvolvidos ao longo da escolaridade básica.

O exacto e o aproximado, a procura de uma lei para o aleatório, estarão também presentes na abordagem intuitiva que se faz de Probabilidades, onde o aspecto lúdico da Matemática ganha força e a Estatística novo significado.

F.9. Proporcionalidade inversa. Representações gráficas

- Proporcionalidade inversa
 - Constante de proporcionalidade inversa
 - Tabelas
- Reconhecer situações de proporcionalidade inversa, apresentadas de diferentes formas, indicando a constante de proporcionalidade.
- Ler, interpretar, construir tabelas e gráficos relativos a situações representáveis por funções da forma $x \curvearrowright \frac{k}{x}$

- Gráficos
- A proporcionalidade inversa como função

$$x \rightsquigarrow \frac{k}{x}$$

- Análise de gráficos que traduzem situações da vida real

($k > 0$ e $x > 0$) e $x \rightsquigarrow ax + b$, relacionando-os com os dois tipos de proporcionalidade estudados.

- Construir tabelas e gráficos a partir da observação de dados e interpretar a informação contida em gráficos que lhe sejam fornecidos.

E.9.1. Estatística e Probabilidades

- Alguns aspectos de linguagem
- Noção de probabilidade de um acontecimento

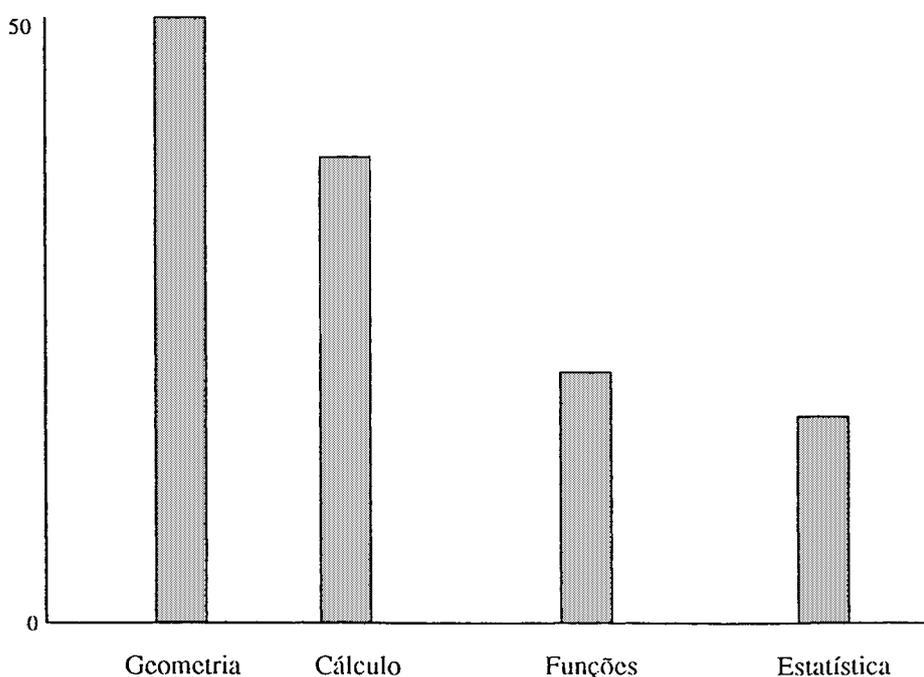
- Usar conscientemente as expressões: «muito provável», «improvável», «certo», «impossível», ... e identificar resultados possíveis numa situação aleatória.
- Calcular, em casos simples, a probabilidade de um acontecimento como quociente entre número de casos favoráveis e número de casos possíveis.
- Compreender e usar a frequência relativa como aproximação da probabilidade.

PROPOSTA DE ROTEIRO

1. Estatística e probabilidades (E. 9.)
2. Sistemas de equações (N. 9.1.)
3. Proporcionalidade inversa. Representações gráficas (F. 9.)
4. Os números reais. Inequações (N. 9.2.)
5. Circunferência e polígonos. Rotações (G. 9.1.)
6. Equações (N. 9.3.)
7. Trigonometria (G. 9.2.)
8. Espaço — outra visão (G. 9.3.)

PESO RELATIVO DOS TEMAS

Percentagens



1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES

No final do 3.º ciclo uma primeira abordagem intuitiva da noção de probabilidade, a partir de jogos ou outras actividades, pretende consciencializar o aluno de que há acontecimentos aleatórios, existem determinadas leis que permitem estudá-los, e há uma linguagem específica que facilita a comunicação deste tipo de ideias.

