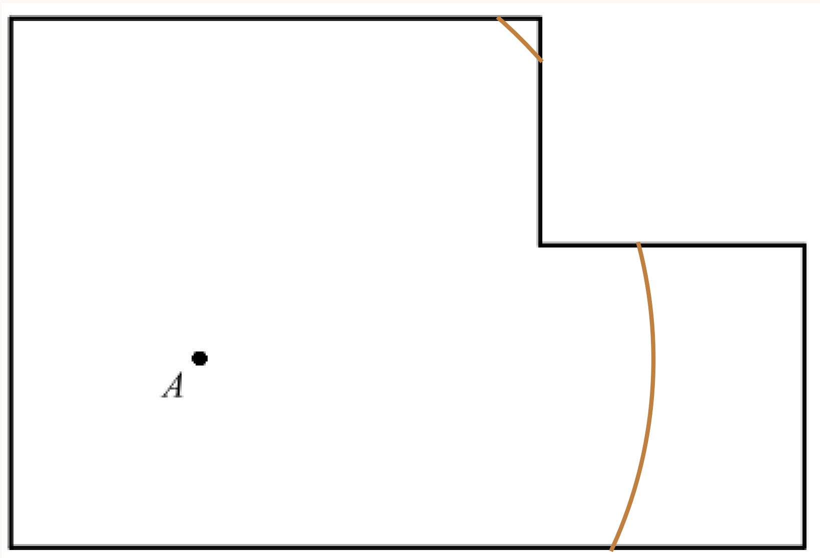
1. Como a planta está desenhada à escala de 1:50 e o Miguel está sentado a 3 m do televisor, ou seja 300 cm, então a distância, em centímetros, do Miguel ao televisor ($d$), na planta da sala é dada por:

$$\frac{1}{50} = \frac{d}{300} \Leftrightarrow d = \frac{300}{50} \Leftrightarrow d = 6 \text{ cm}$$

Assim, todos os pontos da sala em que o televisor pode estar, correspondem à interseção do interior da sala com a circunferência de centro no ponto $A$ e raio 6 cm:




2. Como o gráfico é parte de uma reta que contém a origem do referencial, sabemos que é uma função de proporcionalidade direta, ou seja que a expressão algébrica pode ser escrita na forma:

$$d = k \times p, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Identificando as coordenadas de um ponto do gráfico, por exemplo, $(1; 2{,}54)$, podemos calcular o valor da constante de proporcionalidade, substituindo as coordenadas na expressão algébrica:

$$2{,}54 = k \times 1 \Leftrightarrow \frac{2{,}54}{1} = k \Leftrightarrow 2{,}54 = k$$

E assim, temos que a diagonal do ecrã de um televisor ($d$), em centímetros é calculada em função do seu comprimento($p$), em polegadas pela expressão $d = 2{,}54p$

Resposta: **Opção** $d = 2{,}54p$

3. Resolvendo o sistema, vem

$$\begin{cases} x-y=3 \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-\left(\frac{x}{2}-2\right)=3 \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-\frac{x}{2}+2=3 \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{1}_{(2)}-\frac{x}{2}+\frac{2}{1}_{(2)}=\frac{3}{1}_{(2)} \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{2}-\frac{x}{2}+\frac{4}{2}=\frac{6}{2} \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-x+4=6 \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6-4 \\ y=\frac{x}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\frac{2}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

C.S $=\{(2,-1)\}$

4. Como 18 é um múltiplo de 9, sempre que o anúncio foi repetido no canal B, também foi repetido no canal A.
Assim, identificar os dias em que o anúncio foi repetido nos três canais, é equivalente a identificar os dias em que o anúncio foi repetido nos três B e C, ou seja, os múltiplos comuns entre 18 e 24 que sejam inferiores ou iguais a 180.

