

# Prova final de MATEMÁTICA - 3º ciclo

## 2006 - 1ª Chamada

### Proposta de resolução

1.

- 1.1. Como a Marta pesa 45 kg, e para evitar lesões na coluna vertebral, o peso de uma mochila e o do material que se transporta dentro dela não devem ultrapassar 10% do peso do seu peso, peso que o conjunto da mochila e do material não deve ultrapassar, é:

$$45 \times \frac{1}{10} = 45 \times 0,1 = 4,5 \text{ kg}$$

Pela observação da figura podemos observar que a mochila da Marta pesa, quando está vazia, aproximadamente 0,7 Kg, pelo que o peso máximo do material a transportar não deve ultrapassar, é:

$$4,5 - 0,7 = 3,8 \text{ kg}$$

- 1.2. O gráfico que corresponde ao diagrama circular é o gráfico B.

O Gráfico A não corresponde ao diagrama circular, porque no diagrama o setor relativo à lesão "Pés e tornozelos" (de cor mais escura) é o que representa a percentagem menor, pelo que a barra correspondente a esta lesão deve ser que tem menor altura, o que não se verifica.

O Gráfico C também não corresponde ao diagrama circular, porque no diagrama o setor relativo ao dado "Outros" (assinalado a branco) representa uma percentagem menor que os setores relativos aos dados "Mãos, punhos e cotovelos" e "Ombros e costas", pelo que a barra correspondente a esta lesão deve ter menor altura, que as barras das outras lesões referidas, o que não se verifica.

2. Como conjunto  $A = [\pi, +\infty[$ , um número pertence ao conjunto  $A$  se for maior ou igual a  $\pi$

Assim podemos verificar que

- $3,1 \times 10^{-2} = 0,031$ , e  $0,031 < \pi$ , pelo que  $3,1 \times 10^{-2} \notin A$
- $3,1 \times 10^0 = 3,1$ , e  $3,1 < \pi$ , pelo que  $3,1 \times 10^0 \notin A$
- $3,1 \times 10^{-1} = 0,31$ , e  $0,31 < \pi$ , pelo que  $3,1 \times 10^{-1} \notin A$

E ainda que  $3,1 \times 10^1 = 31$ , e  $31 > \pi$ , pelo que  $3,1 \times 10^1 \in A$

Resposta: **Opção**  $3,1 \times 10^1 = 31$



3.

3.1. Os retângulos  $A$  e  $B$ , têm os respectivos lados maiores com a mesma medida e os lados menores com medidas diferentes, pelo que não são semelhantes.

Da mesma forma, os retângulos  $A$  e  $C$ , têm os respectivos lados menores com a mesma medida e os lados maiores com medidas diferentes, pelo que não são semelhantes.

Assim, temos que os retângulos semelhantes são os retângulos  $B$  e  $C$ .

Logo, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual à razão de semelhança ( $r$ ), e como se deve considerar uma redução, a razão é inferior a 1, logo a razão é a divisão do menor comprimento pelo maior:

$$r = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3.2. Calculando o perímetro do retângulo  $A$ , temos que:

$$P_A = 2 + 3 + 2 + 3 = 10 \text{ cm}$$

Pelo que, a medida do lado de um quadrado com o mesmo perímetro, é:

$$l = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \text{ cm}$$

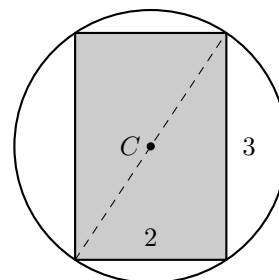
E assim, a área, em centímetros quadrados, desse quadrado é:

$$A_Q = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4} \text{ cm}^2$$

3.3. Como o retângulo está inscrito numa circunferência, a medida do diâmetro da circunferência é igual à medida da diagonal do retângulo.

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para determinar o valor exato da medida  $d$  da diagonal do retângulo, temos

$$d^2 = 2^2 + 3^2 \Leftrightarrow d^2 = 4 + 9 \Leftrightarrow d^2 = 13 \underset{d>0}{\Rightarrow} d = \sqrt{13}$$



4.

4.1.



4.2. De acordo com a fórmula de cálculo do preço das chamadas, o primeiro minuto da chamada efetuada pela Marta, tem um custo de 8 cêntimos.