Os conhecimentos já adquiridos sobre Estatística permitem relacionar frequências relativas obtidas experimentalmente com o valor da probabilidade de um acontecimento.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Alguns aspectos de linguagem · Noção de probabilidade de um acontecimento 	<ul style="list-style-type: none"> · Reconhecer que em determinados acontecimentos há um grau de incerteza. · Identificar resultados possíveis numa situação aleatória. · Calcular, em casos simples, a probabilidade de um acontecimento como quociente entre número de casos favoráveis e número de casos possíveis. · Compreender e usar escalas de probabilidade de 0 a 1 ou de 0% a 100%. · Usar conscientemente as expressões: «muito provável», «improvável», «certo», «impossível» ... · Compreender e usar a frequência relativa como aproximação da probabilidade. 	<p>Ao apreciar resultados de:</p> <ul style="list-style-type: none"> — lançamento de uma moeda; — lançamento de um dado, <p>o aluno irá identificar acontecimentos possíveis, impossíveis, certos, prováveis, pouco prováveis ... familiarizando-se com este tipo de linguagem.</p> <p>O conceito de probabilidade de um acontecimento como razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, é facilmente entendível por parte do aluno. A contagem do número de casos favoráveis levanta por vezes algumas dificuldades, podendo no entanto proporcionar ocasião para discutir e organizar processos de contagem.</p> <p>Poderão ser propostas actividades tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Calcular a probabilidade de, de um saco com duas bolas pretas e três brancas, tirar (sem reposição): <ul style="list-style-type: none"> · Uma bola branca (numa só extracção); · Três bolas brancas (em 3 extracções consecutivas); · Três bolas pretas (em 3 extracções consecutivas); · Uma bola azul (numa só extracção); · Uma bola branca ou preta (numa só extracção). <p>Poderá ainda ser pedido ao aluno que discuta qual a probabilidade associada a acontecimentos como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Amanhã vai chover; — Hoje o professor vai chegar a horas.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>Para permitir concluir que em distribuições com frequência absoluta elevada a frequência relativa funciona como uma boa aproximação da probabilidade, poderão propor--se actividades do tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> · Cada aluno lança 30 vezes um dado, e regista os resultados (numa turma com 25 alunos haverá 750 resultados). A análise das frequências relativas evidenciará que eles darão boas aproximações de $\frac{1}{6}$, probabilidade de saída de uma qualquer face. <p>O aumento do número de experiências melhorará a aproximação.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 10.</div>

2. SISTEMAS DE EQUAÇÕES		
<p><i>De posse de uma nova ferramenta, o aluno irá, simultaneamente, resolver novos problemas e rever processos já seus conhecidos.</i></p> <p><i>O método de substituição — único a ser utilizado nesta altura — deverá ser rentabilizado, ajustando-se a cada situação.</i></p>		
ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Equações do 1.º grau a duas incógnitas · Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas — Método de substituição para a resolução de sistemas 	<ul style="list-style-type: none"> · Encontrar soluções de uma equação do 1.º grau a duas incógnitas. · Resolver uma equação do 1.º grau a duas incógnitas em ordem a uma delas. · Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para a linguagem matemática. · Verificar se um par ordenado é solução de um sistema. · Reconhecer sistemas equivalentes. · Resolver sistemas de equações pelo método de substituição. · Interpretar e criticar a solução de um sistema de equações, no contexto de um problema. · Discutir, apresentando argumentos, o processo usado na resolução de um problema. 	<p>O trabalho com equações do 1.º grau a duas incógnitas e a posterior resolução de sistemas de duas equações, partindo de problemas que lhes dêem significado, permite novamente aos alunos traduzir da linguagem corrente para a linguagem matemática (e reciprocamente), procurar e verificar soluções, comparar a natureza da solução e o número de soluções com as que se obtêm ao resolver equações do 1.º e 2.º grau, averiguar se a solução encontrada convém ao problema, etc. ...</p> <p>É também oportuno encarar um sistema de equações como novo exemplo de conjunção de condições; sistemas equivalentes permitirão recordar a equivalência de condições; sistemas impossíveis e indeterminados devem ser referidos e exemplificados.</p> <p>O trabalho com equações literais simples feito no 8.º ano ajudará o aluno a compreender o método de substituição, que será apresentado sobre exemplos concretos.</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>Relativamente ao treino necessário para um razoável domínio do método, convém ter presente que:</p> <ul style="list-style-type: none"> — o aluno aprende melhor trabalhando com sistemas simples, onde os cálculos a efectuar não façam perder de vista o caminho a seguir; — mais útil do que resolver muitos sistemas de uma só vez será resolver os suficientes para entender o método e depois, ao longo do ano, num trabalho de casa, numa ficha de trabalho, ir retomando o assunto; — também é importante que, posteriormente, o professor proponha a resolução de problemas em que deixe ao aluno a escolha do método mais adequado — recorrer a uma equação, a um sistema, ou a outro processo que o conduza à solução; — Um bom aproveitamento do método de substituição facilitará os cálculos em muitas situações. <p>Por exemplo, se o aluno percebeu que, para resolver $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$ é muito mais cómodo tirar de uma equação o valor de $2y$ e substituir na outra, poderá em seguida propor-se-lhe que tente escrever um sistema equivalente a $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ 4x + 7y = 17 \end{cases}$ que seja mais fácil de resolver...</p> <p>É conveniente propor aos alunos situações do tipo $\begin{cases} x - 5y = 4 \\ 3x = 2 \end{cases}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 8.</div>

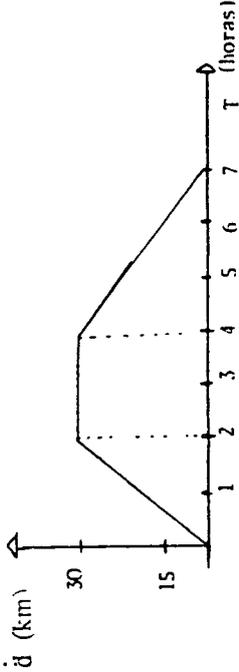
3. PROPORCIONALIDADE INVERSA. REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

A proporcionalidade inversa surgirá, tal como a directa, a partir de situações da vida corrente, permitindo resolver problemas concretos.

No entanto, uma vez que o aluno já conhece o conceito de função, a proporcionalidade inversa, constituindo uma nova concretização deste conceito, vai também ser estudado nesta perspectiva, através da sua expressão analítica, da construção e interpretação de tabelas e gráficos.

