Prova de aferição de Matemática - 8.º ano (2018)

Proposta de resolução

1.

1.1. Como os dados se reportam a um conjunto de 6 dados, podemos escrever os dados numa lista ordenada e dividi-la em duas partes com 3 dados cada, para determinar os quartis.

$$\underbrace{130 \ \overbrace{139}^{Q_1} \ 167}_{3} \ \underbrace{179 \ \overbrace{198}^{Q_3} \ 213}_{3}$$

Assim, o primeiro quartil é o valor central da primeira metade da lista, ou seja: $Q_1 = 139$

Resposta: **Opção C**

1.2. Como a média dos primeiros 6 meses foi 171 mil passageiros, então sabemos que o número total de passageiros que embarcou em voos nacionais neste período (T_6), em milhares, pode ser calculado por:

$$\frac{T_6}{6} = 171 \Leftrightarrow T_6 = 171 \times 6 \Leftrightarrow T_6 = 1026$$

Como a média dos primeiros 7 meses foi 181 mil passageiros, então sabemos que o número total de passageiros que embarcou em voos nacionais neste período (T_7), em milhares, pode ser calculado por:

$$\frac{T_7}{7} = 181 \Leftrightarrow T_7 = 181 \times 7 \Leftrightarrow T_7 = 1267$$

Assim, temos que o número de passageiros que embarcou no mês de julho, em milhares, é a diferença dos dois valores anteriores:

$$T_7 - T_6 = 1267 - 1026 = 241$$

Ou seja, no mês de julho embarcaram 241 000 passageiros em voos nacionais.

2. Verificando que $0{,}4 = \frac{4}{10}$, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação relativamente à adição, somando as frações e escrevendo o resultado na forma de uma fração irredutível, temos que:

$$\frac{1}{3} - \frac{5}{3} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{4}{10}\right) = \frac{1}{3}_{(10)} - \frac{20}{15}_{(2)} + \frac{20}{30} = \frac{10}{30} - \frac{40}{30} + \frac{20}{30} = -\frac{10}{30}_{(\div 10)} = -\frac{1}{3}$$

3. Como o 1º. termo tem oito triângulos e cada termo tem mais quatro triângulos que o anterior, o 2º. termo tem $8 + 4 = 12$ triângulos.

Assim apenas a expressão $4n+4$ pode representar o número de triângulos do termo de ordem n, porque as restantes três expressões têm valores numéricos diferentes de 12 para $n = 2$ ($2+4 = 6$; $4\times 2 = 8$ e $8\times 2 = 16$)

Resposta: **Opção B**

4. Analisando cada uma das três expressões temos:

   (1) $2^{47} \times 2^{-7} = 2^{47+(-7)} = 2^{47-7} = 2^{40}$, pelo que temos que se $2^{40} = 2^x$, então $x = 40$

   (2) Como $5^0 = 1$, então temos que $5^x = 5^0$ ou seja $x = 0$

   (3) Como $\frac{1}{4^{10}} = 4^{-10}$, então temos que $4^x = 4^{-10}$ ou seja $x = -10$

5. Como as retas a, b e c são paralelas, podemos afirmar, pelo Teorema de Tales, que os segmentos produzidos nas retas r e s são proporcionais, ou seja:

$$\frac{\overline{WV}}{\overline{YW}} = \frac{\overline{ZU}}{\overline{XZ}}$$

   Desta forma, substituindo as medidas dos comprimentos conhecidos, o valor de $\overline{WV}$, em centímetros, é:

$$\frac{\overline{WV}}{3{,}6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \overline{WV} = \frac{4 \times 3{,}6}{3} \Leftrightarrow \overline{WV} = 4{,}8 \text{ cm}$$

6. Como a torneira verte 60 dm^3 em 5 minutos, num minuto verte $\frac{60}{5} = 12 \text{ dm}^3$
   Assim, em x minutos a torneira verte $12 \times x \text{ dm}^3$, pelo que a função f pode ser definida pela expressão

$$f(x) = 12x$$

   Resposta: **Opção D**

7. Como a luz refletida pela Lua demora 1,28 segundos a chegar à Terra e viaja a uma velocidade de $300\,000\,000 = 3 \times 10^8$ metros por segundo, então a distância da Terra à Lua (D) é o produto dos valores anteriores, ou seja:

$$D = 1{,}28 \times 3 \times 10^8 = 3{,}84 \times 10^8 \text{ m}$$

8. Como o volume do cubo é 729 dm^3, então o comprimento da aresta do cubo é: $a = \sqrt[3]{729} = 9$ dm

   Desta forma a área de cada face é: $A_{\text{Face}} = a^2 = 9^2 = 81 \text{ dm}^2$

