

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

**EXAME NACIONAL
DE
MATEMÁTICA**

3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

2007

**Prova 23 – 2.ª Chamada
14 páginas**

Duração da prova: 90 minutos

Critérios de Classificação

COTAÇÕES

1.	6 pontos
2.1.	5 pontos
2.2.	5 pontos
3.	6 pontos
4.	6 pontos
5.1.	5 pontos
5.2.	6 pontos
6.	5 pontos
7.	5 pontos
8.1.	6 pontos
8.2.	8 pontos
9.	5 pontos
10.	7 pontos
11.	8 pontos
12.	5 pontos
13.	6 pontos
14.	6 pontos
TOTAL	100 pontos

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

CrITÉrios gerais

1. A classificação a atribuir a cada resposta deve ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
2. Sempre que o examinando não responda a um item, a respectiva célula da grelha de classificação deve ser trancada.
3. Deve ser atribuída a classificação de zero pontos a respostas ilegíveis.
4. Caso o examinando utilize a(s) página(s) em branco que se encontra(m) no final da prova, o classificador deve classificar a(s) resposta(s) eventualmente apresentada(s) nessa(s) página(s). Se o examinando se enganar na identificação de um item, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser classificada.
5. Não devem ser tomados em consideração erros
 - 5.1. linguísticos e de linguagem simbólica matemática, a não ser que sejam impeditivos da compreensão da resposta;
 - 5.2. derivados de o examinando copiar mal os dados de um item, desde que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade do item.
6. Nos itens de escolha múltipla, às respostas em que o examinando assinale, de forma inequívoca, utilizando uma cruz (**X**) ou outro processo, a alternativa correcta, a classificação a atribuir deve ser a cotação indicada. Se, para além da alternativa correcta, o examinando assinalar outra alternativa que não esteja anulada de forma inequívoca, deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
7. Nos itens que não são de escolha múltipla, sempre que o examinando apresente mais do que uma resolução do mesmo item e não indique, de forma inequívoca, a(s) que pretende anular, apenas a primeira deve ser classificada.
8. Para os itens que não são de escolha múltipla, há dois tipos de **critérios específicos de classificação**.
 - 8.1. *Por níveis de desempenho.*

Indica-se uma descrição para cada nível e a respectiva cotação. Cabe ao classificador enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, sem atender às seguintes incorrecções:

 - erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares;
 - não apresentar o resultado final na forma pedida e/ou apresentá-lo mal arredondado.

Nota:
À classificação a atribuir à resposta a estes itens devem ser aplicadas as seguintes desvalorizações:

 - 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos);
 - 1 ponto, por não apresentar o resultado final na forma pedida (por exemplo: sem unidade de medida) e/ou por apresentar o resultado final mal arredondado.

8.2. *Por etapas de resolução do item.*

Indica-se uma descrição de cada etapa e a respectiva cotação. A classificação a atribuir à resposta é a soma das classificações obtidas em cada etapa.

8.2.1. Em cada etapa, a classificação a atribuir deve ser:

- a cotação indicada, se a mesma estiver inteiramente correcta ou, mesmo não o estando, se as incorrecções resultarem apenas de erros de cálculo que envolvam as quatro operações elementares;
- zero pontos, nos restantes casos.

Nota:

À classificação a atribuir à resposta a estes itens deve ser aplicada a seguinte desvalorização:

- 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos), a não ser que esses erros ocorram apenas em etapas classificadas com zero pontos.

8.2.2. Pode acontecer que um examinando, ao resolver um item, não explicita todas as etapas previstas nos critérios específicos de classificação. Todas as etapas não expressas pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução apresentada, devem ser classificadas com a cotação indicada.

8.2.3. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem ser classificadas de acordo com **8.2.1.**

Se, apesar do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes se mantiver, a cotação dessas etapas continua a ser a indicada.

Se, em virtude do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir significativamente, a cotação dessas etapas deve ser metade da cotação indicada, arredondada por defeito.

9. Alguns itens da prova poderão ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução correcto, não contemplado nos critérios específicos de classificação, à sua resposta deve ser atribuída a cotação total do item.

Caso contrário, cabe ao professor classificador, tendo como referência os níveis de desempenho/as etapas de resolução do item apresentados e as respectivas cotações, adoptar um critério de distribuição da cotação total do item e utilizá-lo em situações idênticas.

Critérios específicos

1. 6

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente $\left(\frac{5}{12} \text{ ou } \frac{15}{36}\right)$ e mostra como obteve a resposta..... 6

Exemplo 1:

Adição	+ 1	+ 2	+ 3	+ 4	+ 5	+ 6
- 1						
- 2	- 1					
- 3	- 2	- 1				
- 4	- 3	- 2	- 1			
- 5	- 4	- 3	- 2	- 1		
- 6	- 5	- 4	- 3	- 2	- 1	

A probabilidade é de $\frac{15}{36}$.