Dada a importância da linguagem gráfica, propõe-se nesta unidade, para além do gráfico da função $y = \frac{k}{x}$, a análise e interpretação de outros gráficos que traduzam situações de vida real.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Proporcionalidade inversa <ul style="list-style-type: none"> — Constante de proporcionalidade inversa — Tabelas — Gráficos · A proporcionalidade inversa como função $y = \frac{k}{x}$ · Análise de gráficos que traduzem situações da vida real 	<ul style="list-style-type: none"> · Resolver problemas da vida corrente, da Matemática ou de outras ciências, que envolvam proporcionalidade inversa. · Reconhecer situações de proporcionalidade inversa, indicando a constante de proporcionalidade. · Construir tabelas ou gráficos a partir de dados fornecidos. · Representar graficamente funções do tipo $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$ e $x > 0$). · Interpretar e explorar gráficos que lhe sejam fornecidos. 	<p>Deverão ser apresentados vários exemplos e trabalhadas situações problemáticas de proporcionalidade inversa, extraídas da vida real ou de outras ciências. Exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comparação das medidas dos lados de rectângulos com a mesma área. — Leis da Física ou de outras ciências que o aluno já conheça, ou que seja simples dar-lhe a conhecer (Lei de Boyle-Mariotte, Lei da atracção universal, alavanca interfixa ...) <p>Em cada caso será identificada a constante de proporcionalidade, e procurar-se-á o seu significado quando for claro para o aluno.</p> <p>Encarada como função, a proporcionalidade inversa será reconhecida nas suas diferentes representações (gráfica, analítica e por meio de tabela) passando, sempre que necessário, de umas para as outras.</p> <p>A propósito do gráfico da proporcionalidade inversa, que só é pedido no primeiro quadrante, pode no entanto ser oportuno, relacionando valores negativos, falar-se em hipérbole.</p> <p>Outros gráficos que traduzam situações ou descrevam fenómenos serão ainda apresentados para analisar e interpretar. Por exemplo perante um gráfico de temperaturas máximas do dia durante um mês, poderão pôr-se questões tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Haverá dias diferentes com a mesma temperatura máxima? — Em que dias a temperatura máxima foi de ...? — Qual parece ser o dia mais quente? — Em que dias a temperatura máxima foi superior a ...? — Como variou a temperatura máxima entre os dias ... e ...? <p>Pode ainda apresentar-se vários gráficos e pedir aos alunos que identifiquem aquele que traduz uma dada situação, ou que descreva</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>por palavras suas a situação representada num determinado gráfico. Exemplo:</p> <p>— descrever um passeio de bicicleta traduzido por um gráfico distância à origem/tempo</p>  <p>U professor pode sugerir questões como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Quantos quilómetros andou na 1.ª hora? — Qual a velocidade nas duas primeiras horas? — Quando é que andou mais depressa? À ida ou à volta? — Quanto tempo demorou o passeio? <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px;">Número de aulas previstas: 12.</p>

4. OS NÚMEROS REAIS. INEQUAÇÕES		
<p><i>Nesta unidade os alunos irão tomar consciência e organizar o conjunto de todos os números com que têm vindo a trabalhar no ensino básico — o conjunto dos números reais. Distinguirão números racionais de números irracionais através das respectivas dízimas, podendo enquadrar e comparar quaisquer números reais.</i></p> <p><i>O trabalho com conjuntos particulares de números reais, em especial os intervalos, deve estar estreitamente ligado à resolução de condições em \mathbb{R}, nomeadamente inequações, que os alunos irão aprender a resolver.</i></p>		
ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Dízimas • Números irracionais 	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionar números reais com o tipo de dízimas que os representam. • Indicar valores aproximados de um dado número real, controlando o erro. 	<p>Embora o aluno, desde o 7.º ano de escolaridade, tenha vindo a ser posto perante problemas que envolvem números irracionais, só agora vai dar consistência à existência desses números, distinguindo-</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Os números reais — A recta real · Relações «<» e «>» em \mathbb{R} — Transitividade — Equivalência entre $a < b$ e $b > a$ · Intervalos · Inequações: <ul style="list-style-type: none"> — Regras para resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita · Conjuntos definidos por condições 	<ul style="list-style-type: none"> · Comparar números reais. · Interpretar e representar, gráfica e simbolicamente, intervalos de números reais, assim como a intersecção e a reunião de intervalos. · Verificar se um número é solução de uma inequação. · Resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita. · Identificar conjuntos definidos por uma condição ou por uma conjunção ou disjunção de duas condições simples. 	<p>-os dos números racionais, relacionando-os com dízimas infinitas e não periódicas.</p> <p>Exemplos tais como: π, 2,101001000..., 5,123456789101112..., $\sqrt{2}$, ..., permitirão ao aluno, por um lado reencontrar números já seus conhecidos, por outro, escrever novos números irracionais por analogia.</p> <p>O professor referirá a correspondência biunívoca $\mathbb{R} \leftrightarrow$ [pontos da recta]. A marcação de alguns números irracionais na recta, tais como $\sqrt{2}$, poderá ajudar a compreender este facto.</p> <p>Deverão propor-se alguns exercícios de enquadramento de números reais, indicando valores aproximados por defeito, por excesso e majorantes do erro.</p> <p>A referência às relações «<» e «>» visa, fundamentalmente, a comparação de números reais e a resolução de inequações.</p> <p>A comparação de números reais far-se-á quando necessário, recorrendo a valores aproximados. As relações «\leq» e «\geq» surgirão naturalmente com alguns exemplos.</p> <p>Embora se excluam deste programa as regras para operar com radicais, o professor deverá informar que se pode operar com números reais, mantendo-se todas as propriedades das operações, e as regras de cálculo válidas em \mathbb{Q}. Como exemplo, poderá pedir-se ao aluno para justificar as seguintes igualdades: $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$; $3\pi + 5\pi = 8\pi$; $\sqrt{3}(1 + 1/\sqrt{3}) = \sqrt{3} + 1$, e ainda para indicar um enquadramento para $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.</p> <p>Enquadramentos de números reais fornecem primeiros exemplos de intervalos.</p> <p>Condições do tipo $x > 3$, $x \leq 2$ podem ser utilizadas para introduzir intervalos ilimitados; a intersecção e reunião de intervalos, ligadas à conjunção e disjunção de condições, tratar-se-ão com o apoio gráfico que deve acompanhar todo este trabalho.</p> <p>As regras para a resolução de inequações, tal como as que foram dadas para resolver equações serão apresentadas de forma intuitiva. Situações do tipo «$-x < -3$», poderão ser resolvidas sem referir explicitamente a monotonia parcial da multiplicação, passando a $3 < x$ e depois à inequação equivalente $x > 3$, ou comparando a relação de grandeza entre dois números com a relação entre os respectivos simétricos.</p> <p>Tem sentido nesta unidade a resolução de problemas que conduzam a inequações, conjunção ou disjunção de inequações.</p> <p>É conveniente que os alunos identifiquem conjuntos dos tipos: $\{x : x < 3\}$; $\{x : x \geq 2\}$; $\{x : x < 7 \text{ e } x > 2\}$; $\{x : x^2 = 25\}$, etc.</p>