   E assim a área da planificação, ou seja, das 6 faces, é:

$$A_{\text{Total}} = 6 \times A_{\text{Face}} = 6 \times 81 = 486 \text{ dm}^2$$

9. Identificando a diferença de quadrados na expressão (1), o quadrado da diferença na expressão (2) e colocando o fator comum (x) em evidência na expressão (3), temos:

   (1) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(D)** na linha **(1)**

   (2) $9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x-1)^2$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(C)** na linha **(2)**

   (3) $x^2 - 3x = x(x-3)$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(3)**

10.

10.1. Como a medida da base maior do trapézio é $\overline{AB} = 20$ m, a medida da base menor é $\overline{DC} = 12$ m e a medida da altura é $\overline{AD} = 6$ m, temos que a área do trapézio, em m^2, é:

$$\frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \times \overline{AD} = \frac{20 + 12}{2} \times 6$$

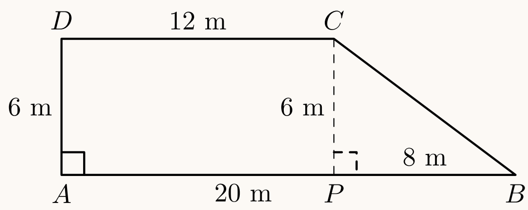
Resposta: **Opção A**

10.2. O comprimento da rede que irá delimitar a horta, é o perímetro do trapézio.
Para calcular o perímetro do trapézio, é necessário determinar o comprimento $\overline{BC}$
Considerando o ponto P, como a interseção da reta perpendicular a AB pelo ponto C, com a reta AB, temos que:

- $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{CD} = 20 - 12 = 8$ m
- $\overline{CP} = \overline{AD} = 6$ m

Assim, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 100 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow}$$
$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 10 \text{ m}$$



Assim, vem que ao comprimento da rede, ou seja o perímetro do trapézio $[ABCD]$, é:

$$P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = 20 + 10 + 12 + 6 = 48 \text{ m}$$

11. Resolvendo a equação, e apresentando o resultado na forma de fração, temos:

$$x - \frac{2-x}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{1}_{(6)} - \frac{2-x}{3}_{(2)} = \frac{1}{2}_{(3)} \Leftrightarrow \frac{6x}{6} - \frac{4-2x}{6} = \frac{3}{6} \Leftrightarrow 6x - 4 + 2x = 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 6x + 2x = 3 + 4 \Leftrightarrow 8x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{8}$$

$C.S. = \left\{\frac{7}{8}\right\}$

12. Resolvendo as equações, usando a lei do anulamento do produto, temos:

(1) $(x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \lor x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \lor x = -2$

$C.S. = \{-2,1\}$

(2) $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2-x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor 2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor 2 = x$

$C.S. = \{0,2\}$

13. Podemos resolver o sistema para encontrar a solução, ou então substituir as soluções apresentadas no sistema, para identificar qual delas verifica as duas equações do sistema simultaneamente:

- Opção (A): $\begin{cases} 3(-1)+0=-3 \\ -1+2(0)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3+0=-3 \\ -1+0=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3=-3 \\ -1=4 \end{cases}$ (Proposição falsa)
- Opção (B): $\begin{cases} 3(1)+6=-3 \\ 1+2(6)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+6=-3 \\ 1+12=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9=-3 \\ 13=4 \end{cases}$ (Proposição falsa)
- Opção (C): $\begin{cases} 3(-2)+3=-3 \\ -2+2(3)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6+3=-3 \\ -2+6=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3=-3 \\ 4=4 \end{cases}$ (Proposição verdadeira)
- Opção (D): $\begin{cases} 3(4)+0=-3 \\ 4+2(0)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12+0=-3 \\ 4+0=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12=-3 \\ 4=4 \end{cases}$ (Proposição falsa)

Resposta: **Opção C**

14. Como x é o comprimento, em metros, da parte maior do fio e y é o comprimento, em metros, da parte menor do fio, e o fio tem 3 metros de comprimento, temos que $x+y=3$

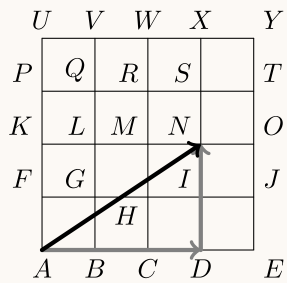
Por outro lado, como uma parte (a maior) deve ter mais 0,7 metros que a outra (a menor), temos que $x=y+0{,}7$

Assim, um sistema de equações que permita determinar o o comprimento, em metros, de cada uma das partes do fio, pode ser:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x=y+0{,}7 \end{cases}$$

15.