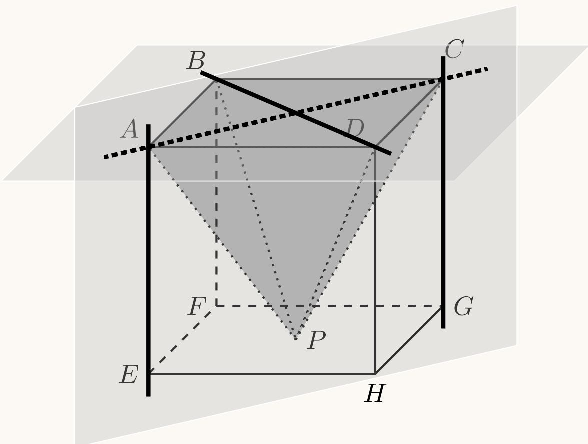
Assim temos que o conjunto dos múltiplos de 18 e 24, inferiores a 180, temos:

- $M_{18}=\{18,36,54,\mathbf{72},90,108,126,\mathbf{144},162,180\}$
- $M_{24}=\{24,48,\mathbf{72},96,120,\mathbf{144},168\}$

Assim, temos que o anúncio passou nos três canais no dia 1, 72 dias depois, e 144 dias depois, ou seja, no 1º dia, no 73º dia e no 145º dia.

5.

5.1. Podemos considerar dois planos que contêm a reta $[AC]$:
- Considerando o plano $ABC$, podemos verificar que uma reta perpendicular à reta $[AC]$ é a reta $[BD]$ (porque contêm as diagonais de um mesmo quadrado)
- Considerando o plano $ACG$, podemos verificar que uma reta perpendicular à reta $[AC]$ é a reta $[AE]$ ou a reta $[CG]$ (porque contêm arestas concorrentes de um quadrado)




5.2. Como o cubo e a pirâmide têm a mesma base e a mesma altura, o volume do cubo é o triplo do volume da pirâmide:

$$V_{[ABCDEFGH]}=3\times V_{[ABCDP]}=3\times 9=27\text{ cm}^3$$

E assim, podemos calcular o comprimento, $a$, da aresta do cubo, em centímetros:

$$a^3=27 \Leftrightarrow a=\sqrt[3]{27} \Leftrightarrow a=3\text{ cm}$$

5.3. Como o recipiente inicialmente está vazio, ao iniciar a contagem do tempo a altura de água no recipiente é zero, ou seja, o gráfico da função contém o ponto de coordenadas (0,0), pelo que podemos rejeitar os gráficos A e C.
Como o recipiente tem a forma de uma pirâmide e a quantidade de água que sai da torneira, por unidade de tempo é constante, então, com o avanço do tempo, será necessária mais água para que a mesma variação da altura da água, ou seja, a altura vai aumentar a um ritmo progressivamente menor, pelo que podemos rejeitar o gráfico B e identificar o gráfico D como a opção correta.

Resposta: **Opção** Gráfico D

6.

6.1. A diminuição do número de pessoas que viu televisão num computador entre janeiro e fevereiro, é:

$$680 - 663 = 17$$

Como 100% corresponde ao número de pessoas que viu televisão num computador em janeiro, (680), então, a percentagem correspondente à diminuição (17 milhares) é dado por:

$$\frac{17 \times 100}{680} = 2{,}5\%$$

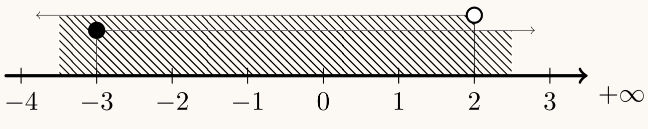
6.2. Como se sabe que a média do número de pessoas que viu televisão, num computador, (em milhares), nos primeiros quatro meses, foi de 680, designado por $a$ o número de pessoas (em milhares) viram televisão num computador, e calculando o valor de $a$ durante o mês de abril desse ano, vem que:

$$\frac{680 + 663 + 682 + a}{4} = 680 \Leftrightarrow \frac{2025 + a}{4} = 680 \Leftrightarrow 2025 + a = 680 \times 4 \Leftrightarrow a = 2720 - 2025 \Leftrightarrow a = 695$$

7. O valor $\frac{6}{5}$ não representa uma probabilidade porque é maior que 1, logo não pode ser a resposta correta à questão.