5. CIRCUNFERÊNCIA E POLÍGONOS: ROTAÇÕES

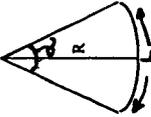
Pretende fazer-se nesta unidade um estudo relacionado da circunferência e do círculo com o de outros elementos geométricos que lhes estão directamente ligados — ângulos ao centro e excêntricos, cordas, arcos, tangentes, polígonos inscritos — suas propriedades e relações.

A inscrição de polígonos numa circunferência conduz a variados problemas, nomeadamente referentes a polígonos regulares, respectivos ângulos e áreas.

O estudo dos polígonos regulares terá aqui dois prolongamentos naturais. No espaço, o cálculo de áreas e volumes de sólidos onde figurem; no plano, o estudo da transformação mais sugestiva para lhes ser aplicada, a rotação.

A análise e a construção de composições decorativas à base de isometrias podem ajudar a valorizar a compreensão de um conjunto de figuras com a percepção da sua harmonia, ao mesmo tempo que permite uma visão dinâmica do plano.

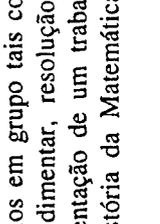
ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos ao centro e arcos correspondentes • Ângulo inscrito num arco de circunferência • Simetrias numa circunferência • Polígonos inscritos; polígonos regulares • Áreas de polígonos • Áreas e volumes de sólidos • Rotações • Isometrias 	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionar as amplitudes dos ângulos ao centro e ângulos inscritos com as amplitudes dos arcos correspondentes. • Descobrir amplitudes de outros ângulos cujos lados intersectam uma circunferência. • Identificar e traçar eixos de simetria de uma circunferência. • Relacionar arcos e cordas compreendidos entre cordas paralelas. • Reconhecer que a tangente é perpendicular ao raio, no ponto de tangência. • Justificar relações entre elementos de uma figura geométrica. • Determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos e a soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo. • Identificar rotações de polígonos regulares, em torno do seu centro. • Construir figuras, utilizando instrumentos de medição e desenho. • Comparar propriedades das rotações, translações e simetrias axiais. • Identificar diferentes isometrias, em decorações figurativas. • Utilizar isometrias na decoração de uma região plana. 	<p>As propriedades relativas a ângulos ao centro, arcos e cordas verificar-se-ão experimentalmente, sendo depois usadas em raciocínios sobre figuras, os quais se apoiarão quando necessário nas simetrias da circunferência.</p> <p>O professor encaminhará o aluno de forma a que ele possa concluir qual a relação entre a amplitude do ângulo inscrito e a do arco compreendido entre os seus lados. A partir deste conhecimento, a determinação de amplitudes de outros ângulos excêntricos surgirá como um problema a resolver.</p> <p>Quando for necessário construir polígonos regulares poderá usar-se as construções habituais (triângulo, hexágono, quadrado ...) ou também recorrer-se à determinação da amplitude do ângulo ao centro correspondente ao lado (pentágono, heptágono ...). Pode propor-se como actividade, por exemplo, a justificação da construção usual do hexágono regular.</p> <p>A partir da área do triângulo o aluno chegará facilmente à fórmula da área do polígono regular. A determinação de áreas de sectores circulares far-se-á recorrendo à proporcionalidade, e será útil estimar a relação entre a área de um determinado sector e a do círculo correspondente (aproximadamente $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ...,), relacionando com o que já foi feito em Estatística.</p> <p>Podem ter interesse verificar que a área do sector circular também se pode calcular através de $\frac{L \times R}{2}$ (determinando previamente o compri-</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>mento de L a partir de α). Este facto, que mostra haver uma estreita relação entre a área de um sector e a área de um triângulo, será utilizado no cálculo da área lateral do cone.</p>  <p>Numa permanente interacção Plano/Espaço, o cálculo de áreas de figuras planas ligar-se-á ao cálculo de volumes e áreas de sólidos geométricos.</p> <p>O estudo das rotações será feito fundamentalmente a partir de polígonos regulares em torno do seu centro, num e noutra sentido. Experimentalmente o aluno verificará as propriedades das rotações, e determinará a imagem de uma figura simples numa rotação dada.</p> <p>Chegar-se-á ao conceito de isometria comparando as propriedades das diferentes transformações geométricas estudadas até aqui, distinguindo as isometrias daquelas que o não são.</p> <p>Poderá recorrer-se ao geoplano circular como auxiliar didáctico para este assunto.</p> <p>Podrá ainda sugerir-se aos alunos a realização de uma composição decorativa baseada em isometrias.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 16.</div>