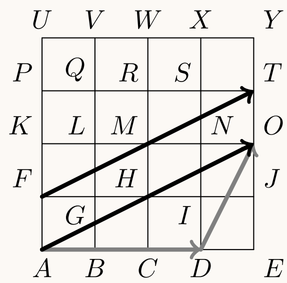
15.1. Em cada linha temos que:



(1) Identificando os vetores $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DN}$ podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AN}$$

pelo que deve ser assinalada a coluna **(E)** na linha **(1)**



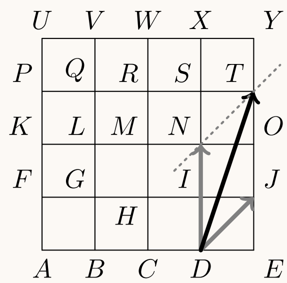
(2) Identificando os vetores $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DO}$ podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$

E que:

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{FT}$$

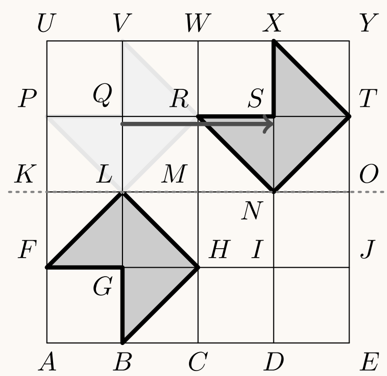
pelo que deve ser assinalada a coluna **(D)** na linha **(2)**



(3) Identificando os vetores $\overrightarrow{DN}$ e $\overrightarrow{DJ}$ e usando a regra do paralelogramo para fazer a soma, podemos observar que:

$$\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DT}$$

pelo que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(3)**



15.2. Considerando a reflexão do pentágono $[BHLFG]$ de eixo KO e depois a translação do pentágono transformado pelo vetor $\overrightarrow{QS}$, obtemos o pentágono $[NTXSR]$, pelo que a isometria que transforma $[BHLFG]$ em $[NTXSR]$ é a reflexão deslizante de eixo KO e vetor $\overrightarrow{QS}$

Resposta: **Opção C**

16. Observando a representação das retas e as coordenadas dos pontos assinalados, temos que:

(1) A reta r interseta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, -1)$, pelo que:

A ordenada na origem da reta r é $\underline{\ -1\ }$

(2) Como a reta s contém os pontos de coordenadas (2,2) e (3,0), então podemos calcular o valor do declive: $m_s = \frac{0-2}{3-2} = \frac{-2}{1} = -2$
E assim, temos que:

O declive da reta s é $\underline{\ -2\ }$

(3) Como a equação dada tem ordenada na origem 3, a equação apenas pode definir retas que intersetam o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas (0,3), ou seja, a reta t ou a reta u
Assim se o ponto de coordenadas (−4,1) verificar a igualdade $y = \frac{1}{2}x + 3$, esta equação define a reta t, se o ponto de coordenadas (−2,0) verificar a mesma igualdade será a reta t definida pela equação. Fazendo a verificação com o o ponto de coordenadas (−4,1), temos

$$1 = \frac{1}{2} \times (-4) + 3 \Leftrightarrow 1 = \frac{-4}{2} + 3 \Leftrightarrow 1 = -2 + 3 \Leftrightarrow 1 = 1$$

Como da verificação resulta uma proposição verdadeira, temos que:

A equação $y = \frac{1}{2}x + 3$ define a reta $\underline{\ t\ }$

17. O triângulo $[ADB]$ é uma redução do triângulo $[BCD]$ (porque resultam da decomposição de um triângulo retângulo pela altura referente à hipotenusa).
Como os lados $[AB]$ e $[BC]$ são correspondentes, porque ambos são o lado que se opõe ao ângulo reto nos respetivos triângulo, então a razão de semelhança é:

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Assim, como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [ADB]}{\text{Área do triângulo } [BDC]} = r^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Resposta: **Opção A**