Exemplo 2:

(- 2, 1); (- 3, 1); (- 4, 1); (- 5, 1); (- 6, 1)
 (- 3, 2); (- 4, 2); (- 5, 2); (- 6, 2)
 (- 4, 3); (- 5, 3); (- 6, 3)
 (- 5, 4); (- 6, 4)
 (- 6, 5)

Num lançamento de dois dados, os casos possíveis são 36.

A probabilidade é de $\frac{15}{36}$.

Mostra como obteve a resposta, identificando correctamente o número de casos possíveis, **mas** incorrectamente o número de casos favoráveis. De acordo com o erro cometido, indica correctamente a probabilidade, cujo valor terá de estar compreendido entre 0 e 1..... 5

Mostra como obteve a resposta, identificando correctamente o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, **mas não** indica a probabilidade pedida, **ou** indica-a incorrectamente..... 4

Mostra como obteve a resposta, identificando incorrectamente o número de casos possíveis. De acordo com o erro cometido, identifica correctamente o número de casos favoráveis e a probabilidade, cujo valor terá de estar compreendido entre 0 e 1..... 3

Responde correctamente $\left(\frac{5}{12} \text{ ou } \frac{15}{36}\right)$, **mas não** mostra como obteve a resposta..... 1

Dá outra resposta..... 0

2.1. 5

Responde correctamente (0,2)..... 5

Dá outra resposta..... 0

2.2. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Constrói correctamente um triângulo, de acordo com o pedido, e apresenta os cálculos efectuados (**ver notas 1 e 2**)..... 5

Constrói correctamente um triângulo com 6 cm^2 de área, **mas** em que nenhum dos lados é o segmento de recta $[AB]$, e apresenta os cálculos efectuados (**ver notas 1 e 2**)..... 4

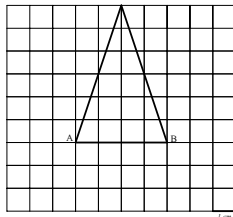
Determina correctamente a altura do triângulo pedido e apresenta os cálculos efectuados, **mas não** o constrói, **ou** constrói um triângulo que **não** está de acordo com o pedido (**ver nota 1**).

OU

Determina incorrectamente a altura do triângulo pedido, **mas** constrói correctamente um triângulo com a altura determinada e em que um dos lados é o segmento de recta $[AB]$ (**ver nota 1**)..... 2

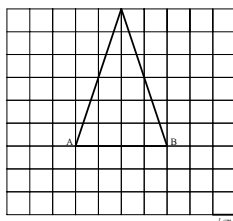
Exemplo 1:

$$6 = \frac{4h}{2} \Leftrightarrow 12 = 2h \Leftrightarrow h = 6$$



Dá outra resposta..... 0

Exemplo 1:



Notas:

1. Se houver evidência de que o examinando não recorre a material de desenho e de medição, para construir o triângulo, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Se o examinando não apresentar os cálculos efectuados, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

3. 6

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresenta uma resolução completa e correcta e responde correctamente (100 euros ou equivalente) (**ver nota 1**)..... 6

Exemplo 1:

$$0,2 \times 75 = 15$$
$$\frac{100 \times 15}{15} = 100$$

Teria custado 100 euros.

Exemplo 2:

$$0,15 x = 0,2 \times 75$$
$$x = \frac{15}{0,15}$$

$$x = 100$$

Teria custado 100 euros.

Apresenta uma resolução completa e correcta, **mas não** responde, ou responde incorrectamente (**ver nota 1**)..... 5

Exemplo 1:

$$0,2 \times 75 = 15$$
$$0,15 x = 15$$
$$x = 100$$

Teria custado 85 euros.

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema, **mas não** determina correctamente o valor do desconto do telemóvel do Paulo (**ver nota 1**).

ou

Inicia uma estratégia adequada à resolução do problema, **mas não** a completa, ou completa-a incorrectamente (**ver notas 1 e 2**)..... 3

Exemplo 1:

$$75 \div 20 = 3,75$$
$$\frac{3,75}{15} = \frac{x}{100}$$
$$x = 25$$

Exemplo 2:

$$0,2 \times 75 = 15$$
$$0,15 x = 15$$

Exemplo 3:

$$0,2 \times 75 = 15$$
$$0,15 x = 15$$
$$x = 0,15 \times 15$$
$$x = 2,25$$

Correctamente, calcula apenas 20% de 75 euros (**ver nota 1**).