<p>6. EQUAÇÕES</p> <p><i>Retomando a decomposição em factores já abordada no ano anterior, ir-se-ão novamente resolver equações de grau superior ao primeiro.</i></p> <p><i>A fórmula resolvente das equações do 2.º grau será apresentada aos alunos, e usada sempre que for conveniente.</i></p> <p><i>Resolver-se-ão problemas diversificados — geométricos, numéricos, etc. — envolvendo vários conhecimentos adquiridos ao longo deste ciclo.</i></p>		
<ul style="list-style-type: none"> · Resolução de equações do 2.º grau — Incompletas — Completas 	<p style="text-align: center;">OBJECTIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> · Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para linguagem matemática. · Decompor um binómio ou trinómio em factores, com vista à resolução de equações. 	<p style="text-align: center;">OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS</p> <p>A decomposição de polinómios em factores, que no ano anterior incidiu apenas em casos muito simples, deverá agora ser retomada de modo mais amplo, permitindo ao aluno uma maior desenvoltura e flexibilidade na resolução de equações.</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<p>— Fórmula resolvente (in- formação)</p>	<ul style="list-style-type: none"> · Resolver equações do 2.º grau, procurando utilizar o processo mais adequado a cada situação (lei do anulamento do produto, fórmula resolvente, noção de raiz quadrada). · Interpretar e analisar as soluções ou a impossibilidade de uma equação, no contexto de um problema. · Discutir, apresentando argumentos, o processo usado na resolução de um problema. 	<p>A fórmula resolvente, apresentada sem demonstração, é outro processo a que o aluno recorrerá especialmente nos casos em que a decomposição não seja evidente.</p> <p>Pretende-se um uso formativo da fórmula resolvente. Para além do treino da sua correcta utilização, pode levar-se o aluno a reflectir sobre questões do tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Quando é que uma equação do 2.º grau tem uma só solução? — Escrever uma equação do 2.º grau impossível. — Numa equação do tipo $x^2 - 5x + 6 = 0$, relacionar os coeficientes com o produto e a soma das raízes. <p>Poderá pedir-se aos alunos que façam um organigrama para a resolução de uma equação do 2.º grau. Se for possível, recorrer-se-á ao computador.</p> <p>Se oportuno, os alunos poderão fazer um pequeno trabalho em grupo sobre a resolução de equações na História da Matemática (resolução de equações particulares na antiguidade, Pedro Nunes e a resolução de equações, a escrita simbólica e o seu contributo para o avanço na resolução de equações e sua utilização, etc.) ou poderá propor-se-lhes um trabalho em que sistematizem e exemplifiquem os diferentes tipos de condições que aprenderam a resolver ao longo do 3.º ciclo:</p> <ul style="list-style-type: none"> — equações do 1.º grau; — equações do 2.º grau; — sistemas; — inequações do 1.º grau; — etc. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 8.</div>

7. TRIGONOMETRIA DO TRIÂNGULO RECTÂNGULO

O estudo das razões trigonométricas de ângulos agudos feito a partir de triângulos rectângulos semelhantes, proporcionará aos alunos ocasião para realizar trabalhos fora da sala de aula, relacionando ângulos com distâncias, utilizando novos instrumentos de medição. Descobrirão estratégias adequadas à resolução de novos tipos de problemas, alguns dos quais ligados a questões da vida Astronomia, etc. ..., o aluno terá ainda uma boa oportunidade para realizar trabalhos em grupo, no âmbito da Matemática ou interdisciplinar, nomeadamente pesquisas referentes à Trigonometria na História da Matemática.