Relativamente aos restantes 20 segundos, o custo, é o de uma chamada nacional ( $d > 35$ ) em horário normal, ou seja, consultando a tabela temos que o custo é de 0,3 cêntimos por segundo. Assim o custo da chamada efetuada pela Marta é de:

$$8 + 0,3 \times 20 = 14 \text{ cêntimos}$$

5. Como, de acordo com a figura o cateto oposto ao ângulo  $x$  tem é o lado  $b$ , e a hipotenusa do triângulo é o lado  $a$ , pela definição de seno de um ângulo, vem que

$$\text{sen } x = \frac{b}{a}$$

Resposta: **Opção**  $\text{sen } x = \frac{b}{a}$



6. Escrevendo a equação na fórmula canónica, e usando a fórmula resolvente, vem:

$$\frac{x^2 - 1}{3} = 1 - x \Leftrightarrow \frac{x^2 - 1}{3} = \frac{1}{1(3)} - \frac{x}{1(3)} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{3x}{3} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 - 3x \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 1 - 3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(a = 1, b = 3 \text{ e } c = -4)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 + 5}{2} \vee x = \frac{-3 - 5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{-8}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -4$$

$$\text{C.S.} = \{-4, 1\}$$

7. Podemos determinar o volume do sólido representado a sombreado como a diferença dos volumes dos dois cones representados - de alturas respetivamente iguais a 6 metros e a 2 metros.

Calculando os volumes temos:

- Cone com 6 metros de altura:  $V_6 = \frac{1}{3}A_{\text{Base}} \times 6 = \frac{1}{3} \times \pi \times 1,8^2 \times 6 \approx 20,36 \text{ m}^3$
- Cone com 2 metros de altura:  $V_2 = \frac{1}{3}A_{\text{Base}} \times 2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 0,6^2 \times 2 \approx 0,75 \text{ m}^3$

E assim, o volume do sólido que serviu de base à construção do *vulcão de água*, em metros cúbicos, arredondado às unidades, é de:

$$V = V_6 - V_2 \approx 20,36 - 0,75 \approx 20 \text{ m}^3$$

8. Somando todos os valores da linha da tabela relativa ao número de alunos, obtemos o número total de alunos da turma da Marta, ou seja o número de casos possíveis de observar, quando se escolhe ao acaso um aluno da turma da Marta:  $9 + 12 + 6 + 3 = 30$

O número de casos favoráveis, ou seja o número de alunos que não foi de autocarro pode ser calculado subtraindo ao total de alunos o número daqueles que foi de autocarro:  $30 - 6 = 24$

Assim, temos que a probabilidade de escolher ao acaso, um aluno da turma da Marta, e esse aluno **não** ter ido de autocarro é:

$$p = \frac{24}{30} = 0,8$$

Este valor corresponde, em percentagem, a uma probabilidade de 80%

Resposta: **Opção** 80%



9.

9.1. Considerando, por exemplo os números inteiros 3 e 4, temos que a subtração do quadrado do menor ao quadrado do maior, é:

$$4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

Logo a afirmação da Marta é verdadeira, porque 7 não é um múltiplo de 2.

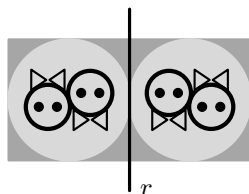
9.2. Designando por  $n$  um número natural, o número natural consecutivo é  $n + 1$

Subtraindo o quadrado do menor ao quadrado do maior, temos

$$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2 \times n \times 1 + 1^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

Como  $2n + 1$  é ímpar, (porque sabemos  $2n$  é par, e somando uma unidade a um número par, obtemos um número ímpar) então não é múltiplo de 2.

10. As opções (A), (C) e (D) representam translações da figura, segundo um vetor com direção perpendicular à reta  $r$



Resposta: **Opção**

11. Podemos substituir as soluções no sistema, para identificar qual delas verifica as duas equações do sistema simultaneamente, ou então, resolver o sistema para encontrar a solução:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x = y \\ 2(x + y) = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ 2(x + 2x) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ 2(3x) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ 6x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ x = \frac{3}{6 \div 3} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right) = y \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = y \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \left( \frac{1}{2}, 1 \right) \right\}$$

Resposta: **Opção**  $\left( \frac{1}{2}, 1 \right)$



12.

- 12.1. Como a cabine parte do ponto  $A$ , a distância ao ponto  $A$  é zero, no início da contagem do tempo. Em seguida, até que a cabine passe pelo ponto  $B$ , a distância aumenta de forma continuada. Depois, desde que passa pelo ponto  $B$ , até que volte à posição inicial, a distância diminui de forma continuada.

O único gráfico que está de acordo com esta observação é o Gráfico A.

Resposta: **Opção** Gráfico A

- 12.2. Como a distância, **em quilómetros**, entre duas cabinas consecutivas é  $c$ , então  $n \times c$  é o comprimento total circuito do teleférico porque existem  $n$  cabinas em utilização; logo o comprimento total do circuito pode ser dividido em  $n$  partes, separadas por duas cabinas consecutivas. Desta forma temos que o comprimento total do circuito é de 3 quilómetros.

O maior número de voltas completas que uma cabine pode dar numa hora acontece se a cabine viajar à velocidade máxima, ou seja, a 17 km/h.

Como o comprimento total do circuito é de 3 km, a uma velocidade de 17 km/h, temos que o número de voltas é:

$$\frac{17}{3} \approx 5,6$$

Pelo que se concluí que numa hora, à velocidade máxima, cada cabine dá 5 voltas completas.