ou

Responde correctamente, **mas não** apresenta os cálculos efectuados..... 1

Exemplo 1:

$$0,2 \times 75 = 15$$

$$\frac{75}{15} = \frac{x}{100}$$

$$x = 500$$

Exemplo 2:

$$0,2 \times 75 = 15$$

Dá outra resposta..... 0

Notas:

1. Se o examinando, ao resolver o problema, obtiver descontos superiores ao preço de venda de um telemóvel **e/ou** preços com valores não positivos, a sua resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos.
2. Exige-se que, no mínimo, o examinando determine correctamente o valor do desconto do telemóvel do Paulo **e** que evidencie compreender que, apesar das percentagens de desconto terem sido diferentes, o valor dos dois descontos, em euros, foi igual.

4. **6**

Responde correctamente (Se x aumenta para o dobro, então y diminui para metade.)..... 6

Dá outra resposta..... 0

5.1. **5**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (A figura tem quatro eixos de simetria.)..... 5

Dá outra resposta..... 0

5.2. **6**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desenhar um esboço de uma pirâmide quadrangular (**ver nota 1**)..... 1

Desenhar, no esboço, a tracejado ou a cheio, o segmento de recta correspondente à altura da pirâmide..... 1

Estabelecer a igualdade $x^2 + 3^2 = 5^2$ (**ou** equivalente)..... 3

Determinar a altura da pirâmide (4) (**ver nota 2**)..... 1

Notas:

1. Não se exige rigor no desenho do esboço, nomeadamente, que esteja desenhado em perspectiva cavaleira ou à escala, nem se exige que os segmentos invisíveis estejam a tracejado.
2. Não se exige que o examinando apresente a solução negativa da equação do 2.º grau, tendo em conta o universo das soluções possíveis para o problema.

6. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente ($-3, -2, -1$ e 0)..... 5

Responde « $-2, -1$ e 0 » ou « $-3, -2$ e -1 »..... 3

Dá outra resposta..... 0

7. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Explica como se calcula o número médio de chamadas, exprimindo-se com correcção e clareza (**ver nota**)..... 5

Exemplo 1:

Adiciona-se o número de chamadas feitas ontem por todos os alunos da turma e divide-se esse resultado pelo número total de alunos da turma.

Explica como se calcula o número médio de chamadas, **mas não se** exprime com correcção e clareza (**ver nota**)..... 4

Exemplo 1:

Divide-se o número total de chamadas pelos alunos.

Explica como se calcula a média aritmética de um conjunto de dados..... 3

Exemplo 1:

Para calcular a média, divide-se a soma de todos os dados pelo número total de dados.

Dá outra resposta..... 0

Exemplo 1:

Somar todas as chamadas e dividir pelo número de alunos que fizeram chamadas.

Nota:

Considera-se que o examinando se exprime com correcção e clareza quando explicita que:

- a soma de todos os dados é o número total de chamadas feitas (ontem) por todos os alunos da turma;
- o número total de dados é o número total de alunos da turma.

8.1. 6

Responde correctamente (Gráfico C)..... 6

Dá outra resposta..... 0

8.2. 8

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Equacionar o problema..... 4

Resolver a equação **ou** o sistema (**ver nota**)..... 3

Responder ao problema (10 segundos)..... 1

Nota:

O examinando pode não resolver completamente o sistema. Desde que determine correctamente o valor da variável correspondente ao tempo total de duração das chamadas efectuadas pelo Paulo para a rede *A*, devem ser atribuídos 3 pontos a esta etapa.

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Utiliza o método de tentativa e erro para encontrar os valores que satisfazem as duas condições do problema **e** responde correctamente (10 segundos)..... 8

Exemplo 1:

- $0,5 \times 10 = 5$
- $0,6 \times 50 = 30$
- $5 + 30 = 35$
- 10 segundos.

Exemplo 2:

- $0,6 \times 50 = 30$
- $35 - 30 = 5$
- $5 \div 0,5 = 10$
- 10 segundos.

Utiliza o método de tentativa e erro para encontrar os valores que satisfazem as duas condições do problema, **mas não** responde, **ou** responde incorrectamente..... 7

Exemplo 1:

$$0,5 \times 10 = 5$$

$$0,6 \times 50 = 30$$

$$5 + 30 = 35$$

50 segundos.