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> · Razões trigonométricas de ângulos agudos <ul style="list-style-type: none"> — Seno — Co-seno — Tangente · Relações entre as razões trigonométricas <ul style="list-style-type: none"> — $\text{sen}^2 a + \text{cos}^2 a = 1$ — $\text{tg} a = \text{sen} a / \text{cos} a$ · Tabelas de valores naturais e calculadoras 	<ul style="list-style-type: none"> · Determinar razões trigonométricas de um dado ângulo agudo (por construção, utilizando tabelas, usando calculadora). · Determinar um ângulo agudo conhecida uma das suas razões trigonométricas (por construção, utilizando tabelas, usando calculadora). · Determinar uma razão trigonométrica de um ângulo agudo, conhecida outra. · Procurar estratégias adequadas para determinar distâncias a locais inacessíveis, alturas de edifícios, etc.. · Executar trabalhos em grupo tais como: construção de um sextante rudimentar, resolução de um problema concreto, apresentação de um trabalho sobre a Trigonometria na história da Matemática, etc. 	<p>As noções básicas de Trigonometria devem partir da análise de situações concretas.</p> <p>Para uma boa compreensão dos conceitos introduzidos será útil determinar valores aproximados de razões trigonométricas de um ângulo, por exemplo de 50°, utilizando triângulos rectângulos diferentes, comparando os resultados.</p> <p>O professor procurará apresentar aplicações da Trigonometria que estejam ao alcance dos alunos na Física, na Astronomia, ou em situações da vida real. Para isso poderá ser útil propor trabalho fora da sala de aula, e incentivar não só o uso mas até a construção de novos instrumentos de medição, como por exemplo um sextante rudimentar, um compasso do agrimensor⁽¹⁾.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Os conhecimentos de Trigonometria poderão ainda contribuir para resolver problemas tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> — determinar valores aproximados do apótema de um hexágono regular, conhecido o lado; — determinar valores aproximados do lado de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência, conhecido o raio. <p>Não se pretende insistir na leitura de tabelas, já que o recurso à calculadora é muitas vezes mais cómodo. Considera-se, no entanto, importante que o aluno saiba ler e interpretar uma tabela de valores</p>
<p>⁽¹⁾ O compasso do agrimensor é um instrumento construído de maneira que, quando o lenhador vir os extremos da árvore alinhados com os extremos da haste vertical, a altura da árvore é igual à sua distância ao lenhador.</p>		

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>naturais, que lhe permitirá uma visão mais global e comparada da variação das razões trigonométricas, podendo relacionar-se com o estudo de funções. Para isso pode ser útil referir a cotangente — como tangente do ângulo complementar — ainda que não se faça o estudo desta razão trigonométrica por não se considerar importante.</p> <p>Aspectos da História da Matemática relacionados com a Trigonometria — como apareceu, qual o seu contributo, curiosidades interessantes (como Eratóstenes determinou o raio da Terra, por exemplo), etc., poderão ser objecto de trabalhos dos alunos ao longo ou depois do estudo desta unidade.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;">Número de aulas previstas: 8</div>
<p>8. ESPAÇO — OUTRA VISÃO</p> <p><i>Com esta unidade, que deve ser simultaneamente de síntese e de abertura para novas perspectivas, fecha-se o estudo de geometria no ensino básico.</i></p> <p><i>A determinação de áreas e volumes de sólidos geométricos darão ao aluno oportunidade de relembrar e relacionar conhecimentos adquiridos anteriormente, perspectivando-os na resolução de novos problemas, contribuindo para uma visão panorâmica de geometria no Espaço.</i></p> <p><i>O conhecimento do que é uma axiomática, e do tratamento hipotético-dedutivo de uma ciência, proporcionará ao aluno outra visão da geometria abrindo-lhe novas perspectivas e sugerindo-lhe novos horizontes.</i></p>		
<p>ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS</p> <ul style="list-style-type: none"> · Sólidos geométricos — Áreas e volumes · Representação no plano de rectas e planos do espaço · Critérios de — Paralelismo de recta e plano 	<p>OBJECTIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> · Resolver problemas referentes a áreas e volumes de sólidos geométricos, incluindo esfera. · Fazer esboços que representem rectas, planos e sua posição relativa. · Relacionar procedimentos da vida corrente, com os critérios referentes à posição relativa de rectas e planos. · Identificar, em modelos concretos, rectas e planos em várias posições relativas. · Resolver problemas no espaço, envolvendo os critérios dados. 	<p>OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS</p> <p>No início desta unidade resolver-se-ão novos problemas sobre sólidos geométricos, que permitirão interligar e sintetizar conhecimentos já conhecidos (proporcionalidade, teorema de Pitágoras, razões trigonométricas, áreas e volumes).</p> <p>Podem considerar-se como exemplo de problema novo a propor, a determinação do volume de um tronco de cone ou pirâmide de bases paralelas, ou a determinação do volume de uma cunha esférica (tendo sido fornecidas aos alunos sem demonstração as fórmulas da área da superfície esférica e do volume da esfera).</p> <p>A comparação de volumes e áreas de diferentes sólidos pode ser particularmente interessante. A título de exemplo, pode pedir-se ao</p>

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
<ul style="list-style-type: none"> — Paralelismo de planos — Perpendicularidade de recta e plano — Perpendicularidade de planos · Referência à geometria como construção hipotético-dedutiva — Axioma, teorema, demonstração 	<ul style="list-style-type: none"> · Distinguir axioma de teorema, num determinado contexto. · Fazer um pequeno trabalho sobre a Geometria na História da Matemática. 	<p>aluno que relacione a área e o volume de um cilindro (de secção quadrada) com a área e o volume da esfera inscrita.</p> <p>Se o professor achar oportuno, poderá verificar experimentalmente qualquer das relações referidas anteriormente. Para a relação entre os volumes, basta verificar que estes dois sólidos deslocam volumes de água na proporção de dois para três. A igualdade entre a área lateral de um cilindro de raio r e altura $2r$ e a área da superfície esférica de raio r, poderá verificar-se enrolando um fio de corda em torno das duas superfícies, cobrindo-as totalmente.</p> <p>O trabalho com sólidos permitirá, observando faces e arestas, rever posições relativas de rectas e planos. O traçado de esboços que habitualmente representam no plano estas diferentes posições é também um boa ocasião para articular e sistematizar noções já adquiridas. Os esboços a fazer serão os referentes a:</p> <ul style="list-style-type: none"> — posição relativa de recta e plano (paralela, concorrente, contida); — posição relativa de dois planos [paralelas, concorrentes (obliqua e perpendicular)]; — posição relativa de duas rectas no espaço [não coplanares, coplanares (paralelas, concorrentes)]. <p>Os critérios de paralelismo e perpendicularidade entre rectas e planos devem ser introduzidos a partir de situações concretas, por via intuitiva e recorrendo a contra-exemplos.</p> <p>Não se pretende fazer aqui um estudo axiomático da Geometria. Pretende-se antes que o aluno conheça os critérios e os utilize para justificar afirmações ou procedimentos, comentar frases, resolver pequenos problemas, reconhecer posições relativas no espaço em situações concretas.</p> <p>Exemplos de situações para introduzir os critérios:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comenta a seguinte frase: «para ver se uma mesa está horizontal, coloca-se o nível de bolha de ar em cima. Se a bolha estiver centrada a mesa está horizontal» — Como verificar, usando um esquadro, se um candeeiro de pé estará perpendicular ao chão? — Para que serve o fio de prumo na construção civil?