O valor $\frac{2}{5}$ representa uma probabilidade inferior a 0,5 (porque 2 é menos que metade de 5), logo não pode ser a resposta correta a esta questão, porque sabemos que mais de metade das vezes que o Miguel vê televisão depois das 22 horas chega atrasado à escola, no dia seguinte, pelo que a resposta correta deve ser um número superior a 0,5

8. Representando o conjunto $A \cup B$ na reta real, temos:




Assim temos que $A \cup B = ]-\infty, 2[ \cup [-3, +\infty[ = ]-\infty, +\infty[$

Resposta: **Opção** $]-\infty, +\infty[$

9. Fazendo o desenvolvimento do caso notável, escrevendo a equação na fórmula canónica e usando a fórmula resolvente, vem:

$$x+(x-1)^2=3 \Leftrightarrow x+x^2-2\times x+1^2=3 \Leftrightarrow x+x^2-2x+1-3=0 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow$$

$(a=1,\ b=-1 \text{ e } c=-2)$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4(1)(-2)}}{2(1)} \Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1+3}{2} \vee x=\frac{1-3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4}{2} \vee x=\frac{-2}{2} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-1$$

C.S.=$\{-1{,}2\}$

10. Num retângulo com 4 cm de comprimento e 3 cm de largura podemos calcular a medida da diagonal, $d$, recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$d^2=4^2+3^2 \Leftrightarrow d^2=16+9 \Leftrightarrow d^2=25 \underset{d>0}{\Rightarrow} d=\sqrt{25} \Leftrightarrow d=5$$

Como sabemos que a medida do comprimento diagonal do televisor é $D=70$, e os retângulos são semelhantes, temos que as medidas dos lados são proporcionais, tal como as medidas das diagonais, pelo que podemos calcular a medida, $c$, do comprimento do televisor:

$$\frac{c}{4}=\frac{D}{d} \Leftrightarrow \frac{c}{4}=\frac{70}{5} \Leftrightarrow c=\frac{70\times 4}{5} \Leftrightarrow c=\frac{280}{5} \Leftrightarrow c=56 \text{ cm}$$

Analogamente podemos calcular a medida, $l$, da largura do televisor:

$$\frac{l}{3}=\frac{D}{d} \Leftrightarrow \frac{l}{3}=\frac{70}{5} \Leftrightarrow l=\frac{70\times 3}{5} \Leftrightarrow l=\frac{210}{5} \Leftrightarrow l=42 \text{ cm}$$

11. Escrevendo 9 na forma de uma potência de base 3 e usando as regras operatórias de potências, temos que:

$$\frac{1}{9}=\frac{1}{3^2}=3^{-2}$$

12.

12.1. Como o ângulo $CAD$ é o ângulo inscrito relativo ao arco $CD$, a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo:

$$\overset{\frown}{CD}=2\times C\hat{A}D=2\times 30=60^\circ$$

12.2. Como o triângulo $[ADE]$ é retângulo em $E$, relativamente ao ângulo $EAD$, o lado $[ED]$ é o cateto oposto e o lado $[AD]$ é a hipotenusa pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,(E\hat{A}D)=\frac{\overline{ED}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \text{sen}\,30^\circ=\frac{\overline{ED}}{5} \Leftrightarrow 5\times\text{sen}\,30^\circ=\overline{ED}$$

Como $\text{sen}\,30^\circ=0{,}5$, determinando $\overline{ED}$, vem

$$\overline{ED}=5\times 0{,}5=2{,}5$$

12.3. Como o triângulo $[ADE]$ é retângulo em $E$, o ângulo $ADE$ é reto, e assim o ângulo $CDE$ também é reto (porque $ADE$ e $CDE$ são ângulos suplementares).
Como o segmento de reta $[BD]$ é um diâmetro, é um eixo de simetria da circunferência, e assim a reflexão do ponto $A$, relativamente à reta $BD$ é o ponto $C$ (porque as retas $AC$ e $BD$ são perpendiculares), e assim vem que o ponto $E$ é o ponto médio da corda $[AC]$, pelo que $\overline{AE} = \overline{EC}$

Como o lado $[DE]$ é comum aos dois triângulos, temos que os dois triângulos têm dois pares de lados com o mesmo comprimento e o ângulo por eles formado tem a mesma amplitude, pelo que os triângulos são geometricamente iguais (critério LAL).