Utiliza o método de tentativa e erro para encontrar valores que satisfazem uma das condições do problema e verifica que não satisfazem a outra condição..... 4

Exemplo 1:

$$0,5 \times 20 = 10$$

$$0,6 \times 40 = 24$$

$$10 + 24 = 34$$

Exemplo 2:

$$15 + 20 = 35$$

$$\frac{15}{0,5} = 30$$

$$\frac{20}{0,6} \approx 33$$

Responde correctamente, **mas não** apresenta os cálculos efectuados..... 1

Dá outra resposta 0

Exemplo 1:

30 segundos para a rede *A* e 30 segundos para a rede *B*.

9. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente..... 5

Escreve um número compreendido entre 5000 e 5999 e divisível por 2, **mas não** divisível por 3.

ou

Escreve um número compreendido entre 5000 e 5999 e divisível por 3, **mas não** divisível por 2..... 1

Dá outra resposta..... 0

10. 7

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Estabelecer a igualdade $tg 43^\circ = \frac{1,8}{d}$ (**ou** equivalente)..... 2
- Determinar o valor de d 1
- Estabelecer a igualdade $tg 43^\circ = \frac{h}{14+d}$ (**ou** equivalente)..... 2
- Determinar o valor de h 1
- Responder, indicando a unidade de medida (15 m **ou** equivalente)..... 1

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Estabelecer a igualdade $tg 43^\circ = \frac{1,8}{d}$ (**ou** equivalente)..... 2
- Determinar o valor de d 1
- Estabelecer a igualdade $\frac{h}{14+d} = \frac{1,8}{d}$ (**ou** equivalente)..... 2
- Determinar o valor de h 1
- Responder, indicando a unidade de medida (15 m **ou** equivalente)..... 1

Notas:

1. Se o examinando, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos e desrespeitar a indicação, expressa no enunciado, de conservar, no mínimo, duas casas decimais, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto, a não ser que este erro ocorra apenas em etapas classificadas com zero pontos.
2. Se o examinando não efectuar os arredondamentos correctamente, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto, a não ser que este erro ocorra apenas em etapas classificadas com zero pontos.

11. 8

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a inequação de denominadores..... 2

Isolar os termos em x num dos membros da inequação..... 2

Obter a desigualdade $x \geq 2$ (ou $2 \leq x$)..... 2

Escrever o conjunto solução da desigualdade anterior, na forma de intervalo $([2, +\infty[)$ 2

12. 5

Responde correctamente $\left(\left(\frac{1}{9}\right)^2\right)$ 5

Dá outra resposta..... 0

13. 6

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresenta uma argumentação correcta e uma justificação completa (**ver nota**)..... 6

Exemplo 1:

O ângulo ACB está inscrito no arco AB e, por isso, tem 90° de amplitude. O triângulo $[ABC]$ não pode ser equilátero, porque os triângulos equiláteros não têm ângulos internos com 90° de amplitude.

Exemplo 2:

O arco AC tem amplitude inferior a 180° , logo as cordas $[AB]$ e $[AC]$ não têm o mesmo comprimento e, por isso, o triângulo $[ABC]$ não tem os três lados iguais.

Apresenta uma argumentação correcta e uma justificação incompleta (**ver nota**)..... 5

Exemplo 1:

O ângulo ACB está inscrito numa semicircunferência e, por isso, o triângulo $[ABC]$ é rectângulo, logo não é equilátero.

Exemplo 2:

O triângulo $[ABC]$ não tem os lados todos iguais, porque a corda $[AB]$, sendo um diâmetro da circunferência, é o maior lado do triângulo.

Apresenta uma argumentação correcta, **mas não** justifica a afirmação..... 3

Exemplo 1:

$$\widehat{ACB} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

Exemplo 2:

O triângulo $[ABC]$ é rectângulo.

Dá outra resposta..... 0

Exemplo 1:

A corda $[AB]$ é um diâmetro da circunferência.

Exemplo 2:

Não é equilátero, porque não tem os lados todos iguais.

Nota:

Não se exige que, na justificação apresentada, o examinando explicita uma definição de triângulo equilátero.

14. **6**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Utiliza um processo correcto para encontrar o centro da circunferência pedida e constrói-a, com *rigor aproximado* (**ver notas 1 e 2**)..... 6

Utiliza um processo correcto para encontrar o centro da circunferência pedida, **mas não** a constrói, **ou** constrói-a, sem *rigor aproximado* (**ver notas 1 e 2**)..... 4

Constrói, com *rigor aproximado*, a circunferência pedida, **mas não** há evidência do processo que utilizou (**ver notas 1 e 2**)..... 1

Dá outra resposta..... 0

Notas:

1. Se houver evidência de que o examinando, ao construir a circunferência, não utiliza o compasso, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Considera-se que a construção é feita com *rigor aproximado* se o comprimento do raio da circunferência estiver compreendido entre 2,9 cm e 3,1 cm (inclusive).