ESPECIFICAÇÃO DOS TEMAS	OBJECTIVOS	OBSERVAÇÕES/SUGESTÕES METODOLÓGICAS
		<p>Exemplos de situações para «visualizar» o espaço (usando os critérios, e outros conhecimentos):</p> <ul style="list-style-type: none"> — Determinar os lugares geométricos dos pontos do espaço equidistantes: <ul style="list-style-type: none"> — dos vértices de um quadrado; — dos pontos de uma circunferência; — das faces de um diedro; — Comentar a frase: «quaisquer duas arestas de um prisma são coplanares»; — Num tronco de pirâmide há na base superior duas aresta paralelas à base inferior. O tronco é de bases paralelas? — Que forma (ou formas) tem uma secção plana de: <ul style="list-style-type: none"> — uma esfera; — um cilindro de revolução; — um cubo. <p>Finalmente far-se-á uma reflexão sobre a perspectiva hipotético-dedutivo da Geometria, referindo axiomas, teoremas, demonstração... Exemplo de um conjunto de axiomas de que poderão deduzir-se teoremas que os alunos já conhecem:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Por um ponto exterior a uma recta passa uma só paralela a essa recta (Axioma de Euclides); 2) Três pontos não colineares definem um plano; 3) Recta com dois pontos num plano está contida nesse plano; 4) A intersecção de dois planos secantes é uma recta. <p>Como aplicação, o professor poderá agora demonstrar um dos critérios já enunciados (por exemplo, paralelismo de recta e plano) e também por exemplo uma propriedade já conhecida dos paralelogramos, salientando hipótese, tese, demonstração. Se o professor achar convenientemente, de acordo com a turma e o tempo que dispuser, poderá fazer uma breve referência a geometrias não euclidianas, usando exemplos ao nível dos alunos. Um pequeno trabalho sobre a Geometria na História da Matemática poderá contribuir para um outro tipo de reflexão.</p>

SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

Calculadoras e computadores

- Grupo AZARQUIEL e COLERA, José, *La Calculadora de Bolsillo como Instrumento Pedagógico*, Madrid, Ed. do Instituto de Ciências de la Educacion — Universidade Autónoma de Madrid, 1983.
- SILVA, Albano; LOUREIRO, Cristina, e VELOSO, M. Graciosa, *Calculadoras na Educação Matemática — Actividades*, Lisboa, Ed. A. P. M., 1989.
- SEGOVIA, Isidoro; CASTRO, Enrique; CASTRO, Encarnación, e RICO, Luis, *Estimacion en Calculo y Medida*, Madrid, Ed. Sintesis, 1989.
- VELOSO, Eduardo, *O Computador na Aula de Matemática*, Lisboa, A. P. M., 1987.
- PONTE, João, *O Computador e o Trabalho de Projecto*, Projecto Minerva, Lisboa DEFCUL, 1987.
- PONTE, João, *O Computador, um Instrumento de Educação*, Lisboa, Texto Editora, 1986.

Geometria

- CASTELNUOVO, Emma, *Geometria Intuitiva*, Barcelona, Ed. Labor, 1966.
- UNESCO, *Études sur l'enseignement des mathématiques — L'enseignement de la geometrie* (vol. v), Paris, 1987.
- MANTE, M., «L'initiation au raisonnement déductif et le nouveau programme du collège», in *Enseigner les Mathématiques au collège*, Lyon, Commission Inter-IREM, ICME 6, 1988.
- Grupo APRENTISSAGE DU RAISONNEMENT, «Géométrie et raisonnement», in *Enseigner les Mathématiques au collège*, Grenoble, Commission Inter-IREM, ICME 6, 1988.
- ALSINA, C.; BURGÉS, C., e FORTUNY, J. M., *Invitación a la didáctica de la Geometría*, Madrid, Editorial Sintesis, 1987.
- SERRAZINA, Lurdes, e MATOS, J.M., *O Geoplano na Sala de Aula*, Lisboa, Ed. A. P. M., 1988.

Estatística

- MORONEY, M. J., *Dos Números aos Factos*, Porto, Ed. Despertar.
- NEGRO, Adolfo, e PEREZ CACHO, Santiago, *Hacia la Matemática — I*, Madrid, Projecto Alhambra, 1976.
- GALVÃO DE MELLO, F., *Introdução aos Métodos Estatísticos* (vol. 1), Lisboa, Cadernos do Instituto de Orientação Profissional, 1971.
- VIEIRA, Sónia, e WADA, Ronaldo, *Estatística — Introdução Ilustrada*, São Paulo, Ed. Atlas, 1988.

Problemas

- GUZMÁN, Miguel de, *Aventuras matemáticas*, Ed. Gradiva, Lisboa, 1990.
- GARDNER, Martin, *Ah, Descobri!*, Ed. Gradiva, Lisboa, 1990.
- BERLOQUIN, Pierre, *100 Jogos numéricos*, Ed. Gradiva, Lisboa, 1991.
- LOPES, A. V.; BERNARDES, A.; LOUREIRO, C.; VARANDAS, J. M.; OLIVEIRA, M. J. C. de; DELGADO, M. J. ; BASTOS, R., e GRAÇA, T., *Actividades Matemáticas na Sala de Aula*, Lisboa, Texto Editora, 1990.
- MASON, John; BURTON, Leone, e STANY, Kaye, *Thinking mathematically*, Ed. Addison, Wesley, Publishing, Company, 1982. (Observação. — Na tradução espanhola, da Ed., Labor, Barcelona, 1989, o título é *Pensar Matematicamente*).
- Publicações A. P. M. (Associação dos Professores de Matemática), Lisboa.
- BURTON, Leone, *Thinking Things Through*, Oxford, Ed. Basil Blackwell, 1986.
- S. P. M., *Olimpíadas da Matemática*, 1988, 1989, 1990.

História da Matemática

- STRIJK, Dirk, J., *História Concisa das Matemáticas*, Lisboa, Ed. Gradiva, 1989.
- DANTZING, Tobias, *Número, a linguagem da Ciência*, Lisboa, Ed. Aster.
- BOLL, Marcel, *As Etapas da Matemática*, Lisboa, Coleção Saber, Publicações Europa-América, 1961.
- IREM, *Histoire des Mathématiques pour les collèges*, Paris, Ed. Cedic, 1982.
- CARAÇA, Bento de Jesus, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa.
- IFRAH, Georges, *Os números — a história de uma grande invenção*, São Paulo, Ed. Globo, 1989.
- DAHAN-DALMEDICO, A., PEIFFER, J., *Une histoire des mathématiques — Rout et dédales*, Paris, Editions du Seuil, 1986.
- RADICE, Lucio Lombardo, *A Matemática de Pitágoras a Newton*, Lisboa, Edições 70, 1985.
- AABOE, Asger, *Episódios da história antiga da Matemática*, Sociedade Brasileira de Matemática.
- BOYER, Carl, MERZBACH, Uta, *A History of Mathematics*, New York, Ed. John Wiley & Sons, 1968 (2.ª edição, 1989) (Observação. — Na tradução da Editora Edgar Blucher, São Paulo, 1974, o título é *História da Matemática*).

A Matemática e as outras Ciências

- FREUDENTHAL, Hans, *Perspectivas da Matemática*, Rio de Janeiro, Ed. Zahar, 1975.
- ROUSSEAU, Pierre, *História da Ciência*, Lisboa, Ed. Aster.
- SCIENTIFIC AMERICAN, seleção, *Matemáticas en el Mundo Moderno*, Barcelona, Ed. Blumco, 1974.
- UNESCO, «L'interaction des mathématiques et des autres matières scolaires, in *Tendances nouvelles de l'enseignement des mathématiques* (vol. IV), Paris, 1979.

Sobre Renovação do currículo da Matemática

- «Las matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90», ICMI — Kuwait, 1986.
- «Mathematics counts», Relatório Cockcroft, 1982.
- «Renovação do currículo de Matemática», Documentos para discussão, A. P. M. (Abril 88).
- «Curriculum and Evaluation (Standards), N. C. T. M., 1988.
- «Tendances nouvelles de l'enseignement des mathématiques» (vol. IV), UNESCO, Paris, 1979.
- «Études sur l'enseignement des mathématiques» (vols. 2, 4 e 5), UNESCO, Paris, 1987.
- «Agenda para acção — Recomendações para o Ensino da Matemática nos anos 80», N. C. T. M., edições A. P. M., 1987.

Revistas

- «Arithmetic Teacher», NCTM, EUA.
- «Mathematics Teacher», NCTM, EUA.
- «Mathématiques et Pédagogie», da Sociedade Belga de Professores de Matemática.
- «Math jeunes», da Sociedade Belga de Professores de Matemática.
- «Bulletin» da A. P. M. E. P. (Associação de Professores de Matemática do Ensino Público), Paris.
- «Educação e Matemática», Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa.
- «Boletim» da Sociedade Portuguesa de Matemática.
- «Jornal de Matemática Elementar», Lisboa
- «NONIUS», Projecto «Computação no Ensino da Matemática», Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.
- «Mathematics in school», The Mathematical Association, Inglaterra

Obras de consulta geral

- DAVIS, Philip J., HERSH, Reuben, *Experiência matemática*, Barcelona, Editorial Labor, 1988.
- PÉTER, Rózsa, *Jeux avec l'infini — Voyage à travers les mathématiques*, Paris, Editions du Seuil, 1977.
- SILVA, J. Sebastião e, *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática* (2 volumes), GEP, Lisboa, 1975.

Composto e impresso
nas Oficinas Gráficas
da IMPRENSA NACIONAL-CASA DA MOEDA, S. A.

Agosto de 2000

Depósito Legal n.º 79 115/94

